

# DISTRIBUSI PELUANG

```
graph TD; A[DISTRIBUSI PELUANG] --> B[Distribusi Peluang utk Variabel acak Diskret]; A --> C[Distribusi Peluang utk Variabel acak Kontinu]; B --> B1[Distribusi Binom]; B --> B2[Distribusi Multinom]; B --> B3[Distribusi Hipergeometrik]; B --> B4[Distribusi Poison]; C --> C1[Distribusi Normal (z)]; C --> C2[Distribusi Student (t)]; C --> C3[Distribusi Chi Kuadrat (χ²)]; C --> C4[Distribusi F];
```

## Distribusi Peluang utk Variabel acak Diskret

- Distribusi Binom
- Distribusi Multinom
- Distribusi Hipergeometrik
- Distribusi Poison

## Distribusi Peluang utk Variabel acak Kontinu

- Distribusi Normal (z)
- Distribusi Student (t)
- Distribusi Chi Kuadrat ( $\chi^2$ )
- Distribusi F

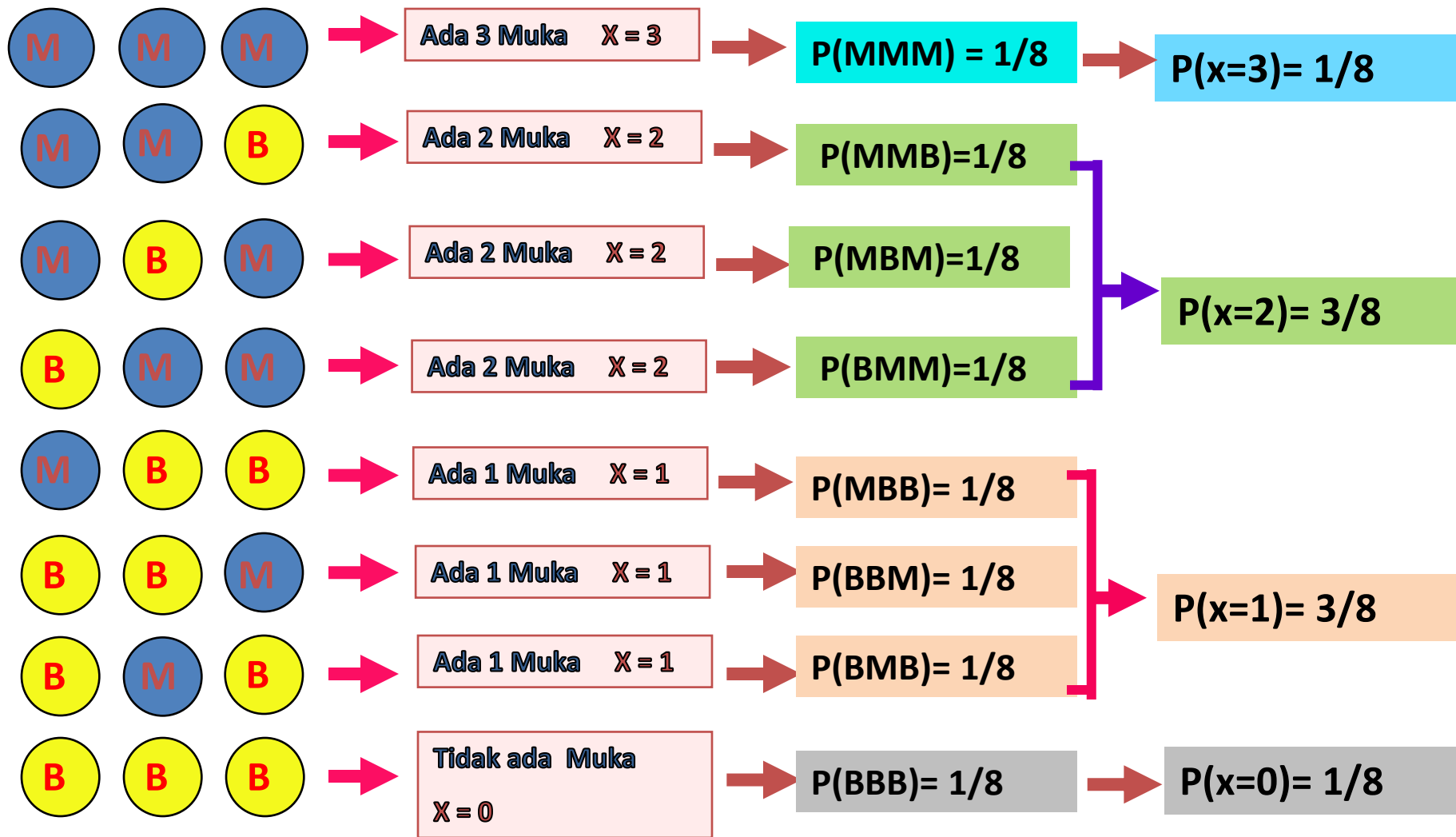
## ● *DISTRIBUSI BINOM*

### Ciri-ciri:

1. Eksperimen terdiri dari  $n$  percobaan yang dapat diulang
2. Masing-masing percobaan diklasifikasikan sebagai “berhasil” atau “gagal”
3. Peluang berhasil dinyatakan dengan dengan  $p$  tetap konstan dari percobaan ke percobaan berikutnya
4. Percobaan yang diulang sifatnya bebas (independent)

# Contoh :

Sebuah mata uang dilempar berulang sebanyak tiga kali



## Distribusi Peluangnya

<b>x</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>P(X=x)</b>	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

atau

x	P(X=x)
<b>0</b>	<b>1/8</b>
<b>1</b>	<b>3/8</b>
<b>2</b>	<b>3/8</b>
<b>3</b>	<b>1/8</b>
<b>Jumlah</b>	<b>1</b>

$$f(x) = \frac{\binom{3}{x}}{8}$$

$$x = 0, 1, 2, 3$$

**X : variabel acak BINOM**

**Nilai distribusi Binom dinyatakan dengan  $b(x: n, p)$**

**Dari contoh sebuah koin dilempar 3 kali**

$$b(x: 3, \frac{1}{2}) = \frac{\binom{3}{x}}{8}$$

$$x = 0, 1, 2, 3$$

**p : Peluang sukses**

**q : Peluang gagal  $q = 1 - p$**

**n : banyak lemparan atau banyak koin sekali lempar**

**x : sukses**

**n - x : gagal**

# Umum:

$$b(x : n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

Latihan !

Tentukan peluang untuk mendapatkan muncul angka 2 sebanyak 3 kali dari sebuah dadu yang dilempar 5 kali.

$$b(3; 5, \frac{1}{6}) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{5^2}{6^5} = 0,032$$

Rerata dan varians distribusi Binom:

Rerata:  $\mu = n p$

Varians:  $\sigma^2 = n p q$

## Besaran – besaran untuk Distribusi Binom

<b>Rerata</b>	$\mu = Np$
<b>Varians</b>	$\sigma^2 = Npq$
<b>Standar Deviasi</b>	$\sigma = \sqrt{Npq}$
<b>Koefisien Kemiringan Momen</b>	$a_3 = \frac{q-p}{\sqrt{Npq}}$
<b>Koefisien Kurtosis Momen</b>	$a_4 = 3 + \frac{1-6pq}{Npq}$

# DISTRIBUSI MULTINOMIAL

Percobaan mendapatkan kejadian sebanyak

$$k : E_1, E_2, \dots, E_k$$

peluang masing-masing  $p_1, p_2, \dots, p_k$ .

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k ; p_1, p_2, \dots, p_k, n) = \binom{n}{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k}$$

dengan

$$\sum_{i=1}^k x_i = n \text{ dan } \sum_{i=1}^k p_i = 1$$



## Contoh:

Sepasang dadu dilempar 6 kali.

Tentukan peluang untuk mendapatkan

- jumlah 7 dan 11 sebanyak 2 kali,
- Angka yang sama satu kali,
- kombinasi lainnya 3 kali.

### Solusi:

a.  $E_1$  : total 7 atau 11

$$\longrightarrow p_1 = \frac{2}{9}$$

b.  $E_2$  : Sekali berpasangan

$$\longrightarrow p_2 = \frac{1}{6}$$

c.  $E_3$  : Tidak berpasangan  
juga tidak berjumlah 7 atau 11

$$\longrightarrow p_3 = \frac{11}{18}$$

## DISTRIBUSI HIPERGEOMETRIK

### Contoh-1:

Kartu Bridge : 52 kartu

Hitam (Club) dan Spade = 26

merah Diamond dan Heart = 26

Banyak cara mengambil 3 kartu merah dari 26 kartu merah

$$= \binom{26}{3}$$

Banyak cara mengambil 2 kartu hitam dari 26 kartu hitam

$$= \binom{26}{2}$$

Banyak cara mengambil 5 kartu merah atau hitam tanpa dikembalikan

$$= \binom{52}{5}$$

Peluang mengambil 5 kartu (3 merah dan 2 hitam) tanpa dikembalikan

$$\frac{\binom{26}{3} \binom{26}{2}}{\binom{52}{5}} = \frac{\frac{26!}{3!(26-3)!} \frac{26!}{2!(26-2)!}}{\frac{52!}{5!(52-5)!}} = \frac{\frac{26!}{3!23!} \frac{26!}{2!24!}}{\frac{52!}{5!47!}} = 0,3251$$

**UMUM:**

Sukses  $x$  dari  $k$  sukses

$(N - x)$  gagal dari  $(N - k)$

Bilangan yang menunjukkan  $X$  sukses dalam eksperimen **Hypergeometrik** disebut *variabel acak hypergeometrik*.

Distribusi peluang **hipergeometrik** dinyatakan dengan  $h(x; N, n, k)$ , bergantung pada banyaknya sukses  $k$ .

**Karakteristik percobaan hipergeometrik:**

- (1). Sampel acak berukuran  $n$  diseleksi dari populasi berukuran  $N$
- (2).  $k$  dari  $N$  diklasifikasikan sebagai “**SUKSES**” dan  $(N-k)$  “**GAGAL**”.

## Contoh-2:

Panitia terdiri dari 5 orang dipilih dari 8 orang (3 orang wanita dan 5 orang Pria).  
Tentukan distribusi peluang banyaknya wanita yang masuk dalam kepanitiaan!

### Solusi

Misal  $X$  variabel acak banyaknya Wanita dalam kepanitiaan

$$p(X=0) = h(0; 8,5,3) = \frac{\binom{3}{0}\binom{5}{5}}{\binom{8}{5}} = \frac{1}{56}$$

$$p(X=1) = h(1; 8,5,3) = \frac{\binom{3}{1}\binom{5}{4}}{\binom{8}{5}} = \frac{15}{56}$$

$$p(X=2) = h(2; 8,5,3) = \frac{\binom{3}{2}\binom{5}{3}}{\binom{8}{5}} = \frac{30}{56}$$

$$p(X=3) = h(3; 8,5,3) = \frac{\binom{3}{3}\binom{5}{2}}{\binom{8}{5}} = \frac{10}{56}$$

x	0	1	2	3
P(X=x)	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{10}{56}$

$$h(x; 8, 5, 3) = \frac{\binom{3}{x} \binom{5}{5-x}}{\binom{8}{5}} \quad \text{untuk } x = 0, 1, 2, 3$$

*Jika dari suatu populasi berukuran  $N$ ,  
 $k$  berkategori sukses dan  $(N-k)$  berkategori gagal,  
untuk variabel acak  $X$ ,  
banyaknya sukses dalam sampel acak berukuran  $n$  adalah:*

$$h(x; N, n, k) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad \text{untuk } x = 0, 1, 2, \dots, n$$

### Latihan

Berapa peluang terdapat 3 kartu **“HEART”** dari 5 kartu yang diambil dari 52 kartu Bridge.

Solusi:

$$n = 5, \quad N = 52, \quad k = 13, \quad \text{dan } x = 3$$

$$h(3; 52, 5, 13) = \frac{\binom{13}{3} \binom{39}{2}}{\binom{52}{5}} = 0,0815$$

## Rerata dan varians distribusi hipergeometrik:

### Rerata:

$$\mu = \frac{nk}{N} \quad \text{atau} \quad E(X) = \sum_{i=1}^k x_i p(x_i)$$

### Varians:

$$\sigma^2 = \frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{k}{N} \cdot \left(1 - \frac{k}{N}\right) \quad \text{atau} \quad \sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$$

### Kerjakan

Panitia terdiri dari **5 orang** dipilih dari 8 orang (**3 orang wanita** dan **5 orang Pria**).  
Tentukan distribusi peluang banyaknya **wanita** yang masuk dalam kepanitiaan!  
**Hitung rerata dan varians !**

# Solusi

$n = 5$

$k = 3$

**Rerata**

$$\mu = \frac{nk}{N}$$

$$\mu = \frac{5 \cdot 3}{8} = \frac{15}{8}$$

*Mencari rerata dengan prinsip ekspektasi*

$$E(X) = \sum x_i \cdot p(x_i)$$

$$(0) \left( \frac{1}{56} \right) + (1) \left( \frac{15}{56} \right) + (2) \left( \frac{30}{56} \right) + (3) \left( \frac{10}{56} \right) = \frac{105}{56} = \frac{15}{8}$$

**Varians**

$$\sigma^2 = \frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{k}{N} \cdot \left(1 - \frac{k}{N}\right)$$

$$\sigma^2 = \left( \frac{8-5}{8-1} \right) (5) \left( \frac{3}{8} \right) \left( 1 - \frac{3}{8} \right) = \frac{3}{7} \cdot \frac{15}{8} \cdot \frac{5}{8} = \frac{225}{448}$$

atau:

cari dulu  $E(X^2)$

$$(0) \left( \frac{1}{56} \right) + (1) \left( \frac{15}{56} \right) + (2)^2 \left( \frac{30}{56} \right) + (3)^2 \left( \frac{10}{56} \right) = \frac{225}{56}$$

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2 = \frac{225}{56} - \left( \frac{15}{8} \right)^2 = \frac{225}{448}$$



## DISTRIBUSI POISSON

Banyak kejadian dalam interval waktu tertentu atau ruang tertentu dan relatif sangat jarang.

Contoh:

- Banyak telepon yang mauk tiap jam pada suatu kantor
- Banyak pertandingan sepakbola yang ditunda
- Banyak sekolah yang tutup ketika musim hujan

Peluang terjadinya kejadian

$$p(x; \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} \quad \text{untuk } x = 0, 1, 2, \dots$$

**Latihan:**

Ketika turun salju pada musim dingin di suatu kota di Amerika Serikat Rerata 4 hari sekolah tutup. Berapa peluang sekolah tutup selama 6 hari di kota tersebut ketika musim dingin?

## Solusi

$$x = 6 \text{ dan } \mu = 4$$

$$p(6;4) = \frac{e^{-4} 4^6}{6!}$$

$$\frac{(0,01832)(4096)}{720} = 0,1042$$

atau

$$\begin{aligned} p(6;4) &= \sum_{x=0}^6 p(x;4) - \sum_{x=0}^5 p(x;4) \\ &= 0,8893 - 0,7851 = 0,1042 \end{aligned}$$

## latihan:

Diperkirakan terdapat rerata 10 tikus dalam tiap ha sawah dari 5 ha.  
Tentukan peluang ada lebih dari 15 tikus pada 1 ha sawah!

$$\begin{aligned} \text{Solusi} : p(X > 15) &= 1 - p(X \leq 15) = 1 - \sum_{i=1}^{15} p(x;10) \\ &= 1 - 0,9513 = 0,0487 \end{aligned}$$

# SAMPAI JUMPA



