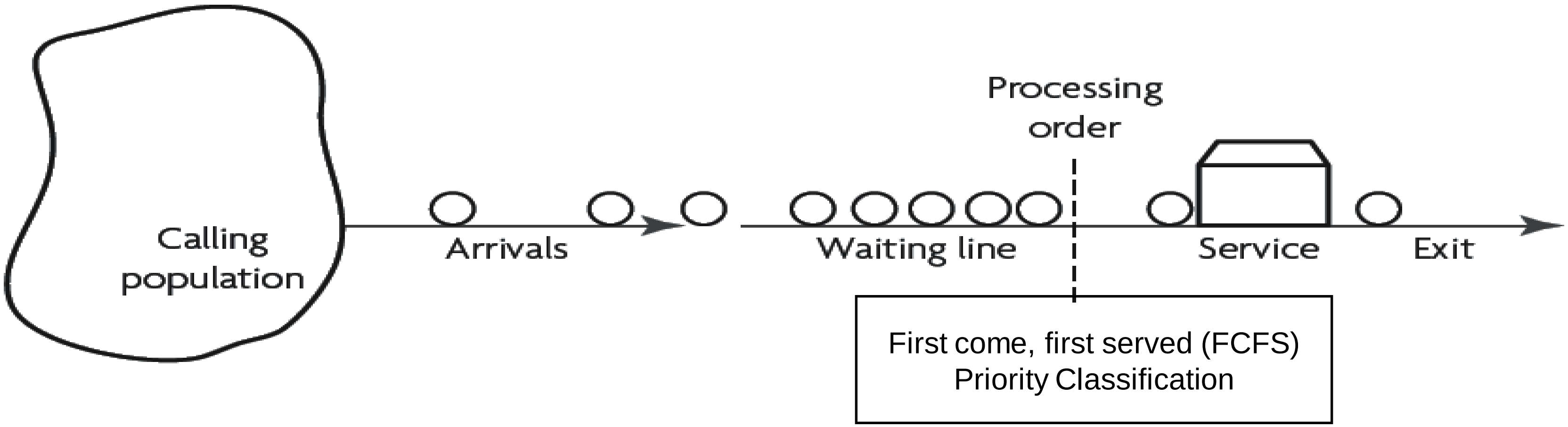
TEORI ANTRIAN
(WAITING LINES THEORY)

Oleh :
Rofi Rofaida,SP.,M.Si
Program Studi Manajemen
Fakultas Pendidikan Ekonomi dan Bisnis
Universitas Pendidikan Indonesia

KOMPONEN – KOMPONEN DALAM SISTEM ANTRIAN (1)



Sumber : Stevenson and Ozgur, 2007, The McGraww-Hill Companies

Penerapan Teori antrian (waiting line) tidak hanya terbatas pada industri manufaktur saja tetapi berlaku juga pada industri jasa seperti antrian di bank, antrian di loket, dsb.

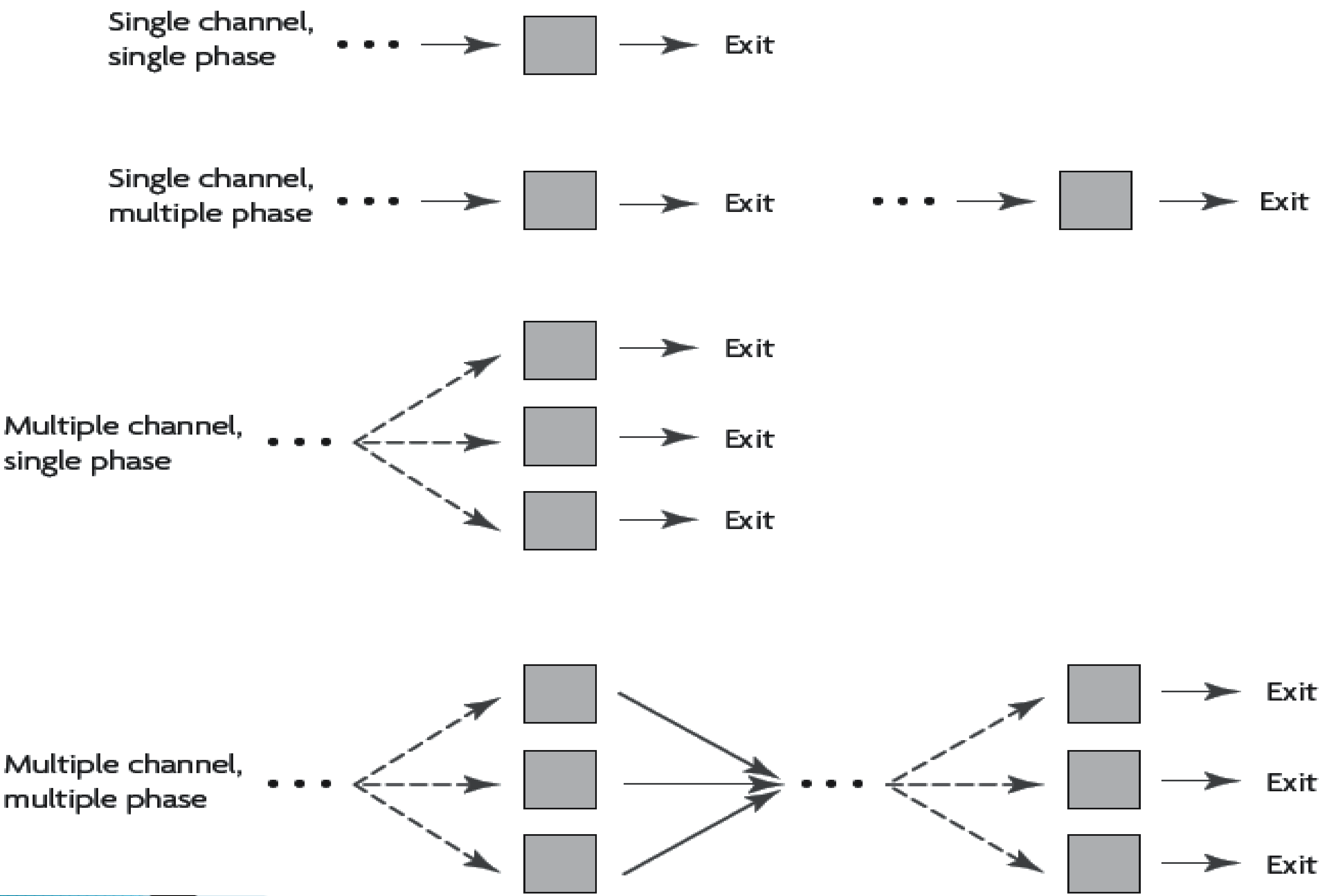
KOMPONEN-KOMPONEN DALAM SISTEM ANTRIAN (2)

Calling population	= populasi yang akan memasuki sistem antrian
arrivals	= tingkat kedatangan
Waiting line	= antrian
Processing order	= sistem prosesing yang berlaku
service	= pelayanan
exit	= keluar dari sistem antrian

ASUMSI DASAR TEORI ANTRIAN

- Tingkat kedatangan mengikuti distribusi Poisson.
- Tingkat pelayanan mengikuti distribusi eksponential negatif
- Sistem pelayanan adalah FCFO *(first come first order)*
- Populasi yang akan memasuki antrian tidak terbatas
- Steady state
- Panjang antrian tidak terbatas

BENTUK SISTEM ANTRIAN



Sumber : Stevenson and Ozgur, 2007. The McGraww-Hill Companies

OPERATING CHARACTERISTICS

α= the arrival rate

μ= the service rate

***L**q* = the average number waiting for service

L = the average number in the system (i.e., waiting for service and being served)

P_0 = the probability of zero units in the system (%)

ρ = the system utilization (percentage of time servers are busy serving customers)

W_a = the average time customers must wait for service

W = the average time customers spend in the system (i.e., waiting for service and service time)

P_n = the probability of n units in the system (%)

BENTUK SISTEM ANTRIAN :
Basic Single-Channel (M/M/1) Model

- A Basic single-channel model digunakan jika :
  - Hanya ada satu pusat pelayanan/server
  - Asumsi tingkat kedatangan mengikuti distribusi Poisson
  - Asumsi tingkat pelayanan mengikuti distribusi eksponential negatif
  - First-come, first-served processing order.
  - Populasi kedatangan tidak terbatas
  - Panjang antrian tidak terbatas

Operating Characteristics untuk Basic Single Channel Models (1)

Performance measures	Formula
System utilization	$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$
Average number in line	$Lq = \frac{\rho^2}{1-\rho}$
Average number in system	$L = \frac{\rho}{1-\rho}$
Average time in line	$Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$

Operating Characteristics untuk Basic Single Channel Models (2)

Performance measures	Formula
Average time in system	$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$
Probability of zero units in the system	$Po = 1 - \rho$
Probability of n units in the system	$Pn = (1 - \rho)\rho^n$

Example 1:

Penumpang kereta api datang pada sebuah loket mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata tk kedatangan 20 per jam. Misalkan rata-rata setiap penumpang dapat dilayani 2 menit dan tingkat pelayanan mengikuti distribusi eksponential negatif serta sistem dalam keadaan steady state, carilah :

(a).P_4, (b). L, (c). L_q, (d). W, (e)W_q, (f) P_0

Jawab 1 :

$$\rho = \frac{20}{30} = 2/3 = 0.667$$

$$P4 = (1-0.667)(0.667)^4 = 0.066 = 6.6\%$$

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0.667}{(1-0.667)} = 2 orang$$

$$Lq = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{(0.667)^2}{(1-0.667)} = 1.33 orang$$

jawab :

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{(30-20)} = 0.10\, jam / 6 menit$$

$$Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{20}{30(30-20)} = 4 menit$$

$$P0 = (1 - 0.667) = 0.33 = 33\%$$

Example 2:

Misalkan kepala stasiun memutuskan utk memperbaiki kualitas pelayanan dengan menyewa penjaga yg lebih trampil. Dengan cara ini waktu pelayanan diperkirakan akan berkurang dari 2 menit menjadi 1.5 menit/penumpang. Konsekuensinya kepala stasiun harus membayar gaji penjaga trampil Rp.12.000/jam sedangkan gaji penjaga sebelumnya adalah Rp.6000/jam. Kepala stasiun juga memperkirakan bahwa biaya menunggu/antri adalah Rp.500/menit dan loket harus tetap dibuka 8 jam/hari. Haruskah kepala stasiun mengganti penjaga yang ada dengan yg baru?

Jawab 2

Kondisi 1

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{20}{30(30-20)} = 4 menit$$

Kondisi 2

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{20}{40(40-20)} = 1.5 menit$$

Jawab 2 (cont'd)

Karena rata-rata tk kedatangan 20 orang/jam dan loket dibuka 8 jam/hari,maka banyaknya pengantri diperkirakan 160 orang.

- Jumlah waktu menunggu utk kondisi 1 :

  160x4 menit = 640 menit

- Jumlah waktu menunggu utk kondisi 2 :

  160 X1.5 menit =240 menit.

- Pelayan yg ada dibayar :

  Rp.6000/jam X 8 jam = Rp 48.000

- Pelayan kondisi 2 :

  Rp.12.000/jam X 8 jam =Rp.9.600,

Jawab 2 (cont'd)

	Kondisi 1	Kondisi 2
Biaya tunggu	640 menit x Rp. 500/menit = Rp.320.000	240 menit XRp.500 /menit = Rp.120.000
Biaya pelayanan	Rp.6000/jam X 8 jam = Rp 48.000	Rp.12.000/jam X 8 jam =Rp.96.000,

Kesimpulan : dgn mengganti pelayan yang ada dengan pelayanan yg lebih trampil, kepala stasiun dapat menurunkan biaya total

Bentuk Sistem Antrian : Multiple-Channel Model

- The multiple-channel model tepat untuk kondisi :
  1. Tingkat kedatangan mengikuti distribusi Poisson
  2. Tingkat pelayanan mengikuti distribusi
  3. First-Come, first-served processing order.
  4. Lebih dari satu pusat pelayanan/server
  5. Populasi kedatangan tidak terbatas
  6. Tingkat pelayanan/kemampuan melayani setiap server diasumsikan sama

Operating Characteristics untuk Multiple Channel Models (1)

Performance measures	Formula
System utilization	$\rho = \dfrac{\lambda}{c\mu}$
Average number in line	$L_q = \dfrac{P_0 (\lambda/\mu)^c \, \lambda/c\mu}{c!\,(1 - \lambda/c\mu)^2}$
Average number in system	$L = L_q \dfrac{\lambda}{\mu}$
Average time in line	$W_q = \dfrac{L_q}{\lambda}$

Operating Characteristics untuk Multiple Channel Models (2)

Performance measures	Formula
Average time in system	$W = W_q + \frac{1}{\mu}$
Probability of zero units in the system	$P_o = \dfrac{1}{\sum_{n=0}^{n=c-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!(1-\lambda/c\mu)}}$
Probability of n units in the system	$Pn = \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} XPo$ jika n ≤ c $Pn = \frac{(\lambda/\mu)^n}{c!c^{n-c}} XPo$ jika n > c