BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar belakang

Logam memegang peranan penting dalam kehidupan manusia, misalnya besi dalam produksi otomobil, tembaga untuk penghantar listrik, dan lain-lain. Umumnya logam memiliki sifat kekuatan fisik tinggi, kerapatan tinggi, konduktivitas listrik dan termal baik, dan daya refleksi tinggi. Sifat ini berkaitan dengan struktur mikroskopik bahan, yang dapat diasumsikan bahwa suatu logam mengandung electron bebas, dengan konsentrasi besar, yang dapat bergerak dalam keseluruhan volume kristal.

Saat atom bebas membentuk logam, semua electron valensi menjadi electron kondusi dalam logam. Electron konduksi bergerak bebas diantara ion, sehingga keadaannya berubah tajam. Berbeda dengan electron "cores" yang tetap terlokalisasi sehingga karakternya relative tidak berubah. Dengan demikian, gambaran sederhana tentang kristal logam adalah suatu kisi ion teratur dalam ruang, dan elektron bebas bergerak diantara ion tersebut. Gambaran lebih lengkapnya, bahwa ion bergetar secara termal

1.2. Tujuan

Makalah ini disusun agar mahasiswa mengetahui bagaimana keadaan elektron dalam sebuah atom kristal

1.3. Rumusan masalah

a) Bagaimana tingkatan energi dalam atom ?
b) Bagaimana peluang suatu partikel untuk berada di tingkat energi ?
c) Berapa besar kecepatan elektron dalam atom kristal ?
d) Bagaimana kondisi distribusi elektron dalam kristal ?

1.4. Sistematika Penulisan

Makalah ini terdiri dari 4 bab, yaitu

Bab I Pendahuluan

1.1) Latar belakang

1.2) Tujuan

1.3) Rumusan masalah

1.4) Sistematika

Bab II Isi

2.1) Tingkat energi

2.2) Energi Fermi

2.3) Distribusi Fermi-Diract

2.4) Kecepatan Fermi

2.5) Rapat Keadaan

2.6) Temperatur Fermi dan Kapasitas Panas Elektron

Bab III Kesimpulan

Daftar Pustaka

BAB II
ISI

Pada bab ini, giliran elektron yang mendapat bagian untuk dibahas secara khusus, mengingat gerakan elektron dalam zat padat sangat berbeda dari gerakan atom-atom dalam kristal. Secara umum setiap jenis bahan padat yang disusun oleh atom-atom selalu mengandung elektron-elektron. Namun demikian, elektron-elektron tersebut ada yang terikat erat pada ikatan atom-atom dan ada juga yang bebas. Elektron dikatakan bebas bilamana elektron tersebut dapat bergerak secara bebas dari satu titik ke titik lain di seluruh kristal. Dengan kata lain elektron bebas didefinisikan sebagai elektron yang dapat bergerak bebas tanpa adanya gaya luar yang mempengaruhi, dan memiliki energi potensial nol $\left(V(r)=0\right)$. Elektron yang bersifat demikian disebut elektron bebas. Sedangkan elektron yang tidak dapat bergerak bebas, yaitu elektron yang terikat dalam atom maupun ikatan antar atom, disebut elektron terikat. Struktur ikatan pada bahan loham memungkinkan zat padat jenis ini mengandung elektron bebas. Sedangkan bahan bukan logam lainnya, yaitu bahan-bahan yang mempunyai ikatan ionik atau kovalen, tidak memiliki elektron bebas. Dengan adanya elektron bebas ini logam mempunyai sifat-sifat yang khas, antara lain merupakan penghantar listrik dan penghantar panas yang baik serta permukaannya mengkilat (sifat pantulnya baik).

2.1 Tingkat energi

Berbagai orbit yang diijinkan berkaitan dengan energi electron yang berbeda-beda. Energi elektron E_n dinyatakan dalam jari-jari orbit r_n diberikan pada persamaan berikut ini :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\in_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) = \frac{E_1}{n^2} \qquad \text{dengan n = 1, 2, 3, ...}$$

Energi yang ditentukan oleh persamaan diatas disebut tingkat energi. Tingkat energi ini semuanya negatif , hal ini menyatakan bahwa elektron tidak memiliki energi yang cukup untuk melarikan diri dari inti.

Tingkat energi yang terendah E_1 disebut keadaan dasar (status dasar) dari atom itu dan tingkat energi yang lebih tinggi $E_2, E_3, E_4, ...$ di sebut keadaan eksitasi (status eksitasi). Ketika bilangan kuantum n bertambah, energi E_n yang bersesuaian mendekati nol; dalam limit n = ∞, $E_\infty = 0$ dan elektronnya tidak lagi terikat pada inti untuk membentuk atom. Energi positif untuk kombinasi inti elektron berarti behwa elektronnya tidak terikat pada inti dan tidak ada syarat kuantum yang harus dipenuhinya; kombinasi yang seperti itu tidak membentuk atom.

2.2 Energi fermi

Pengertian Energi Fermi

Energi Fermi adalah tingkat energi tertinggi yang ditempati elektron pada suhu $T = 0K$ (pada keadaan dasar). Energi Fermi merupakan suatu kuantitas yang sangat penting dalam sistem fermion (elektron adalah fermion). Fermion adalah sistem partikel dengan fungsi gelombang yang saling bertumpangan, yang memiliki spin setengah bilangan bulat-ganjil ($\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} ...$).

Fermion memenuhi prinsip ekslusi Pauli, dan fungsi gelombang sistem fermion berubah tanda terhadap pertukaran setiap pasangan partikel. Fungsi gelombang semacam ini disebut antisimetrik. Hanya satu fermion yang diperbolehkan terdapat pada keadaan kuantum tertentu dari sistem tersebut.

* Sistem dua partikel yang terbedakan

  Terdapat dua partikel, partikel 1 dan 2, yang berada dalam keadaan a dan keadaan b. Jika kedua partikel tersebut terbedakan, maka terdapat dua kemungkinan terisinya keadaan yang diperoleh oleh fungsi gelombang:

$$\Psi_1 = \Psi_a(1)\Psi_b(2)$$

$$\Psi_{11} = \Psi_a(2)\Psi_b(1)$$

Untuk fermion, kemungkinan untuk mendapatkan kedua partikel tersebut dalam keadaan yang sama (misal pada keadaan a) adalah:

$$\Psi_F = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\Psi_a(1)\Psi_a(2) - \Psi_a(2)\Psi_a(1)\right] = 0$$

Jadi, dalam sistem fermion, kehadiran partikel dalam keadaan kuantum tertentu dapat mencegah partikel lain untuk berada dalam keadaan itu (hal ini terjadi karena untuk fermion berlaku prinsip ekslusi Pauli).

* Sistem dua partikel tak terbedakan

Jika terdapat partikel yang tidak dapat dibedakan, maka posisi masing-masing partikel tidak dapat ditentukan, dan fungsi gelombangnya harus merupakan kombinasi dari Ψ_1 dan Ψ_2, untuk mencerminkan peluang yang sama.

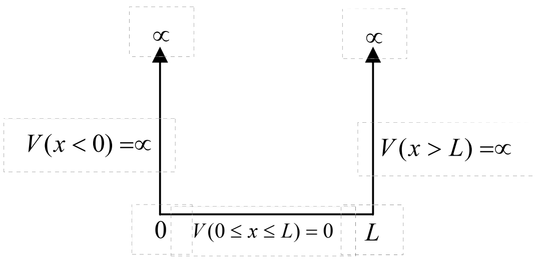
Untuk fermion, fungsi gelombang anti simetriknya adalah:

$$\Psi_F = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\Psi_a(1)\Psi_b(2) - \Psi_a(2)\Psi_b(1)\right]$$

Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ diperlukan untuk menormalisasi fungsi gelombang tersebut.

Penentuan Besarnya Energi Fermi

Bayangkan sebuah elektron bebas bergerak dalam sebuah sumur potensial (daerah yang membatasi gerak elektron, dimana daerah tersebut memiliki energi potensial tak hingga $\propto$), yang lebarnya L dan kedalamannya $\propto$. Asumsikan bahwa pada daerah 0 – L energi potensialnya sama dengan 0. Jika partikel tidak memiliki energi potensial, maka persamaan eigen valuenya (P.S) adalah:



$$H\Psi(x) = E\Psi(x)$$

* Untuk 1 dimensi

Besarnya harga $E\Psi(x)$ adalah

$$\text{P.S :}\quad \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{d^2}{dx^2}+V(x)\right]\Psi(x) = E\Psi(x)$$

dimana pada elektron bebas: $V(x) = 0$

$$\therefore -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\Psi = E\cdot\Psi(x) \text{ ....(1)}$$

dan solusinya adalah:

$$A\sin kx + B\cos kx$$

Agar $\Psi(x=0)=\Psi(x=L)=0$ maka besarnya x haruslah sama dengan 0. Untuk $x=0$, maka:

$$\Psi(0) = A\sin k0 + B\cos k0$$

$\sin 0 = 0$, maka $A \neq 0 = c$,

dan

$\cos 0 = 1$, agar $\Psi(0) \Rightarrow 0$ maka $B = 0$

$$\therefore \Psi(x) = A\sin kx \text{ ....(2)}$$

Jika persamaan (2) disubtitusikan ke dalam persamaan (1), maka didapat:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(-k^2)A\sin kx = E \cdot A\sin kx$$

$$\boxed{E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2} \quad \Rightarrow \quad \text{bila } \boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}} \text{ ....k(1)}$$

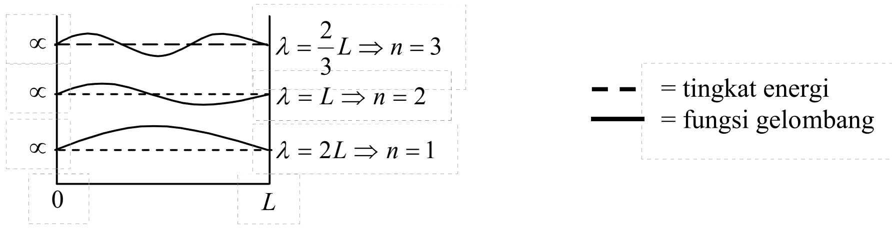
Karena $\Psi(x=0)=\Psi(x=L)=0$, maka:

$$\Psi(x=L) \Rightarrow 0 = A\sin kL$$

$$\sin kL = 0 \ \Rightarrow kL = n\pi$$

$$k = \frac{n\pi}{L} \text{ ....k(2)}$$

Bila persamaan k(1) disubtitusikan ke dalam persamaan k(2), maka:



$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{n\pi}{L} \Rightarrow L = \frac{n\lambda}{2}$$

* Untuk harga n terkecil

$$n = 1 \Rightarrow L = \frac{\lambda}{2}$$

panjang gelombang yang diperoleh kecil (minimum)

* Untuk harga n terbesar

$$n = 3 \Rightarrow L = \frac{3}{2}\lambda$$

panjang gelombang yang diperoleh besar (maksimum)

Bila $E = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2$, maka jumlah tingkat energi yang terisi ”penuh” oleh elektron pada $n = \frac{N}{2}$, dimana N adalah jumlah elektron dan angka 2 menunjukan spin elektron (spin up dan spin down), sebesar :

$$\boxed{\therefore E_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{N\pi}{2L}\right)^2 = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2}$$

Energi tersebut dinamakan energi Fermi, yaitu tingkat energi tertinggi yang ditempati elektron pada suhu $T = 0K$ (pada keadaan dasar, yang elektronnya terisi penuh).

Jika suhu $T > 0K$, maka:

- elektron akan mampu bertransisi (loncat) ke tingkat energi yang lebih tinggi.
- sedangkan elektron yang lainnya, pada waktu yang bersamaan, tidak dapat bertransisi ke tingkat energi yang lebih tinggi, hal ini terjadi dikarenakan berlakunya prinsip ekslusi Pauli.

Dari persamaan-persamaan diatas, dapat disimpulkan bahwa semakin banyak gelombang yang terbentuk, maka akan semakin tinggi tingkat energinya.

2.3 Distribusi Fermi Diract

Syarat dari distribusi Fermi Diract adalah :

- Partikelnya tak terbedakan
- Satu keadaan energi hanya dapat diisi oleh satu partikel atau kosong atau memenuhi prinsip eksklusi Pauli.
- Berlaku untuk fermion (partikel spin pecahan misalnya: 1/2,1/3,1/4), electron, proton, neutron dan lain-lain.

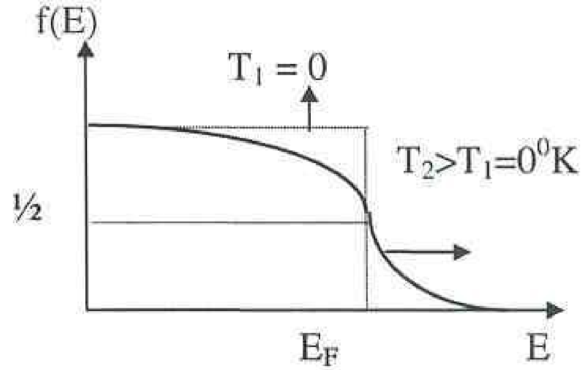
Secara matematis Ditribusi Fermi Diract dapat dituliskan :

$$\boxed{f(E) = \frac{1}{\left(e^{(E-\mu)/k_B T} + 1\right)}}$$

Keterangan :

μ=potensial kimia

f(E)=peluang suatu pertikel untuk berada ditingkat energi E.



* Untuk$T = 0$

$E<E_f \longrightarrow f(E)=1$

$E>E_f \longrightarrow f(E)=0$

dengan kata lain, pada suhu T=0 K semua tingkat energi $E<E_f(0)$ terisi penuh elektron dan $E>E_f(0)$ kosong.

* Untuk T>0 berlaku untuk :

$E<E_F \longrightarrow f(E)<1$

$E=E_F \longrightarrow f(E)=1/2$

$E>E_F \longrightarrow f(E)>0$

hal ini berarti tingkat energi diatas E_F sudah terisi sebagian dan dibawah E_F menjadi kosong sebagaian.

Atau dari grafik dapat pula dijelaskan bahwa grafik tersebut menunjukan bahwa tingkat energi (E) makin tinggi maka peluang untuk tetap diam semakin kecil sehingga peluang untuk loncat akan makin besar. sehingga tingkat energi yang lebih tinggi dari E_f juga ada yang terisi (memiliki peluang),

Sehingga $(E-\mu)\rangle\rangle k_BT$

$$f(E)=\frac{1}{e^{(E-\mu)/k_BT}}=e^{(\mu-E)/k_BT}$$

Untuk Sistem Tiga Dimensi

Partikel bebas V(x)=0

Persamaan schrodenger : $-\frac{\hbar^2}{2m}\underbrace{\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}+\frac{d^2}{dz^2}\right)}_{\nabla^2}\psi(x,y,z)=E\psi(x,y,z)$

$\psi(x,y,z)=f(x)\cdot f(y)\cdot f(z)$

Untuk menentukan $\psi(x,y,z)$ kita gunakan metoda pemisahan variabel (x,y,z)

Sehingga :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{1}{f(x)}\frac{d^2}{dx^2}f(x)+\frac{1}{f(y)}\frac{d^2}{dy^2}f(y)+\frac{1}{f(z)}\frac{d^2}{dz^2}f(z)\right]=\frac{Ef(x)f(y)f(z)}{f(x)f(y)f(z)}$$

Solusinya : $f(x)=A_x\cdot e^{ik_x x}$

$f(y)=A_y\cdot e^{ik_x x}$

$f(z)=A_z\cdot e^{ik_x x}$

$$\therefore \psi(x,y,z)=A\cdot e^{i(k_x\cdot x+k_y\cdot y+k_z\cdot z)}$$

$\boxed{\psi(r)=A\cdot e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r})}}$ $\Longrightarrow$ Simpangan $\bar{e}$ didalam logam

$\vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$

$\vec{k}=k_x\hat{i}+k_y\hat{j}+k_z\hat{k}$

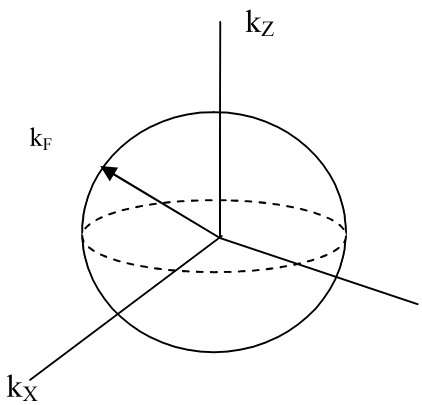
Syarat : $k_x\cdot k_y\cdot k_z=\left|\vec{k}\right|=0;\frac{2\pi}{L};\frac{4\pi}{L}...\frac{2n\pi}{L}$

Dengan n = 0,1,2,3,...

$E=\frac{\hbar^2}{2m}k^2=\frac{\hbar^2}{2m}\left(k_x^2+k_y^2+k_z^2\right)$

Pada keadaan dasar :

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_f^2 \Longrightarrow k_f = \left[\frac{2m}{\hbar^2} E_f \right]^{\frac{1}{2}}$$



$$k_f = \frac{2n\pi}{L} \Longrightarrow \text{n=0,1,2,3,…}$$

k_f merupakan vektor gelombang fermi.

2.4 Kecepatan fermi diract

Elektron yang berada dalam posisi $\psi_{(k)}$ bergerak melewati kristal dengan kecepatan yang berhubungan terhadap energi dari posisi tersebut. Kecepatan elektron pada tingkat Fermi (v_F) dapat diperoleh dari energi fermi seperti berikut:

$$\boxed{E_F = \frac{\hbar^2}{2m} k_F^{\ 2}}$$

maka: $k_F = \left[\frac{2m}{\hbar^2} E_F \right]^{\frac{1}{2}}$ ....(1)

Harga k tidak dibatasi sehingga energi elektron tidak terkuantisasi. Tetapi bila elektron bebas tersebut bergerak dalam suatu kubus dengan rusuk L, maka haruslah dipenuhi:

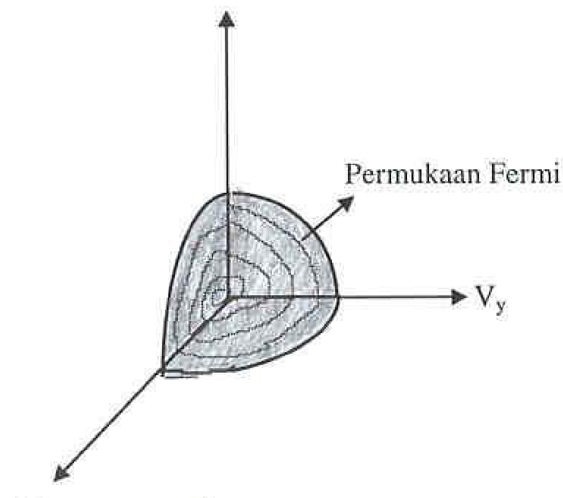
$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right)$$

$n_x = n_y = n_z = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

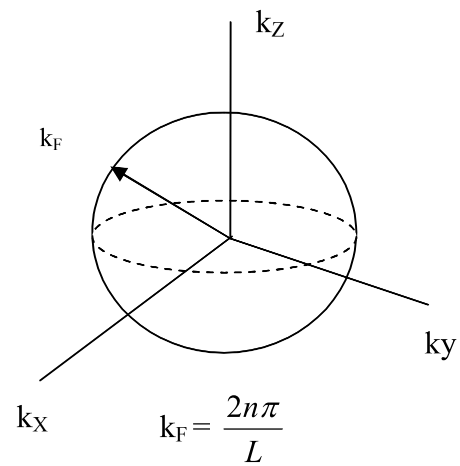
Pada suhu T = 0^o, kecepatan elektron menjadi:

$V \leq V_F$

Bila elektron digambarkan dalam ruang kecepatan (akan diperoleh permukaan Fermi yang berbentuk permukaan bola dan disebut bola Fermi, seperti pada gambar di bawah ini:



a.



Dalam ruang k, setiap elektron direpresentasikan oleh volume sebesar $\left[\frac{2\pi}{L}\right]^3$, yaitu masing-masing untuk $\Delta n_x = \Delta n_y = \Delta n_z = 1$, maka harus dipenuhi:

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \left[\frac{2\pi}{L}\right]^3 \left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right)$$

Pada suhu 0 k tidak ada titik di luar bola, artinya bahwa kecepatan elektron maksimum adalah v_F, maka elemen volume dari ruang tersebut adalah,

$$k = V_e = \left[\frac{2\pi}{L}\right]^3$$

dengan Ve adalah elemen volume (volume satuan).

Jumlah orbital di dalam volume bola yang berjari-jari k_f adalah :

$$N = \frac{2V}{V_e}$$

Keterangan: N = Jumlah orbital didalam volume bola.

V = Volume bola

V_e = Elemen volume (volume satuan)

Karena volume bola: V = $\frac{4}{3}\pi$ (k_f)^3

maka,

$$N = \frac{2\frac{4}{3}\pi(k_F)^3}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3} = \frac{V}{3\pi^2}k_F{}^3$$

Substitusikan persamaan (1) ke dalam persamaan diatas, maka akan didapat:

$$N = \frac{V}{3\pi^2}k_F{}^3$$

$$N = \frac{V}{3\pi^2}\frac{(2m.E_F)^{\frac{3}{2}}}{\hbar^3}$$

$$N\,(3\pi^2)^2\ \hbar^3 = V\,2^{\frac{3}{2}}\ m^{\frac{3}{2}}\,E_F{}^{\frac{3}{2}}$$

$$N^2\,(3\pi^2)^2\,\hbar^6 = V^2\,8\,m^3\,E_F{}^3$$

$$E_F{}^3 = \frac{N^2(3\pi^2)^2\hbar^6}{V^2 8m^3}$$

$$E_F = \sqrt[3]{\frac{N^{\frac{2}{3}}(3\pi^2)^2 \hbar^6}{V^{\frac{2}{3}}\, 2m}}$$

$$\boxed{E_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{3\pi^2 N}{V}\right]^{\frac{2}{3}}}$$

Bila: $\frac{N}{V}$ = n = konsentrasi elektron

Maka: kecepatan elektron pada permukaan fermi (V_F)

$$\boxed{V_F = \frac{\hbar k_F}{m} = \frac{\hbar}{m}\left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

2.5 Rapat keadaan

Rapat keadaan dapat didefinisikan sebagai :

$D(E) = \frac{dN_E}{dE}$, jumlah orbital per satu satuan rentang energi, dimana satuan rentang energi merupakan jumlah energi yang terdapat dalam ruang. Untuk menentukan nilai E, maka kita harus mengetahui nilai probabilitasnya, dan nilai probabilitas berhubungan dengan kerapatan partikel dalam ruangnya.

Untuk menentukan rapat keadaan, maka harus dicari nilai N terlebih dahulu dengan menggunakan rumus Energi Fermi.

dengan nilai $k = \left[\frac{3\pi^2 N}{V}\right]^{\frac{1}{3}}$

maka $k^2 = \left[\left(\frac{3\pi^2 N}{N}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^2 = \left[3\pi^2 \frac{N}{V}\right]^{\frac{2}{3}}$

Secara matematis dapat ditulis :

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 \frac{N}{V}\right)^{\frac{2}{3}}$$

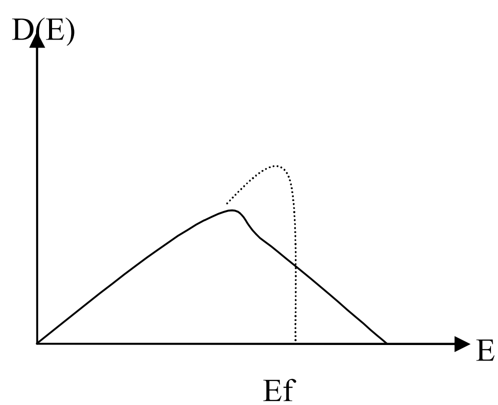
$$N^{\frac{2}{3}} = \frac{2m}{\hbar^2}\frac{V^{\frac{2}{3}}}{\left(3\pi^2\right)^{\frac{2}{3}}}E$$

$$N = \left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{V}{3\pi^2}$$

jadi...

$$D(E) = \frac{d}{dE}\left\{\frac{V}{3\pi^2}.\left(\frac{2m}{\hbar_2}\right)^{\frac{3}{2}}E^{\frac{3}{2}}\right\}$$

$$D(E) = \frac{V}{2\pi^2}.\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}E^{\frac{1}{2}}$$



$$N = \frac{V}{3\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}.E^{\frac{3}{2}}$$

$$karena:$$

$$\frac{V}{3\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} = C$$

$$maka$$

$$N = C.E^{\frac{3}{2}}$$

$$\ln N = \ln C.E^{\frac{3}{2}}$$

$$\ln N = \frac{3}{2}\ln E + \ln C$$

$$\frac{dN}{N} = \frac{3}{2}\frac{dE}{E}$$

$$\frac{dN}{dE} = \frac{3}{2}\frac{N}{E}$$

$$maka:$$

$$D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{3N}{2E}$$

Persamaan diatas merupakan bentuk lain dari fungsi rapat keadaan.

2.6 Temperatur Fermi (T_F) dan kapasitas panas (C_v) untuk elektron

Temperatur Fermi

Dari mekanika klasik

Energi untuk satu derajat kebebasan : U = $\frac{1}{2}k_B T$

Untuk partikel tunggal (3 derajat kebebasan)

U = 3. $\frac{1}{2}k_B T$ = $\frac{3}{2}k_B T$

Kapasitas panas untuk 1 partikel :

$$C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{3}{2}k_B$$

Maka untuk N buah partikel :

$$C_V = \frac{3}{2}Nk_B$$

Bila : $\frac{T}{T_F} \approx 0{,}01$

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m}k_F{}^2 = k_B T_F$$

Maka $\boxed{T_F = \frac{E_F}{k_B}}$ $\longrightarrow$ temperatur Fermi untuk $T \rangle\rangle {}^0 K$

Kapasitas Panas untuk Elektron (C_V)

Pada suhu yang lebih besar dari 0^{o}K, bahan logam selain mengandung elektron juga terdapat fonon di dalamnya. Elektron dan fonon inilah yang berperan dalam menentukan nilai baik kapasitas panas.

Kapasitas panas logam dengan adanya elektron dan fonon dapat ditulis sebagai berikut : $C_{logam} = C_{fonon} + C_{elektron}$

Dengan menggunakan model elektron bebas klasik, energi rata-rata elektron pada suhu T, sebagaimana gas ideal adalah : $\overline{E} = N_A\left(\frac{3}{2}k_B T\right) = \frac{3}{2}RT$

Sehingga kapasitas panas elektron : $\frac{dE}{dT} = \frac{3}{2}R$

Sementara menurut hasil eksperimen untuk semua zat padat diperoleh nilai kapasitas panas 3R. Jadi, model elektron bebas klasik tidak dapat menerangkan kapasitas panas logam. Di pihak lain, menurut model elektron bebas kuantum energi rata-rata elektron pada suhu T : $\overline{E}N_A \dfrac{(k_B T)^2}{E_F}$

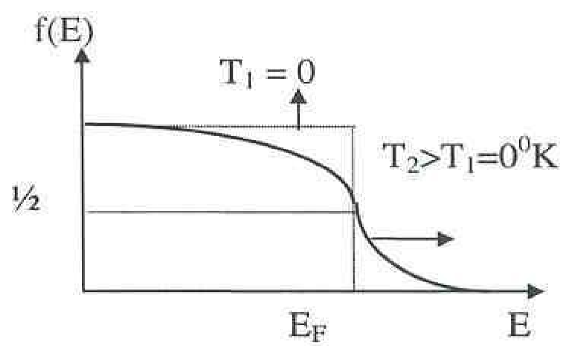
Definisikan suhu Fermi : $T_F = \dfrac{E_F}{k_B}$

Sehingga : $C_{elektron} = 2R\dfrac{T}{T_F}$

Dari perhitungan yang lebih eksak dihasilkan : $C_V = \dfrac{\pi^2 R k_B T}{2E_F}$

Kapasitas Panas

Distribusi Fermi Dirac $f(E) = \dfrac{1}{e^{\frac{(E-E_F)}{k_B T}}+1}$



T = 0

$E \langle E_F \rightarrow$ f (E) = 1

$E \rangle E_F \rightarrow$ f (E) = 0

Bila perubahan energi adalah :

U = U (T) – U(0)

dimana U (T) adalah energi setelah elektron pindah dari keadaan dasar.

U = $\int_0^\infty D(E)f(E)EdE - \int_0^{E_F} D(E)f(E)dE$

Bila : N = $\int_0^{E_F} D(E)fE)EdE$

N.E$_F$ = $\int_0^\infty D(E)f(E)E_F dE = \left[\int_0^{E_F} + \int_{E_F}^\infty\right] D(E)f(E)E_F dE$

U = $\int_{E_F}^\infty D(E)f(E)(E - E_F)dE + \int_0^{E_F} D(E)(E_F - E)(1 - f(E)dE$

C$_V$ = $\dfrac{dU}{dT}$ karena integran yang bergantung pada suhu adalah hanya f (E), maka diferensiasinya terhadap T hanya berlaku untuk suhu-suhu yang mengandung f (E) saja.

$$C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{d}{dT}\left[\int_{E_F}^\infty D(E)f(E)(E - E_F)dE + \int_0^{E_F} D(E)(E - E_F)f(E)dE\right]$$

$$C_V = \frac{d}{dT}\int_0^\infty D(E)f(E)(E - E_F)dE = k_B\int_0^\infty D(E)(E - E_F)\frac{df}{dk_BT}dE$$

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{(E-E_F)}{k_BT}} + 1} \longrightarrow \frac{df}{dk_BT} = \frac{df}{d\tau}\left(e^{(E-E_F)\tau} + 1\right)^{-1}$$

$$\frac{df}{d\tau} = \frac{E - E_F}{\tau^2}\frac{e^{\frac{(E-E_F)}{\tau}}}{\left(e^{\frac{(E-E_F)}{\tau}} + 1\right)^2}$$

Untuk T 〈〈 :

$$C = k_B D(E_F) = \int_0^\infty \frac{E - E_F}{\tau^2} \frac{e^{\frac{(E-E_F)}{\tau}}}{\left(e^{\frac{(E-E_F)}{\tau}} + 1\right)^2} dE$$

Misal : $x = \frac{(E - E_F)}{\tau} \longrightarrow$ $E = 0 \longrightarrow x = \frac{E_F}{\tau}$

$E = \infty \longrightarrow x = \infty$

$$C = k_B D(E_F) \int_{\frac{E_F}{\tau}}^{\infty} x^2 \frac{e^x}{e^x + 1} \tau \ dx$$

$$C = \frac{k_B^{\ 2}}{T} D(E_F) \int_{\frac{E_F}{\tau}}^{\infty} x^2 \frac{e^x}{e^x + 1} \ dx$$

$$C_V = \frac{\pi^2}{3} k_B^{\ 2} T D(E_F)$$

dimana $D(E) = \frac{3}{2}\frac{N}{E} \longrightarrow D(E_F) = \frac{3N}{2E_F}$

$$C_V = \frac{\pi^2}{3} k_b^{\ 2} T \frac{3N}{2E_F} \longrightarrow E_F = k_B T_F$$

$$C_V = \pi^2 k_B^{\ 2} \frac{T}{2k_B T_F}$$

Maka kapasitas panas untuk elektron :

$$\boxed{C_V = \frac{\pi^2}{2} k_B N \frac{T}{T_F}}$$

dan kapasitas panas total yang dimiliki oleh sebuah elektron adalah :

Cv total e^{-} = Cv fonon + Cv bebas

$$Cv = 234\frac{NkB}{\theta^3}T^3 + \frac{\pi^2}{2}k_B N\frac{T}{T_F}$$

di mana Cv fonon adalah kapasitas panas yang terdapat pada partikel.

Maka dapat disimpulkan, bahwa sumbangan elektron pada harga C_V suatu logam sangatlah kecil, terutama pada suhu yang sangat tinggi. Tetapi sumbangan tersebut akan dominan pada suhu yang cukup rendah.

BAB III

KESIMPULAN

Elektron atau fermion dalam sebuah atom memiliki tingkatan-tingkatan energi yang dapat diserap atau dipancarkan. Elektron ini memenuhi prinsip eksklusi Pauli, yang menyebutkan bahwa tidak ada elektron yang memiliki bilangan kuantum yang sama, kehadiran partikel dalam keadaan kuantum tertentu dapat mencegah partikel lain untuk berada dalam keadaan itu. Peluang elektron untuk menempati tingkat energi tertentu (loncat ke tingkat energi tertentu) dapat dinyatakan melalu distribusi Fermi-Diract, yang memiliki persamaan :

$$f(E) = \frac{1}{\left(e^{(E-\mu)/k_B T} + 1\right)}$$

Kecepatan elektron pada tingkat Fermi (v_F) memiliki persamaan :

$$V_F = \frac{\hbar k_F}{m} = \frac{\hbar}{m}\left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Sedangkan rapat keadaan elektron dalam atom adalah :

$$D(E) = \frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{2}}$$

Temperatur Fermi pada T $\rangle\rangle\, ^0K$ adalah :

$$T_F = \frac{E_F}{k_B}$$

Maka kapasitas panas total untuk elektron :

Cv total e^- = Cv fonon + Cv bebas

$$Cv = 234\frac{NkB}{\theta^3}T^3 + \frac{\pi^2}{2}k_B N\frac{T}{T_F}$$

DAFTAR PUSTAKA

Beiser, Arthur. 1987. *Konsep Fisika Modern*. Jakarta : Erlangga

Parno. 2002. *Pendidikan Fisika Zat Padat*. Malang : Jurusan Pendidikan Fisika

Setia, Utari & Suhendi endi. *Fisika statistik*. 2005. Bandung:Jurusan Pendidikan FPMIPA. Institut Pendidikan Indonesia