

BAHAN BELAJAR MANDIRI 5

BANGUN RUANG

PENDAHULUAN

Bahan Belajar Mandiri 5 untuk membantu calon guru dan guru Sekolah dasar dalam memahami konsep geometri bangun ruang, bidang empat (limas), bidang enam (prisma), dan bangun ruang permukaan lengkung dan lingkaran, beserta beberapa contoh pembelajarannya.

Bahan Belajar Mandiri lima ini pembahasannya lebih menitik beratkan pada segi praktis daripada segi teoritis, sehingga contoh-contoh yang disajikan cukup banyak.

Setelah mempelajari BBM ini diharapkan anda dapat mengajarkan tentang bangun ruang kepada siswa SD sesuai dengan kurikulum yang berlaku.

Secara rinci setelah setelah mempelajari BBM ini anda diharapkan dapat :

1. Menjelaskan pengertian bangun ruang
2. Merancang pembelajaran bangun ruang sesuai dengan kurikulum Sekolah Dasar
3. Mengajarkan konsep bangun ruang kepada siswa SD dengan menggunakan metoda dan media yang sesuai.
4. Mengevaluasi hasil belajar siswa tentang bangun ruang

Selanjutnya agar anda dapat mempelajari BBM ini dengan baik, anda pelajari dan laksanakan petunjuk berikut ini :

1. Baca dengan cermat bagian pendahuluan BBM ini sehingga anda memahami betul untuk apa dan bagaimana cara mempelajari BBM ini.
2. Pelajari dengan seksama definisi dan contoh dalam BBM ini jika ada yang belum jelas tanyakan kepada teman atau tutor anda.
3. Kerjakan sendiri soal-soal tes formatif, kemudian diskusikan dengan tutor anda.
4. Pelajari kembali uraian dan latihan dalam BBM ini.

KEGIATAN BELAJAR 1

POLIHEDRON

PENGANTAR

Konsep bangun ruang adalah bangun tiga dimensi yang terbentuk dari unsur panjang, lebar dan tinggi. Dalam geometri bangun ruang mempunyai definisi sebagai kumpulan titik-titik. Model bangun ruang banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, baik berupa benda-benda konkrit yang persis sama dengan model-model bangun ruang seperti kubus, balok, silinder, limas, kerucut, dan bola, maupun bangun ruang yang bentuknya hasil gabungan dari bentuk-bentuk di atas atau dengan bentuk yang tidak seperti bentuk-bentuk tersebut. Sehingga untuk mempelajari konsep bangun ruang sangatlah mungkin untuk menghadirkan model-model konkritnya.

1. Gambar Bangun Ruang

Objek geometri ialah benda-benda. Setiap benda memiliki bentuk dan ukuran, apabila beberapa benda dibahas sekaligus maka perlu dipertimbangkan letak dan sikap benda yang satu terhadap yang lain. Bentuk, besar, letak dan sikap itu sulit untuk digambarkan dengan kata-kata saja. Kata-kata tetap diperlukan tetapi disamping kata-kata mutlak diperlukan alat-alat yang lain, yaitu :

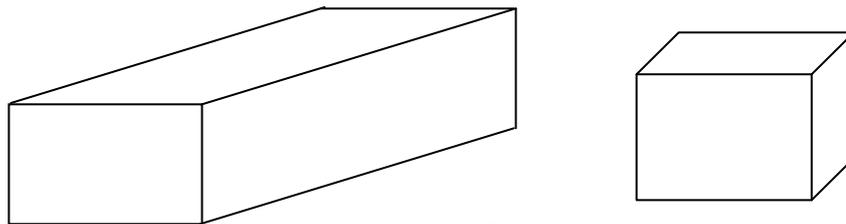
- a. model
- b. gambar

Untuk beberapa bentuk, model jauh lebih efektif daripada gambar. Untuk pengenalan pertama malahan model mutlak diperlukan. Untuk mendapat manfaat

sebanyak-banyaknya dari model, sebaiknya siswa membuat sendiri, mengamatinya, dan melakukan berbagai tugas (misalnya membuat tumpukan kubus) dengan model itu. Tetapi umumnya lebih mudah membuat gambar, lagi pula gambar hanya memerlukan tempat sedikit sekali. Gambar dapat dimasukan kedalam buku atau diktat, sedangkan model tidak. Maka gambar merupakan sarana penting dalam pelajaran geometri.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa baik guru maupun murid harus pandai menggunakan bahasa, model, dan gambar, sehingga ketiga sarana itu bantu membantu dan saling melengkapi.

Syarat utama untuk semua gambar adalah bahwa gambar itu menggambarkan benda itu dengan tepat. Sebagai contoh perhatikan kedua gambar di bawah ini. Keduanya adalah gambar kubus.

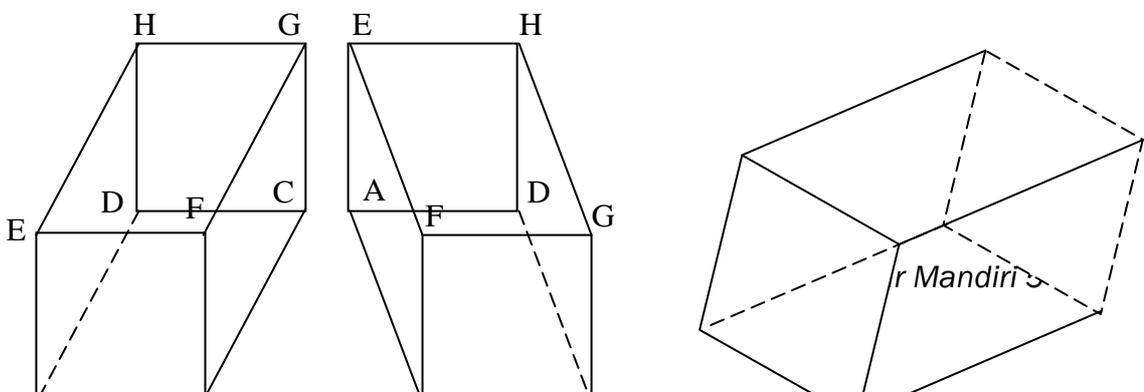


Gambar 5.1.

Tetapi gambar kiri memberikan kesan seakan-akan yang dimaksud adalah balok (yang bukan kubus). Gambar kanan lebih cocok untuk menggambarkan bentuk kubus.

Selain itu perlu juga diperhatikan sikap benda yang digambar terhadap penggambar atau pembaca untuk kubus misalnya ada beberapa sikap penting. Sikap mana yang dipilih tergantung pada apa yang dipersoalkan pada kubus itu. Selain dipilih sikap yang paling menguntungkan untuk menemukan pemecahan persoalan itu.

Di bawah ini tampak gambar kubus dengan berbagai sikap (posisi)



Gambar 5.2

Bagaimana cara menyampaikan sikap/posisi manakah yang dikehendaki kepada orang lain ? Untuk maksud itu perlu diadakan beberapa pengertian bantuan, yaitu :

Bidang frontal

Garis vertikal

Garis frontal horizontal

Garis ortogonal

Perbandingan ortogonal

Sudut menyisi

Bidang frontal ialah bidang tempat gambar, atau bidang yang sejajar dengan tempat gambar.

Jadi apabila anda menggambar di papan tulis, maka muka papan tulis itu merupakan bidang frontal. Juga setiap bidang yang sejajar dengan muka papan tulis tadi merupakan bidang frontal. Untuk siswa yang menggambar dalam buku tulis halaman buku tulis itu dan tiap-tiap bidang yang sejajar dengan halaman buku itu adalah bidang frontal.

Contoh-contoh :

Dalam gambar (a), bidang ABFE, dan bidang DCGH merupakan
bidang frontal

Dalam gambar (b), bidang BCGF, dan bidang ADHE merupakan
bidang frontal

Yang penting sifat dari bidang frontal ialah bahwa bentuk gambar semua bangun yang terletak di dalamnya, sama dengan bentuk bangun itu yang sebenarnya. Gambar persegi juga berupa persegi, gambar sudut siku-siku berupa sudut siku-siku pula, gambar lingkaran juga berupa lingkaran, dan seterusnya.

Hal itu tidak berlaku untuk bidang-bidang yang lain. Perhatikan misalnya bidang BCGF (pada gambar a). \perp BFG dan \perp FBC kedua-duanya sudut siku-siku. Tetapi gambar \perp BFG nampak dan \perp FBC tampak lancip.

Gambar ABCD sendiri berupa jajargenjang, sedangkan bentuk yang sebenarnya adalah persegi.

Di antara garis-garis yang terletak pada bidang frontal, yang terpenting ialah garis frontal horisantal dan garis vertikal.

Contoh :

Pada gambar (a), dalam bidang frontal ABFE terdapat dua garis frontal horisantal, yaitu AB dan EF dan dua garis vertikal yaitu AE dan BF.

Garis ortogonal ialah garis yang tegak lurus pada bidang frontal. Dalam gambar (a) AD, BC, FG, dan EH adalah garis-garis ortogonal. Garis ortogonal dalam gambar lebih pendek dari sebenarnya.

Perbandingan ortogonal ialah perbandingan antara panjang ruas garis ortogonal dalam gambar dengan panjang ruas garis itu yang sebenarnya.

Apabila dalam gambar panjang ruas garis ortogonal a cm sedangkan panjang sebenarnya ruas garis tadi b cm, maka perbandingan ortogonalnya adalah $\frac{a}{b}$.

Sudut simpang atau sudut menyisi ialah sudut dalam gambar antara garis frontal horisantal arah ke kanan dan garis ortogonal arah ke belakang. Besar sebenarnya sudut antara garis frontal horisantal arah ke kanan dan garis ortogonal arah ke belakang tentu saja 90° .

Tapi dalam gambar (a) \perp BAC adalah sudut simpang, besarnya kurang dari 90° (tidak siku-siku).

Beberapa contoh

Contoh 1

o gambar kubus ABCD, EFGH dengan syarat-syarat :

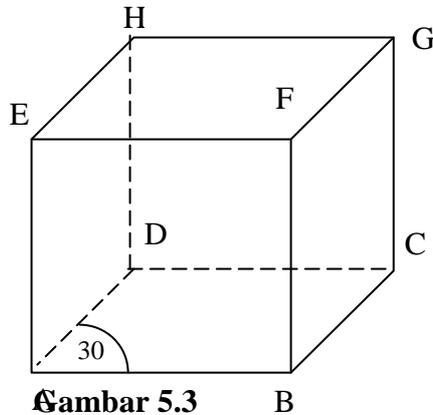
AB = 5 cm

ABFE frontal dengan AE vertikal

Sudut simpang 30°

Perbandingan ortogonal 0,5

Pelaksanaan :



Gambar 5.3

Mula-mula digambar persegi ABFE dengan sisi 5 cm, dan AE vertikal. Buat BC yang membuat sudut 30° , sedangkan panjang $BC = 2,5 \text{ cm}$ ($0,5 \times 5 \text{ cm}$). BC adalah garis ortogonal.

Contoh 2

Gambarlah prisma segi enam beraturan ABCDEF, GHIJKL dengan aturan-aturan sebagai berikut :

Panjang rusuk alas 2 cm

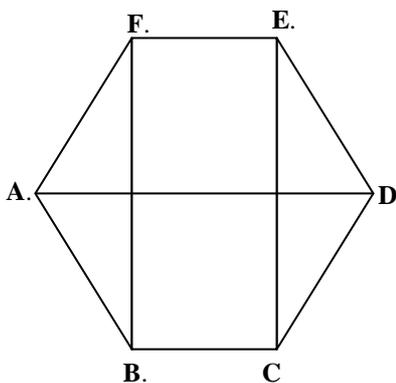
Tinggi 5 cm

Bidang ADJG frontal AD horisontal

Sudut samping 45°

Perbandingan ortogonal 0,4

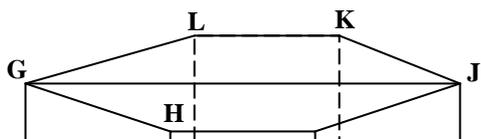
Pelaksanaan :



Digambar dahulu lingkaran dengan jari-jari 2 cm. Dalam lingkaran itu digambar segi enam beraturan ABCDEF dengan sisi 2 cm.

Garis AD menjadi garis frontal horizontal, sedangkan garis-garis BMF dan CNE menjadi garis-garis ortogonal.

Lalu digambar persegi panjang ADJG, dengan $AD = 4 \text{ cm}$ dan $AG = 5 \text{ cm}$.



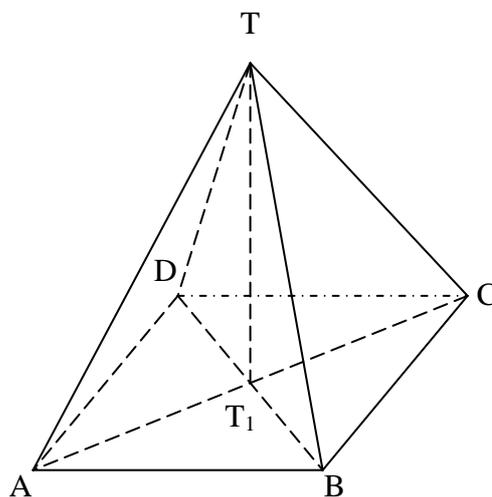
Gambar 5.4

2. Bangun Ruang

Limas

Limas ialah suatu benda ruang yang dibatasi oleh sebuah segi banyak dan segitiga-segitiga yang mempunyai titik puncak persekutuan di luar segi banyak tersebut, sedangkan sisi-sisi segi banyak itu merupakan alas-atas segitiga-segitiga itu.

Suatu limas dinamakan limas sisi tiga, sisi empat, sisi lima dan sebagainya. Untuk jelasnya kita perhatikan gambar di bawah ini.

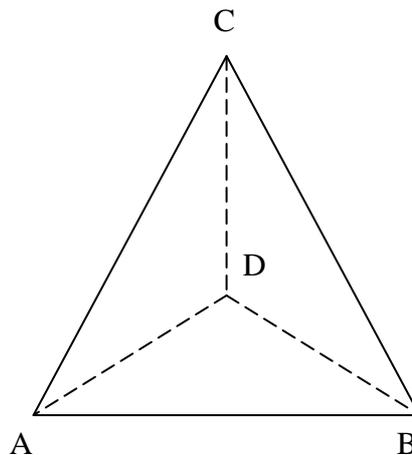


Gambar 5.5.

Keterangan :

- 1) Segi empat ABCD dinamakan bidang alas
- 2) Segitiga-segitiga TAB, TBC, TCD, dan TAD dinamakan bidang-bidang sisi tegak
- 3) Titik T dinamakan titik puncak
- 4) Ruas garis-ruas garis TA, TB, TC, TD dinamakan rusuk-rusuk tegak
- 5) Rusuk-rusuk AB, BC, CD, dan DA dinamakan rusuk-rusuk bidang alas
- 6) Jarak dari titik puncak pada bidang alas dinamakan tinggi limas (TT_1)
- 7) Garis tinggi pada tiap-tiap bidang sisi tegak dinamakan Apotema
- 8) Bidang-bidang TAC dan TBD dinamakan bidang diagonal.

Perlu diketahui bahwa limas segitiga dinamakan bidang empat, karena dibahas oleh empat buah bidang.

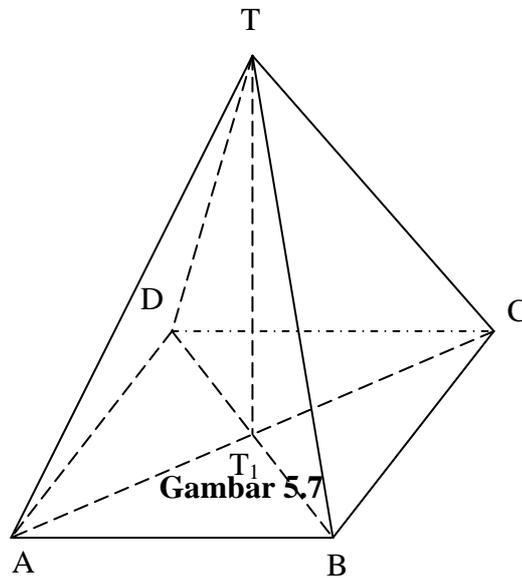


Limas segitiga (gambar 5.6) dibatasi oleh bidang ABC, bidang ACD, bidang BDC dan bidang ABD.

Definisi 1

Limas tertentu adalah limas yang bidang alasnya merupakan segi n beraturan dari proyeksi titik puncak pada bidang alasnya berinput dengan pusat bidang alas.

Sekarang kita perhatikan gambar berikut dan beberapa keterangannya.



Keterangan :

1. Rusuk-rusuk alasnya sama panjang $AB = BC = CD = DA$
2. Rusuk-rusuk tegaknya sama panjang $TA = TB = TC = TD$
3. Semua bidang sisi tegaknya kongruen

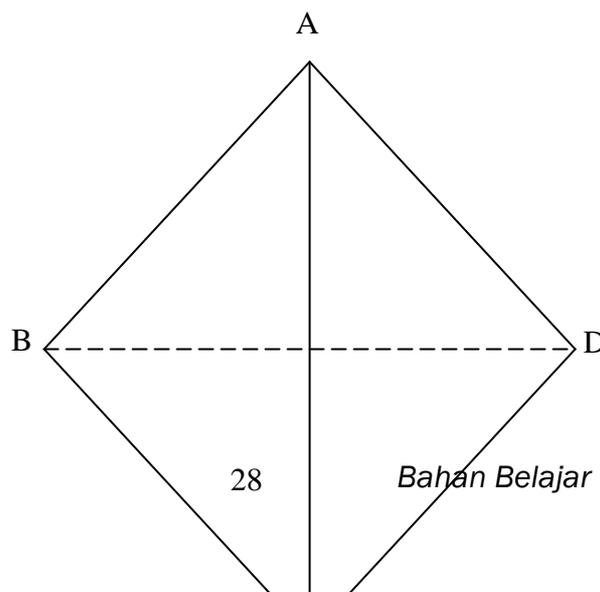
$$\Delta TAB \equiv \Delta TBC \equiv \Delta TCD \equiv \Delta TAD$$

Limas TABCD adalah limas segi empat teratur. Bidang alas ABCD berbentuk persegi. Titik T_1 merupakan proyeksi titik puncak T pada bidang alas ABCD, dan titik T_1 merupakan pusat persegi ABCD.

Seperti telah disebutkan, bahwa limas segitiga dinamakan juga bidang empat, karena dibatasi oleh empat buah bidang.

Definisi 2

Bidang empat adalah limas yang alasnya berupa segitiga.



Gambar 5.8

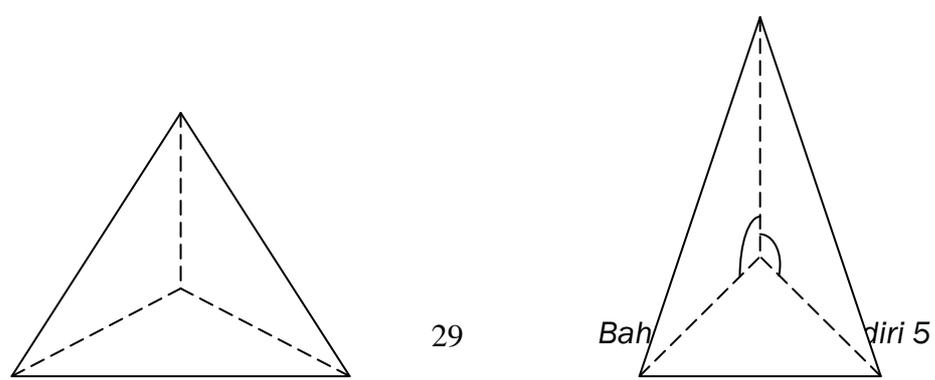
Pada gambar 5.8 bidang empat ABCD teratur, unsur-unsurnya dan kemungkinan-kemungkinan pemberian namanya adalah sebagai berikut :

Titik Puncak	Bidang Alas	Tinggi	Nama
A	CBD	Jarak titik A terhadap CBD	A. BCD
B	ACD	Jarak titik B terhadap ACD	B. ACD
C	ABD	Jarak titik C terhadap ABD	C. ABD
D	ABC	Jarak titik D terhadap ABC	D. ABC

Definisi 3

1. Bidang empat teratur adalah bidang empat yang keempat bidang batasnya kongruen
2. bidang empat tegak adalah bidang empat yang salah satu rusuknya tegak lurus pada bidang alas
3. Bidang empat siku-siku adalah bidang empat yang mempunyai tiga rusuk bertemu pada satu titik sudut saling tegak lurus
4. Bidang empat sembarang adalah bidang empat yang tidak termasuk salah satu bidang empat di atas.

Macam-macam bidang empat dan keistimewaannya masing-masing dapat dilihat pada gambar 5.9



Bidang empat teratur

Bidang empat tegak

Gambar 5.9

Pada bidang empat teratur, ke-kongruenan bidang-bidang batasnya mengakibatkan semua rusuknya sama panjang sehingga masing-masing bidang tegak berupa segitiga sama sisi.

Prisma

Definisi 1

- 1) Bidang banyak adalah benda yang bersegi banyak dan pada segitiga titik sudutnya bertemu sisi yang sama banyak
- 2) Bidang banyak beraturan adalah bidang banyak yang bidang sisinya berupa satu macam segi banyak beraturan yang kongruen.

Beberapa bidang banyak beraturan yang dikenal adalah :

1. Bidang empat beraturan
2. Bidang enam beraturan
3. Bidang delapan beraturan
4. Bidang dua belas beraturan
5. Bidang dua puluh beraturan

Mengenai bidang banyak beraturan ini ada seseorang yang bernama Euler yang telah menemukan sifat atau hubungan antara banyak titik sudut (T), banyak sisi (S), dan banyak rusuk (R), sebagai berikut :

Bidang n beraturan	T	S	R	Hubungan
Bidang 4	4	4	6	$4 + 4 = 6 + 2$
Bidang 6	8	6	12	$8 + 6 = 12 + 2$

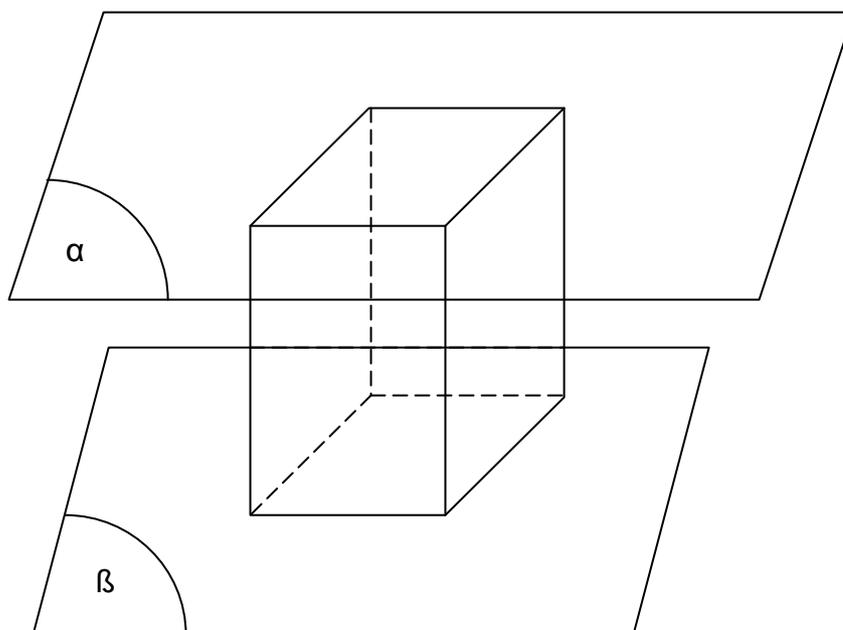
Bidang 8	6	8	12	$6 + 8 = 12 + 2$
Bidang 12	20	12	30	$20 + 12 = 30 + 2$
Bidang 20	12	20	30	$12 + 20 = 30 + 2$

Kesimpulan $T + S = R + 2$ (Rumus Euler)

Salah satu diantara bidang banyak yang penting adalah prisma.

Definisi 2

Prisma adalah bidang banyak yang dibatasi oleh dua bidang yang sejajar dan beberapa bidang lain yang berpotongan menurut garis-garis yang sejajar (gambar 5.10)



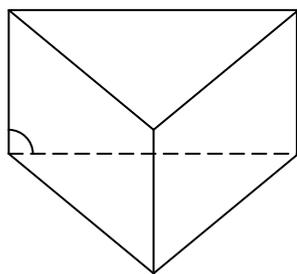
1. α dan β dua bidang sejajar
2. Segi n pertama terletak pada α
3. Segi n kedua terletak pada β
4. segi n pertama dan segi n kedua sama dan sebangun (kongruen) dan sisi-sisinya berpasangan sejajar.

Bila titik-titik sudut yang seletak dihubungkan, maka semua daerah segi empat yang dibentuk oleh semua garis hubung tersebut, dan daerah kedua segi n itu akan membentuk sebuah prisma. Garis-garis hubung itu akan saling sejajar pula. Bila segi n itu adalah segitiga, maka prismanya

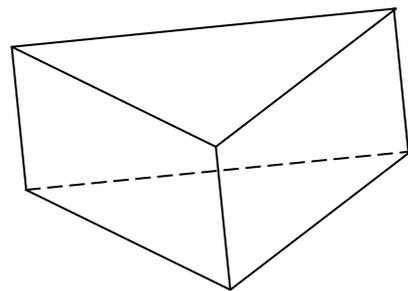
disebut prisma segitiga dengan batas alas dan batas atasnya adalah kedua daerah segitiga itu.

Prisma adalah gabungan semua sisinya dan bagian dalam himpunan titik yang kosong. Sedangkan nama prisma ditentukan oleh segi n itu, misalnya prisma sisi tiga, prisma sisi empat dan seterusnya. Yang cukup penting dari pengelompokkan prisma ini adalah prisma sisi empat.

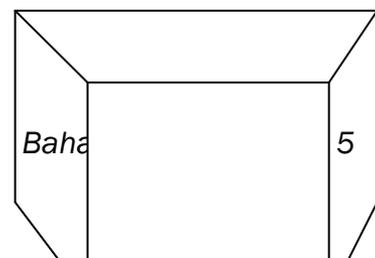
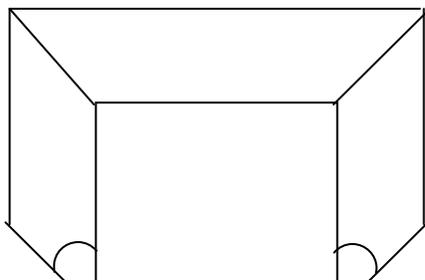
Pengelompokkan prisma atas letak rusuk tegaknya terhadap alas prisma terbagi menjadi prisma tegak dan prisma-prisma miring. Salah satu keluarga prisma yang sangat penting adalah prisma segi empat. Prisma segi empat ada yang alasnya segi empat sembarang dan ada yang alasnya berupa jajargenjang. Prisma yang alasnya berbentuk jajargenjang disebut paralel epipedum atau paralel epipida. Paralel epipida dapat dikelompokkan atas dua jenis yaitu paralel epipida tegak dan paralel epipida miring.



a. Prisma tegak

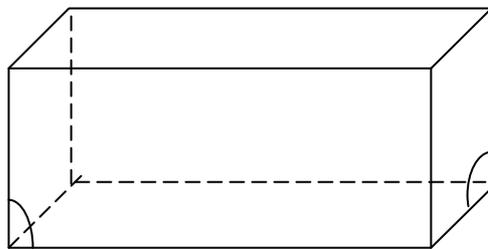


b. Prisma miring

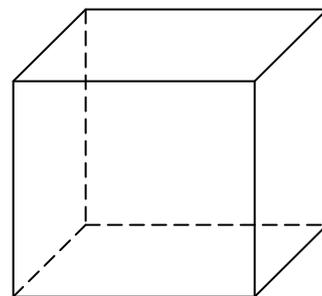


Gambar 5.11

Paralel epipida tegak masih dapat dikelompokkan atas dua jenis lagi yang alasnya daerah jajargenjang dan yang alasnya daerah empat persegi panjang. Paralel epipida tegak yang alasnya daerah persegi panjang disebut balok. Jika dari sisi-sisi tegak sebuah balok adalah persegi, maka balok itu disebut sebuah kubus.

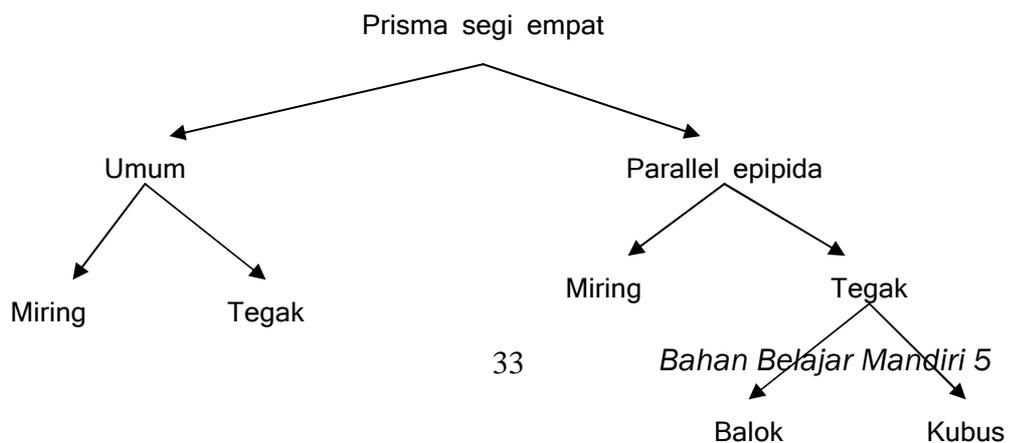


Gambar 5a Balok



b. Kubus

Dari penjelasan di atas, kita dapatkan skema tentang macam-macam prisma segi empat sebagai berikut :



Latihan

1. Gambar bangun ruang berikut :
 - a. limas sisi lima
 - b. prisma sisi tiga
2. Sebutkan banyak titik sudut, rusuk dan sisi dari bangun ruang berikut:
 - a. kubus
 - b. limas sisi tujuh
 - c. prisma sisi lima
3. Bila suatu bangun ruang mempunyai titik sudut sebanyak T , sedangkan banyak rusuk 12. ada berapa banyak sisinya.
4. Gambar suatu kubus dengan ketentuan sebagai berikut :
 - panjang rusuk 6 cm
 - bidang frontal bidang ACGH
 - sudut menyisi 30^0

Rangkuman :

- o Dalam pembelajaran konsep bangun ruang dapat digunakan model atau gambar-gambar merupakan sarana penting dalam pelajaran geometri. Syarat utama untuk semua gambar adalah bahwa gambar itu menggambarkan benda itu dengan tepat.

Untuk menggambar suatu bangun ruang perlu dipahami beberapa pengertian bantuan yaitu :

- Bidang frontal
- Garis vertikal
- Garis frontal horisontal
- Garis ortogonal

- Perbandingan ortogonal
- Sudut menyisi
- Limas ialah suatu benda ruang yang dibatasi oleh sebuah segi banyak dan segitiga-segitiga yang mempunyai titik puncak persekutuan diluar segi banyak tersebut, sedangkan sisi segi banyak itu merupakan alas-alas segitiga-segitiga itu.
- Bidang empat teratur adalah bidang empat yang keempat bidang batasnya kongruen
- Bidang empat tegak adalah bidang empat yang salah satu rusuknya tegak lurus pada bidang alas
- Bidang empat siku-siku adalah bidang empat yang mempunyai tiga rusuk bertemu pada satu titik sudut saling tegak lurus
- Bidang empat sembarang adalah bidang empat yang tidak termasuk salah satu bidang empat di atas.
- Prisma adalah bidang banyak yang dibatasi oleh dua bidang yang sejajar dan beberapa bidang lain yang berpotongan menurut garis-garis yang sejajar
- Prisma yang alasnya berbentuk jajargenjang disebut paralel epipidum atau paralel epipida
- Paralel epipida dapat dikelompokkan atas dua jenis yaitu paralel epipida tegak dan paralel epipida miring
- Paralel epipida tegak yang alasnya daerah persegipanjang disebut balok, jika alasnya dari sisi-sisi tegak sebuah balok adalah persegi, maka balok itu disebut kubus.

Tes Formatif 1

1. Gambar prisma ABCD, EFGH dengan ketentuan bidang DCFE merupakan bidang frontal
2. Gambar limas segi empat beraturan p ABCD dengan aturan-aturan berikut ini :
 - panjang rusuk atas 4 cm

- bidang ρ AC frontal dengan AC horisontal
- sudut simpang 60^0
- perbandingan ortogonal $\frac{1}{3}$

Glossarium

- Bidang frontal
- Euler
- Gambar
- Garis frontal horisontal
- Garis vertikal
- Limas
- Model
- Perbandingan ortogonal
- Persegi
- Persegipanjang
- Polihedron
- Prisma
- Segitiga
- Sudut menyisi
- Sudut siku-siku