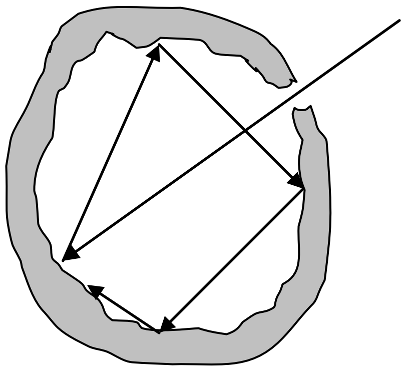
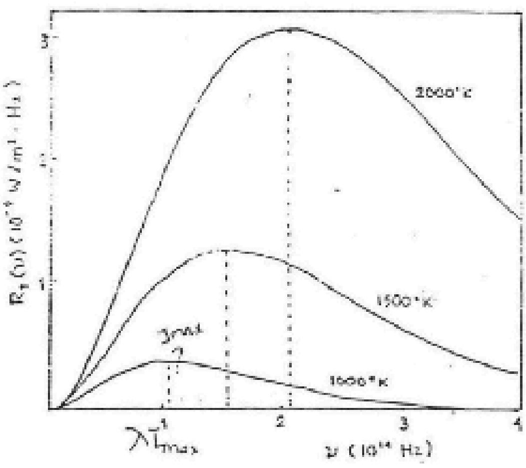
1 IDE - IDE DASAR MEKANIKA KUANTUM

A. Radiasi Benda Hitam

1. Hasil-Hasil Empiris





Gambar 1.2

Grafik fungsi radiasi spektral benda hitam sempurna

a. Hukum Stefan

Hukum Stefan dapat dituliskan sebagai

$$e_{total} = \int_0^{\infty} e_f \, df = \sigma T^4 \tag{1.3}$$

, σ: adalah tetapan Stefan Bolztmann sebesar 5,67 x 10^{-8} watt/m^2K^4 dan T yaitu suhu mutlak.

$$e_{total} = a.\sigma.T^4 . \tag{1.4}$$

b. Hukum Pergeseran Wien

:

$$\lambda_{maks} T = 2{,}898 \, x 10^{-3} \, mK^{o} \tag{1.7}$$

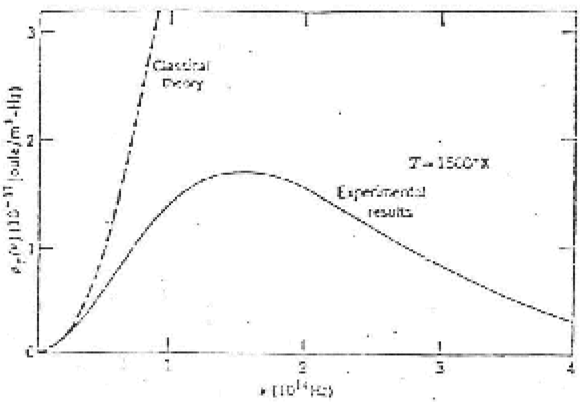
2. Usaha-Usaha Penjelasan Teoritis

Rayleigh dan Jeans

$$\rho_T(\upsilon) = \frac{(8\pi\upsilon^2 KT)}{c^3} \tag{1.8}$$

dengan ρ adalah rapat energi dan υ adalah frekuensi.

Bila dibuat grafik hubungan antara $\rho_T(\upsilon)$ terhadap υ maka diperoleh grafik sesuai gambar 1.3.



Gambar 1.3 Grafik fungsi rapat energi berdasarkan teori (Rayleigh dan Jeans) dan hasil eksperimen

➢ **Postulat Planck**

Untuk menjelaskan radiasi termal, Planck membuat pemisalan sebagai berikut:

a. Energi yang dapat dimiliki oleh osilator tidak kontinu melainkan berharga diskrit *(Quantization of energy)* yaitu kelipatan dari $h\upsilon\,(\varepsilon = nh\nu)$ dengan h ialah konstanta Planck dan υ adalah frekuensi getaran.

b. Sebaran energi osilator menganut distribusi bolztmann yaitu bahwa kebolehjadian suatu osilator mempunyai energi antara ε dan (ε + dε) adalah :

$$P(\varepsilon)\, d\varepsilon = (e^{-\varepsilon/KT})/KT \, d\varepsilon \tag{1.9}$$

$$\langle\bar{\varepsilon}\rangle = \frac{\sum_{h=0}^{\sim} \frac{e^{-nhv/KT}}{KT} nhv}{\sum_{n=0}^{\sim} \frac{e^{-nhv/KT}}{KT}} \qquad (1.10)$$

misalkan α = *hv/KT*, maka energi rata-rata menjadi

$$\langle\alpha\rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\sim} ne^{-n\alpha}\alpha}{\sum_{n=0}^{\sim} e^{-n\alpha}} KT \ . \qquad (1.11)$$

$$\sum_{n=0}^{\sim} e^{-n\alpha} = 1 + e^{-\alpha} + e^{-2\alpha} + e^{-3\alpha} + \ldots + e^{-n\alpha} = \frac{1}{1-e^{-\alpha}} \qquad \ldots(1.12)$$

dan

$$\sum_{n=0}^{\sim} ne^{-n\alpha}\alpha = -\alpha \text{ d/d}\alpha \left(\sum_{n=0}^{\sim} e^{-n\alpha}\right) = -\alpha \text{ d/d}\alpha(1-e^{-\alpha})^{-1} = (\alpha e\text{-}\alpha) / (1 - e^{-\alpha})^{2}. \qquad (1.13)$$

energi rata-ratanya ialah

$$\bar{\varepsilon} = \frac{hv}{e^{-hv/KT} - 1} \ . \qquad (1.14)$$

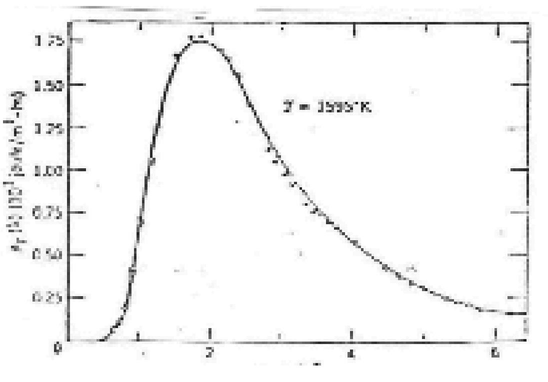
rapat energi di dalam rongga menjadi :

$$\rho_T(v).\ \text{d}v = \bar{\varepsilon}\ N(v)\ \text{d}v \qquad (1.15)$$

$$N(v)\ \text{d}v = (8\pi v3^2) / c^3\text{d}v. \qquad (1.16)$$

Maka rapat energi di dalam rongga menjadi

$$\rho_T(v)\ \text{d}v = (8\pi h/c^3)\left(\frac{v^3}{e^{-hv/KT} - 1}\right) \text{d}v \qquad (1.17)$$



Gambar 1.4 Grafik fungsi rapat energi berdasarkan teori Plank

3. Penjelasan Teoritis Planck

a. Penjelasan Teoritis Planck Tentang Hukum Stefan

$$x = \frac{hv}{KT} \tag{1.18}$$

atau

$$dv = \frac{xK}{h} dT$$

$$\rho_T(x)dx = \left(\frac{8\pi K^4}{c^3h^3}\right) T^4 \frac{x^3 dx}{e^x - 1}. \tag{1.19}$$

Jumlah energi yang dikandung tiap satuan volume rongga sebuah benda hitam dalam seluruh spektrumnya ialah :

$$\mathrm{R} = \int_0^\infty \rho_T(x)dx = \left(\frac{8\pi K^4}{c^3h^3}\right)\left[\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}dx\right] T^4 \tag{1.20}$$

$$R \sim T^4 \tag{1.21}$$

atau

$$R = \sigma T^4 \tag{1.22}$$

dengan

$$\sigma = \int_0^\infty \rho_T(x)dx = \left(\frac{8\pi K^4}{c^3h^3}\right)\left[\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}dx\right] T^4 \tag{1.23}$$

yang besarnya $\sigma = 5{,}67 x 10^{-3}\, {}^{Watt}\!\!/_{m^2K^4}$.

Berdasarkan persamaan

$$R_T = \frac{c}{4}\int_0^\infty f_T(x)dx \tag{1.24}$$

$$\frac{1}{e^x - 1} = \sum_{\alpha=1}^{\infty} e^{-\alpha} \tag{1.25}$$

$$\int_0^\infty \chi^n e^{-\alpha x} dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}} \tag{1.25}$$

sehingga diperoleh persamaan radiasi termal menurut kerangka teoritis Planck yaitu

$$R_T = \frac{c}{4}\frac{8\pi K^4}{c^3h^3}\frac{\pi^4}{15}T^4. \tag{1.26}$$

h = 6.63 x 10^{-34} Joule Sec, k = 1.38 x 10^{-23} Joule / K dan c = 3 x 10^{8} m / s sehingga

$$R_T = \left(\frac{7{,}56\,x3}{4}\,x10^{-8}\right)T^4 \approx \left(5{,}6x10^{8}\,{Watt}\big/{m^2K^4}\right)T^4$$

b. Penjelasan Teoritis Planck Tentang Hukum Pergeseran Wien

$$\frac{d\rho(x)}{dx} = o\,.$$

$$\frac{xe^x}{e^x - 1} = 3 \qquad (1.27)$$

dengan

$$x = \frac{hc}{\lambda KT} \qquad (1.28)$$

andaikan penyelesainnya ialah x_{maks} yaitu suatu bilangan tertentu yang memenuhi persamaan transenden sehingga untuk x = x_{maks} maka dapat dituliskan:

$$\left(\frac{hc}{\lambda KT}\right)_{maks} = x_{maks} \qquad (1.29)$$

atau

$$\lambda_{maks}\,T = \frac{hc}{Kx_{maks}} = konstan \qquad (1.30)$$

c. Penjelasan Teoritis Planck Tentang Teori Rayleigh dan Jeans

:

$$\rho(\lambda)d\lambda = \frac{-8\pi hc}{\lambda^5}\frac{d\lambda}{e^{hc/\lambda KT} - 1}$$

$$e^{hc/\lambda KT} - 1 \to 0\,.$$

$$e^{hc/\lambda KT} = 1 + \frac{hc}{\lambda KT} + \ldots..$$

$$\rho(\lambda)d\lambda = \frac{-8\pi KT}{\lambda^4}d\lambda$$

$$\rho(v) = \frac{-8\pi v^2}{c^3}KT$$

B. Efek Foto Listrik dan Teori Kuantum Cahaya

. Einstein menganggap bahwa foton tersebut:

a. Pada saat meninggalkan permukaan dinding katoda tidak meluas dalam ruang seperti gelombang, tetapi terkonsentrasi dalam suatu bagian ruang yang sangat kecil.
b. Bahwa dalam perambatannya dengan kecepatan *c*, foton tetap terbatas dalam volume yang sangat kecil.
c. Bahwa energi foton ε berkait dengan frekuensinya υ sesuai dengan hubungan:

$$\varepsilon = h\upsilon \qquad (1.38)$$

d. Bahwa dalam proses foto listrik sebuah gumpalan secara sepenuhnya sebagai suatu keseluruhan diserap oleh elektron yang ada di permukaan logam.

C. Efek Compton

Teori kuantum Einstein tentang cahaya dan percobaan Compton memberikan suatu sisi lain dari cahaya yakni sifatnya yang serupa dengan partikel selain sebagai gelombang elektromagnetik yaitu:

1. Terkonsentrsi dalam daerah terbatas dalam ruang yang sempit.
2. Bergerak dengan kecepatan c.
3. Memiliki energi sebesar hν.
4. Memiliki momentum linear sebesar

$$p = \frac{E}{c} \qquad (1.44)$$

dan massanya m_0.

Parameter partikel (*E*, *p*) dan parameter gelombang (ω,ν,k,λ) dihubungkan oleh suatu relasi fundamental :

$$E = h\upsilon = \hbar\omega \qquad (1.45)$$

dengan h = 6,63 x 10^{-34} Js dan

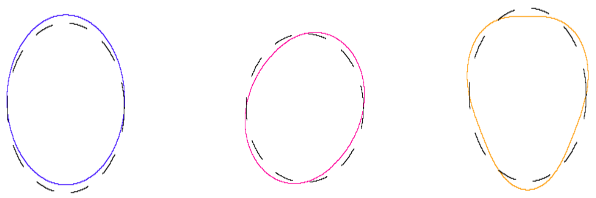
$$h = \frac{h}{2\pi}. \tag{1.46}$$

D. Gelombang Materi; Relasi de Broglie dan Prinsip Ketidakpastian Heisenberg

$$\lambda = \frac{h}{p} \text{ (relasi de Broglie).} \tag{1.47}$$

Kuantisasi momentum angular menurut Bohr

$$Ln = \frac{nh}{2\pi} \tag{1.48}$$



Gambar 1.6 Panjang Lintas Orbit

$$2\pi r_n = \frac{nh}{mv} \tag{1.49}$$

$$2\ \pi\, r_n\ =\ n\lambda \tag{1.50}$$

E. Ketidakpastian Heisenberg

. Hanya dapat dikatakan bahwa ketidakpastian pada komponen vertikal momentumnya mengalami kenaikan secara tiba-tiba saat elektron melalui celah. Sebagai ukuran besaran ketidakpastian Δp_x dapat kita ambil penyimpangan terhadap p_o bagi elektron yang menuju ke arah kedudukan interferensi maksimum pertama.

$$\text{a} \sin \phi = \lambda$$

Bila ϕ kecil harga $\sin \phi \approx \tan \approx \phi$ maka

$$\text{a}.\Delta p_x\ .\Delta x = p_o.\lambda \tag{1.51}$$

$$\Delta p_x.\Delta x\ = h \tag{1.52}$$

$$\Delta x.\Delta p_x\ = \frac{\hbar}{2}, \tag{1.53}$$

$$\Delta y.\Delta p_y\ = \frac{\hbar}{2}, \tag{1.54}$$

$$\Delta z.\Delta p_z = \frac{\hbar}{2}, \tag{1.55}$$

$$\Delta E.\Delta t = \frac{\hbar}{2}. \tag{1.56}$$