Chapter 4

REGRESI LINIER SEDERHANA

(PERKIRAAN INTERVAL DAN PENGUJIAN HIPOTESIS)

PowerPoint® Slides
by **Yana Rohmana**
Education University of Indonesian

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

Jl. Dr. Setiabudi 229 Bandung, Telp. 022 2013163 - 2523

Interval Estimation

- Nilai b = 0,509 ini merupakan perkiraan tunggal parameter B, yaitu koefisien regresi sebenarnya ($Y_i = A + BX + \varepsilon_i$). Khusus dalam hal ini, kalau X = pendapatan dan Y = konsumsi, koefisien regresi merupakan MPC. Pertanyaan yang timbul : **Seberapa jauh perkiraan b ini dapat dipercaya kebenarannya**?
- Ide dasar perkiraan interval adalah kita mengharapkan bahwa nilai B yang sebenarnya itu akan terletak dalam suatu interval (dengan nilai batas bawah dan atas) dengan tingkat keyakinan tertentu, katakan 95%.
- Berdasarkan contoh soal pada chapter 3 sebelumnya, buat perkiraan interval untuk B, kalau tingkat keyakinan sebesar 95%!
- Rumus perkiraan interval B adalah:

$$b - t_{\alpha/2}\, S_b \le B \le b + t_{\alpha/2}\, S_b$$

atau :

$$b - t_{\alpha/2} \frac{S_e}{\sqrt{\sum x_i^2}} \le B \le b + t_{\alpha/2} \frac{S_e}{\sqrt{\sum x_i^2}}$$

di mana:

$$S_e = \sqrt{\frac{1}{n-2}} \sum e_i^2 = \sqrt{\frac{1}{n-2}} \left(\sum y_i^2 - b^2 \sum x_i^2 \right)$$

Interval Estimation

- JAWABAN:
- Diketahui; $b = 0{,}5091$ $S_b = 0{,}0357$ $(1 - \alpha) = 0{,}95$
  $\alpha = 0{,}05$

  dari table t, $t_{\alpha/2(n-2)} = t_{0,025(8)} = 2{,}306$

  $\mathbf{b - t_{\alpha/2}\, S_b \leq B \leq b + t_{\alpha/2}\, S_b}$

  $0{,}5091 - 2{,}306(0{,}0357) \leq B \leq 0{,}5091 + 2{,}306(0{,}0357)$

  $0{,}5091 - 0{,}0823 \leq B \leq 0{,}5091 + 0{,}0823$

  $\mathbf{0{,}4268 \leq B \leq 0{,}5914}$
- Dengan tingkat keyakinan sebesar 95%, dalam jangka panjang kita harapkan bahwa interval seperti (0,4268 – 0,5914) akan memuat nilai parameter B yang sebenarnya.
- Kemudian , buat juga perkiraan interval A dengan tingkat keyakinan sebesar 95% !

Interval Estimation

- $a - t_{\alpha/2} S_a \leq B \leq a + t_{\alpha/2} S_a$

  24,4545 – 2,306(6,4138) ≤ A ≤ 24,4545 + 2,306(6,4138)

  24,4545 – 14,7902 ≤ A ≤ 24,4545 – 14,7902

  9,66 ≤ A ≤ 39,25

- Artinya, dengan tingkat keyakinan sebesar 95%, dalam jangka panjang interval 9,66 sampai 39,25 akan memuat nilai parameter A yang akan sebenarnya.

Pengujian Hipotesis Koefisien Regresi

- Teori pengujian hipotesis berkenaan dengan pengembangan aturan-aturan atau prosedur untuk memutuskan apakah kita harus menerima atau menolak hipotesis nol.
- Sebetulnya, menolak H_o berarti menerima H_a, sebaliknya kalau menerima H_o berarti menolak H_a. biasanya kita berkenaan dengan H_o, keputusan mengenai H_a hanya merupakan kosekuensi logis saja.
- Ada dua pendekatan yang saling berkomplementer, untuk menentukan aturan-aturan yang dimaksud, yaitu interval keyakinan (*confidence intervals*) dan uji signifikansi (*test of significant*).

Pengujian Hipotesis dengan Pendekatan Interval Keyakinan

- Pengujian hipotesis dengan pendekatan interval keyakinan terdiri dari langkah-langkah berikut.
- Pertama: Dihitung perkiraan interval dari parameter yang bersangkutan, dengan tingkat keyakinan tertentu, yaitu $(1 - \alpha)$. Nilai $\alpha = 0{,}01$ atau 0,05
- Kedua: Kemudian dicek, apakah nilai parameter berdasarkan hipotesis nol terletak di dalam interval atau tidak. Kalau ya, H_o diterima, kalau tidak H_o ditolak.
- Dengan menggunakan contoh soal sebelumnya misalnya kita menganggap bahwa besarnya MPC (*marginal propensity to consume*) yang dinyatakan dalam parameter B sebesar 0,3 dengan alternatif tidak sama.
- Pergunakan tingkat signifikan sebesar 0,05 dengan pendekatan perkiraan interval.

Pengujian Hipotesis dengan Pendekatan Interval Keyakinan

- JAWABAN:

  $H_o : B = 0{,}3$

  $H_a : B \leq 0{,}3$
- Berdasarkan contoh soal sebelumnya sudah kita hitung bahwa dengan tingkat keyakinan sebesar 95%, dalam jangka panjang, interval 0,4268 asmpai 0,5914 akan memuat nilai parameter B.
- Interval keyakinan $0{,}4268 < B < 0{,}5914$ ternyata tidak memuat nilai hipotesis nol , $B = 0{,}3$
- Jadi, hipotesis atau pendapat bahwa MPC = B = 0,3, ditolak.

Pengujian Hipotesis dengan Pendekatan Uji Signifikan (Nyata)

- uji-signifikan adalah suatu prosedur untuk suatu hasil perhitungan berdasarkan sample, untuk memeriksa benar tidaknya suatu hipotesis nol.
- Uji signifikan misalnya melalui **Uji-t**
- Pengujian hipotesis yang kita bahas ada 2 yaitu uji satu arah (*one-tail test*) dan uji dua arah atau *two-tail test*, karena kita berhubungan dengan dua ekor distribusi probabilitas (*normal test, t test*) yang merupakan daerah kritis (daerah penolakan) dan tolak H_o kalau nilai t yang dihitung berdasarkan data hasil observasi jatuh/ berada dalam daerah penolakan.

TEST-SIGNIFICANCE APPROACH: ONE-TAILED T-TEST DECISION RULE

Step 1: $H_0: \hat{\beta}_2 \leq \beta_2 \quad \left(H_0: \hat{\beta}_2 \geq \beta_2\right)$

$H_1: \hat{\beta}_2 > \beta_2 \quad \left(H_1: \hat{\beta}_2 < \beta_2\right)$

State the hypothesis

Step 2: $$t^* = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{Se\left(\hat{\beta}_2\right)}$$

Computed value

Step 3: check t-table for $t^c_{\alpha, n-2}$

look for critical t value

Step 4: compare t^c and t^*

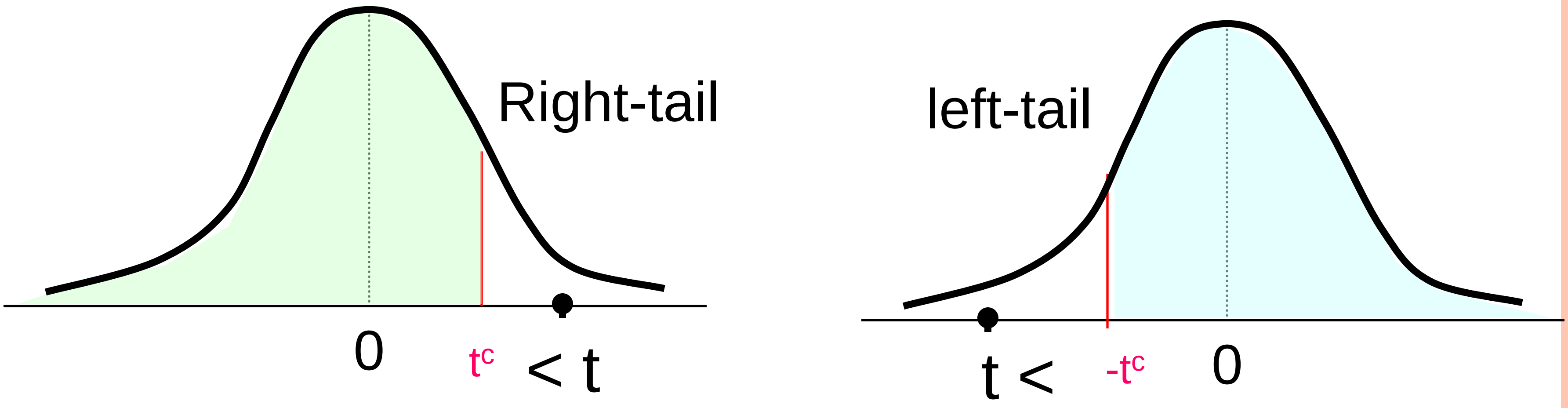
ONE-TAILED T-TEST DECISION RULE

Decision Rule

Step 5: If $t > t^c$ ==> reject H_0

If $t < t^c$ ==> not reject H_0

Right-tail



(If $t < - t^c$ ==> reject H_0)

(If $t > - t^c$ ==> not reject H_0)

Left-tail

TWO-TAILED T-TEST

1. $H_0 : \hat{\beta}_2 = \beta_2$

   $H_1 : \hat{\beta}_2 \neq \beta_2$

State the hypothesis

2. Compute $t = \dfrac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{Se(\hat{\beta}_2)}$

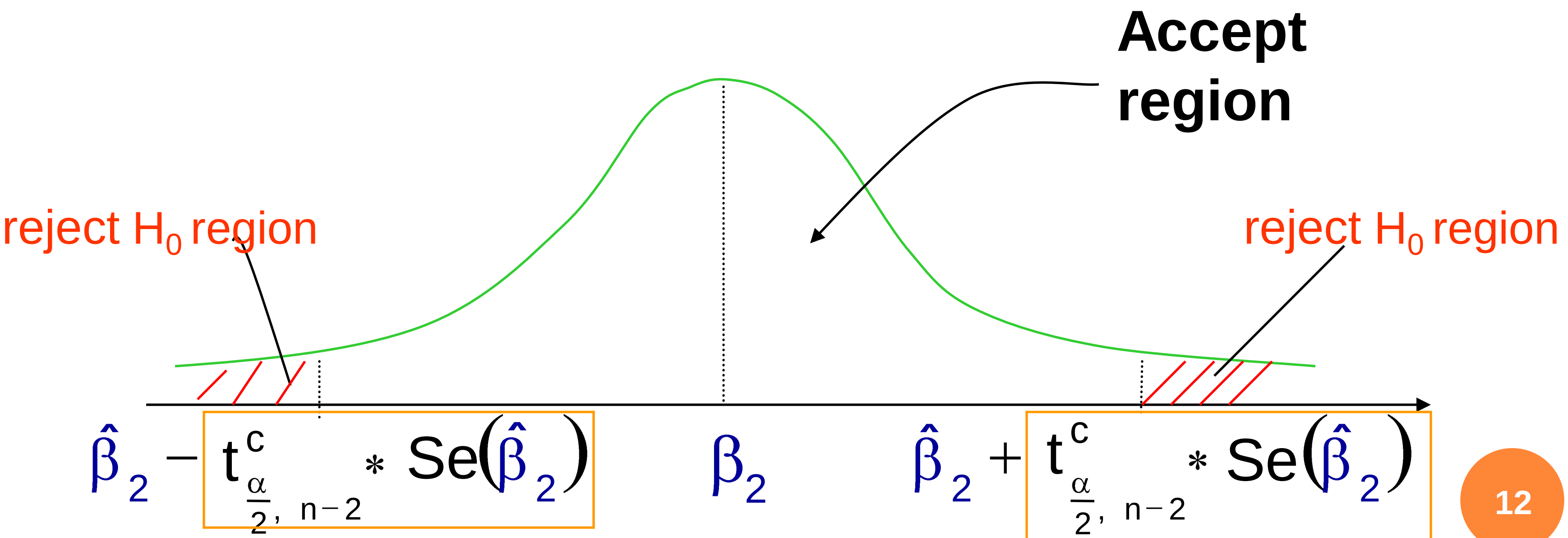
3. Check t-table for critical t value: $t^{c}_{\frac{\alpha}{2},\ n-2}$

Two-Tailed t-test (cont.)

4. Compare t and t^c

Decision Rule:

5. If $t > t^c$ or $-t < -t^c$, then reject $\mathbf{H_o}$
   or $|t| > |t^c|$



One-Tailed t-test

We also could postulate that:

$$H_0: \hat{\beta}_2 \leq 0.3$$

$$H_1: \hat{\beta}_2 > 0.3$$

1. Compute:

$$t = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{Se(\hat{\beta}_2)}$$

$$t = \frac{0.5091 - 0.3}{0.0357} = \frac{0.2091}{0.0357} = 5.857$$

ONE-TAILED T-TEST (CONT.)

2. Check t-table for $t^{c}_{0.05,\ 8}$

   where $t^{c}_{0.05,\ 8}$ =1.860

$\alpha = 0.05$

3. Compare t and the critical t

$$t = 5.857 > t^{c}_{0.05,\ 8} = 1.860$$

$$\therefore \quad \text{reject } H_0$$

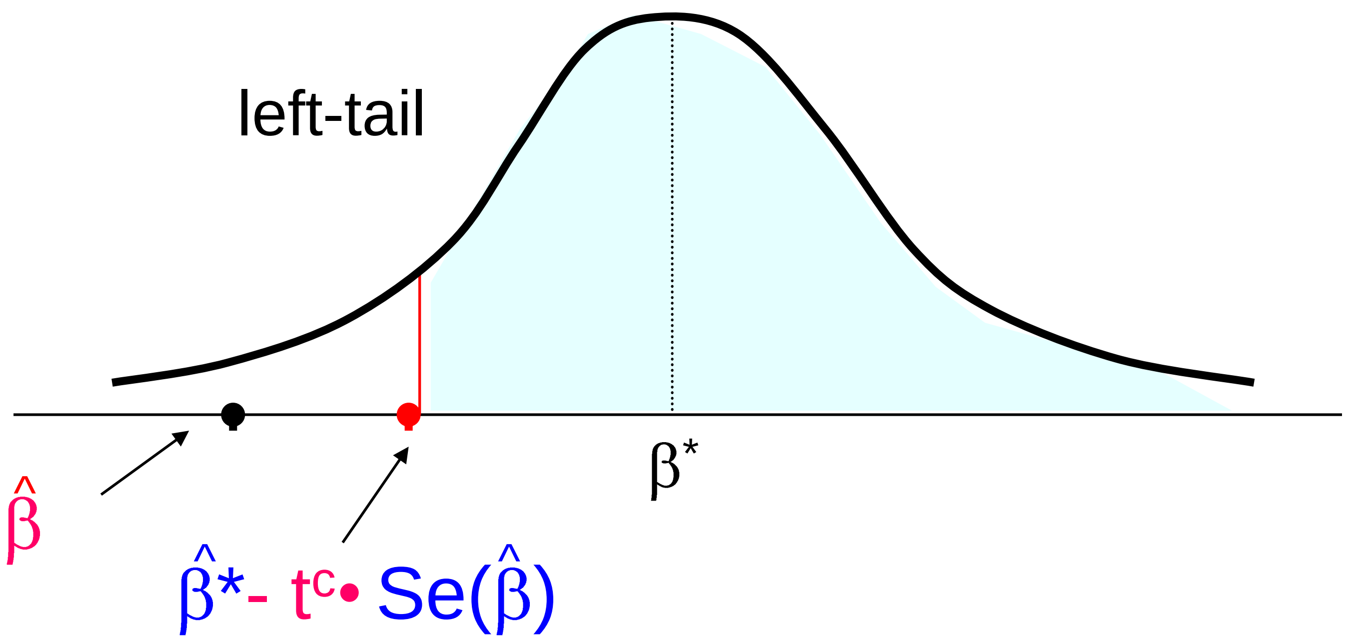
ONE-TAILED T-TEST (CONT.)

$H_0 : \hat{\beta}_2 \geq \beta_2^*$

$H_1 : \hat{\beta}_2 < \beta_2^*$

" Decision rule for left-tail test"

If t < **- $t^c{}_\alpha$, df** => reject H_0



TWO-TAILED T-TEST

Suppose we postulate that

$$H_0: \hat{\beta}_2 = 0.3$$

$$H_1: \hat{\beta}_2 \neq 0.3$$

Is the observed $\hat{\beta}_2$ compatible with true β_2 ?

(1) From Confidence-interval approach:

95% confidence-interval is (0.4268, 0.5914) which does not contain the true β_2.

The estimated β_2 is not equal to 0.3

(2) From Significance test approach:

Compare t-value and the critical t-value:

$$t = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{Se\left(\hat{\beta}_2\right)} = \frac{0.5091 - 0.3}{0.0357} = \frac{0.2091}{0.0357} = \underline{5.857}$$

$t^c_{0.025,\ 8} = 2.306$

,

$t = 5.857 > t^c_{0.025,\ 8} = 2.306$ ==> reject H_0

It means the estimated β_2 is not equal 0.3

Analisis Varian (ANAVAR)

$$\sum y_i^2 = \sum \hat{y}_i^2 + \sum e_i^2 = b^2 \sum x_i^2 + \sum e_i^2$$

Jika:

$\sum y_i^2$ = TSS (= Total Sum of Square)

$\sum \hat{y}_i^2$ = ESS (= Explained Sum of Square)

$\sum e_i^2$ = RSS (= Residual Sum of Square)

Tabel ANAVAR

Sumber Varian	Jumlah Kuadrat (SS)	Df	Rata-rata Kuadrat (MS)	F
Dari Regresi	$\sum \hat{y}_i^2 = b^2 \sum x_i^2$	1	$ESS/df = b^2 \sum x_i^2$	$F = \dfrac{ESS/df}{RSS/df}$
Dari Kesalahan Pengganggu (RSS)	$\sum e_i^2$	$(n - 2)$	$RSS/df = \sum e_i^2 / (n-2) = S_e^2$	
Total Jumlah Kuadrat (TSS)	$\sum y_i^2$	$(n - 1)$		

Keputusan yang diambil pedomannya:

Jika $F > F_{\alpha\,(v1,\,v2)}$, H_o ditolak

Jika $F \leq F_{\alpha\,(v1,\,v2)}$, H_o diterima

Beberapa model fungsi regresi

Tife Fungsi Regresi	Model Regresi	Slope	Elastisitas
Linier	$\mathbf{Y = \beta_0 + \beta_1 X + e}$	β_1	β_1 X/Y
Log-log	$\mathbf{\ln(Y)=\beta_0 + \beta_1 \ln(X)+e}$	β_1 Y/X	β_1
Semilog (linier-log)	$\mathbf{Y = \beta_0 + \beta_1 \ln(X)+e}$	β_1 1/X	β_1 1/Y
Semilog (log-linier)	$\mathbf{Ln(Y) = \beta_0 + \beta_1 X+e}$	β_1 Y	β_1 X
Resiprokal	$\mathbf{Y = \beta_0 + \beta_1 1/X + e}$	$-\beta_1$ $1/X^2$	$-\beta_1$ 1/XY
Log inverse	$\mathbf{Ln(Y) = \beta_0 + \beta_1 1/X + e}$	$-\beta_1$ Y/X^2	$-\beta_1$ 1/X

QUIZ

TERIMA KASIH

NEXT CHAPTER :

ANALISIS REGRESI LINIER BERGANDA : PERSOALAN ESTIMASI