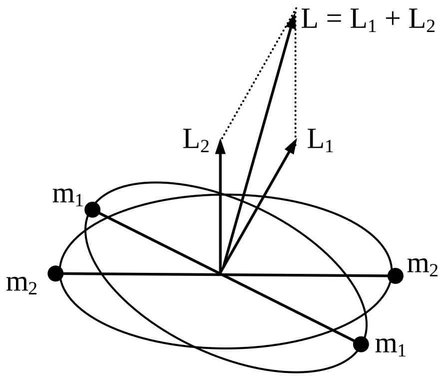
9 PENJUMLAHAN MOMENTUM SUDUT

A. Penjumlahan Momentum Sudut



Gambar.9.1 Penjumlahan momentum angular secara klasik.
Dua vektor momentum angular L_1 dan L_2 dijumlahkan menghasilkan L

Jika momentum angular elektron pertama adalah L1 dan momentum angular elektron kedua adalah L2, besar momentum angular total dari sistem gabungan dua elektron adalah :

$$\vec{L}^2 = (\vec{L}_1 + \vec{L}_2)^2 \tag{9.1}$$

$$\vec{L}^2 = \vec{L}_1^{\,2} + \vec{L}_2^{\,2} + 2\vec{L}_1\vec{L}_2 \tag{9.2}$$

Komponen dalam arah z dari momentum angular total dari sistem gabungan dua elektron adalah :

$$\vec{L}_z = \vec{L}_{1z} + \vec{L}_{2z} \tag{9.3}$$

Pada kasus

bahwa $\hat{L}^2$ tidak komut dengan L_{12} misalnya. Untuk lebih jelasnya mari kita hitung komutatornya.

$$[\hat{L}_{1z}, \hat{L}^2] = [\hat{L}_{1z}, \hat{L}_1^{\,2} + \hat{L}_2^{\,2} + 2\hat{L}_1\hat{L}_2]$$

$$= [\hat{L}_{1z}, \hat{L}_1^{\,2}] + [\hat{L}_{1z}, \hat{L}_2^{\,2}] + [\hat{L}_{1z}, 2\hat{L}_1\hat{L}_2]$$

$$= 0 + 0 + 2\left[\hat{L}_{1z}, \hat{L}_1\hat{L}_2\right]$$

$$= 2i\hbar\left(\hat{L}_{1y}\hat{L}_{2x} - \hat{L}_{1x}\hat{L}_{2y}\right) \qquad (9.4)$$

Dalam rangka untuk menetapkan bahwa seperangkat nilai eigen $\left(\ell_1, \ell_2, m_1, m_2\right)$ adalah bilangan-bilangan kuantum yang baik (*good quantum numbers*), maka harus kita tunjukkan bahwa empat operator $\left(\hat{L}_{1z}, \hat{L}_{2z}, \hat{L}_1^{\,2}, \hat{L}_2^{\,2}\right)$ adalah operator-operator yang satu sana lain saling komut atau berupa *Complete Set of Commuting Operators* (CSCO).

$$\left[\hat{L}_{1z}, \hat{L}_{2z}\right] = \left[\hat{L}_{1z}, \hat{L}_1^{\,2}\right] = \left[\hat{L}_{1z}, \hat{L}_2^{\,2}\right] = \left[\hat{L}_{2z}, \hat{L}_1^{\,2}\right] = \left[\hat{L}_{2z}, \hat{L}_2^{\,2}\right] = \left[\hat{L}_1^{\,2}, \hat{L}_2^{\,2}\right] = 0 \qquad (9.5)$$

komutator $\left[\hat{L}_1^{\,2}, \hat{L}_{1z}\right] = 0$ dan $\left[\hat{L}_{1z}, \hat{L}_{2z}\right] = 0$ sudah kita buktikan sebelumnya karena sistem koordinat 1 tidak bergantung pada sistem koordinat 2.

Contoh : $\left[Z_1, \overset{0}{\delta} Z_2\right] = 0$

Dengan alasan yang sama seluruh komutator pada persamaan diatas sama dengan nol atau operator $\hat{L}_{1z}, \hat{L}_{2z}, \hat{L}_1^{\,2}, \hat{L}_2^{\,2}$ adalah komut.

Bilamana kita mengukur L^2 dan L_2 yang sebelum pengukuran keadaannya dinyatakan oleh $|\ell m\rangle$, setelah pengukuran keadaannya akan berubah yaitu sistem berada di sebelah kiri keadaan semula $|\ell m \ell_1 \ell_2\rangle$. Untuk menunjukkan bahwa ℓ, m, ℓ_1, ℓ_2 adalah bilangan-bilangan kuantum yang baik, kita harus membuktikan bahwa sistem $\left(L_1^2, L_2^2, L^2, L_2\right)$ adalah seperangkat operator-operator komut yaitu :

$$\left[\hat{L}_1^2, \hat{L}^2\right] = 0 \qquad (9.6)$$

dan

$$\left[\hat{L}_1^{\,2}, \hat{L}_2\right] = 0 \qquad (9.7)$$

Mari kita buktikan komutator tersebut !

$$\left[\hat{L}_1^2, \hat{L}^2\right] = \left[\hat{L}_1^2, \hat{L}_1^2 + \hat{L}_2^2 + 2\hat{L}_1\hat{L}_2\right]$$

$$= \left[\hat{L}_1^2, \hat{L}_1^2\right] + \left[\hat{L}_1^2, \hat{L}_2^2\right] + \left[\hat{L}_1^2, 2\hat{L}_1\hat{L}_2\right]$$

$$= 0 + 0 + 2\left[\hat{L}_1^2, \hat{L}_1\right]\hat{L}_2$$

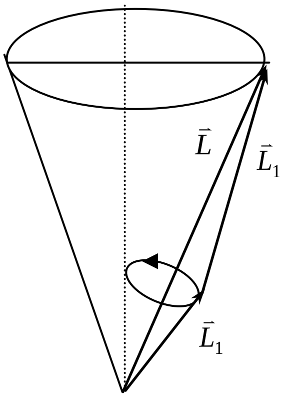
$$= 0$$

$$\left[\hat{L}_1^2, \hat{L}_2\right] = \left[\hat{L}_1^2, \hat{L}_{1z} + \hat{L}_{2z}\right]$$

$$= \left[\hat{L}_1^2, \hat{L}_{1z}\right] + \left[\hat{L}_1^2, \hat{L}_{2z}\right]$$

$$= 0$$

B. Representasi Gandeng dan Tak Gandeng (*Coupled and Uncoupled*)



Gambar 9.2
Representasi Gandeng

$$L_1 = \hbar\sqrt{\ell_1(\ell_1 + 1)}$$

$$L_2 = \hbar\sqrt{\ell_2(\ell_2 + 1)}$$

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2$$

$$L = \hbar\sqrt{\ell(\ell + 1)} \tag{9.8}$$

dengan $\ell = |\ell_1 - \ell_2| .... \ell_1 + \ell_2$

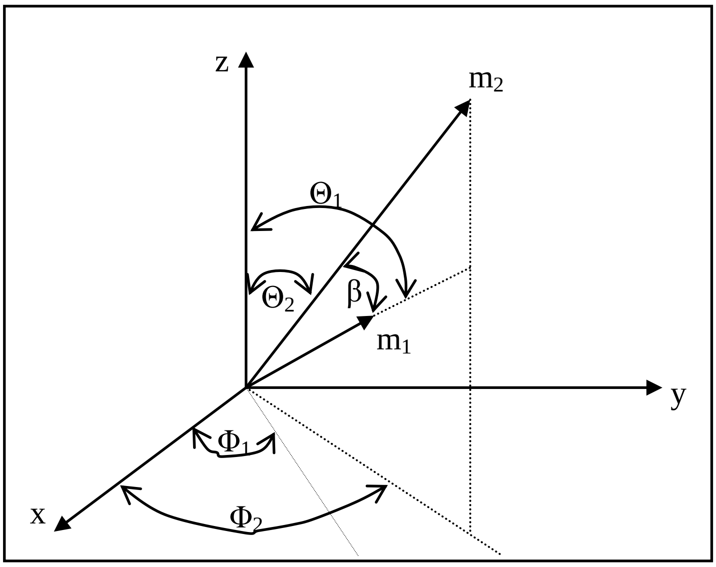
:

$$|\ell_1 \ell_2 m_1 m_2\rangle = |\ell_1 m_1\rangle\,|\ell_2 m_2\rangle \tag{9.9}$$

atau equivalen dengan :

$$Y_{\ell_1}^{m_1}(\theta_1, \Phi_1)\, Y_{\ell_2}^{m_2}(\theta_2, \Phi_2) \tag{9.10}$$

dengan θ_1, ϕ_1 adalah koordinat untuk elektron pertama dan θ_2, ϕ_2 adalah koordinat untuk elektron kedua dan digambarkan sebagai berikut :



Gambar 9.3 Koordinat angular untuk partikel m_1 dan m_2

:

$$\vec{L}^2 = \vec{L}_1^{\;2} + \vec{L}_2^{\;2} + 2\vec{L}_1\vec{L}_2 \tag{9.11}$$

$$\vec{L}_z = \vec{L}_{1z} + \vec{L}_{2z} \tag{9.12}$$

$$\hat{L}_1^2 \cdot \hat{L}_2^2 \tag{9.13}$$

$$\left|\ell m \ell_1 \ell_2\right\rangle = \sum_{m_1+m_2=m}\sum \left|\ell_1 \ell_2 m_1 m_2\right\rangle \left\langle \ell_1 \ell_2 m_1 m_2 \middle| \ell m \ell_1 \ell_2\right\rangle \tag{9.14}$$

Penjumlahan hanya dapat berjalan meliputi bilangan kuantum m_1 dan m_2. Pembatasan $m_1 + m_2 = m$ berasal dari persamaan dan orthogonalitas dari keadaan $\left|\ell_1 \ell_2 m_1 m_2\right\rangle$. Persamaan dapat dituliskan kembali sebagai berikut :

$$\left|\ell m \ell_1 \ell_2\right\rangle = \sum_{m_1+m_2=m}\sum C_{m_1 m_2} \left|\ell_1 \ell_2 m_1 m_2\right\rangle \tag{9.15}$$

dengan $C_{m_1 m_2} \equiv \left\langle \ell_1 \ell_2 m_1 m_2 \middle| \ell m \ell_1 \ell_2\right\rangle$ adalah koefisien dan dinamakan koefisien *clebsch – Gordan*.

C. Representasi Koordinat

Kita telah menuliskan $\left|\ell m\right\rangle$ untuk menyatakan vektor dari operator $\hat{L}^2$ dan $\hat{L}_2$. Representasi koordinat keadaan diberikan oleh proyeksinya

$$\langle \theta, \Phi | \ell m \rangle = Y_\ell^m (\theta, \Phi). \tag{9.16}$$

Dengan cara yang sama representasi koordinat dari keadaan campuran $|\ell_1 \ell_2 m_1 m_2\rangle$ diberikan oleh proyeksinya:

$$\langle \theta_1 \Phi_1 \theta_2 \Phi_2 | \ell_1 \ell_2 m_1 m_2 \rangle = Y_{\ell_1}^{m_1}(\theta_1 \Phi_1) Y_{\ell_2}^{m_2}(\theta_2 \Phi_2) \tag{9.17}$$

dengan cara ini representasi koordinat dari pers (9.14) adalah

$$\langle \theta_1 \Phi_1 \theta_2 \Phi_2 | \ell m \ell_1 \ell_2 \rangle = \sum_{m_1 + m_2 = m} \sum \langle \theta_1 \Phi_1 \theta_2 \Phi_2 | \ell_1 \ell_2 m_1 m_2 \rangle \tag{9.18}$$

$$= \sum \sum C_{m_1 m_2} Y_{\ell_1}^{m_1}(\theta_1, \Phi_1) Y_{\ell_2}^{m_2}(\theta_2, \Phi_2)$$

D. Harga Momentum Sudut Sistem Dua Elektron

:

$$L_z = L_{1z} + L_{2z} \tag{9.19}$$

Harga m maksimum yang dapat dimiliki oleh sistem itu adalah :

$$m_{max} = m_{1\,max} + m_{2\,max} \tag{9.20}$$

atau equivalen dengan

$$m_{max} = \ell_1 + \ell_2 \tag{9.21}$$

jelas bahwa dari variasi harga bilangan kuantum momentum angular total ℓ dapat diasumsikan harga maksimumnya (ℓ_{max}) sama dengan m_{max}

$$\ell_{max} = \ell_1 + \ell_2 \tag{9.22}$$

harga–harga momentum angular total ℓ berurutan dari ℓ_{max} menurun hingga harga minimumnya. Mungkin anda bertanya berapa harga minimumnya ?

:

$$\sum_{\ell = \ell_{min}}^{\ell_1 + \ell_2} (2\ell + 1) = (2\ell_1 + 1)(2\ell_2 + 1) \tag{9.23}$$

Relasi tersebut dipenuhi bila kita ambil $\ell_{\min} = |\ell_1 - \ell_2|$.

Dengan cara ini kita temukan harga dari ℓ yang berkaitan dengan sistem dua elektron dengan masing – masing harga ℓ adalah ℓ_1 , dan ℓ_2 yaitu :

$$\ell_{\min} = |\ell_1 - \ell_2|, \ldots, \ell_1 + \ell_2 \qquad (9.24)$$

Pada kasus yang kita bahas yaitu sistem dua elektron dengan satu elektron p (ℓ_1=1) dan satu lagi elektron d (ℓ_2 = 2). Sistem tersebut mempunyai harga-harga momentum angular total salah satu dari harga ℓ = 1, 2, 3. Harga-harga itu berasal dari pers.(9.24) dengan memasukkan Harga ℓ_1 dan ℓ_2. Harga L dapat ditentukan dengan menggunakan formulasi

$$L = \hbar\sqrt{\ell(\ell+1)} \qquad (9.25)$$

untuk ℓ =1 maka $L = \hbar\sqrt{2}$

ℓ = 2 maka $L = \hbar\sqrt{6}$

ℓ = 3 maka $L = \hbar\sqrt{12}$

Jumlah total keadaan eigen yang berkaitan dengan ketiga harga dari ℓ tersebut adalah ditentukan dengan menggunakan pers (9.23) dan diperoleh :

N = (2x1 + 1) + (2x2 + 1) + (2x3 + 1)

= 15 keadaan

harga – harga m-nya ialah :

ℓ = 1 $\rightarrow$ m = -1, 0, 1,

ℓ = 2 $\rightarrow$ m = -2, -1, 0, 1, 2,

ℓ = 3 $\rightarrow$ m = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,

dan keadaan-keadaan eigennya ialah $|\ell m \ell_1 \ell_2\rangle$ yaitu :

$|3\ 3\ 1\ 2\rangle$, $|3\ 2\ 1\ 2\rangle$, $|3\ 1\ 1\ 2\rangle$, $|3\ 0\ 1\ 2\rangle$, $|3\ {-1}\ 1\ 2\rangle$

$|3\ {-2}\ 1\ 2\rangle$, $|3\ {-3}\ 1\ 2\rangle$, $|2\ 2\ 1\ 2\rangle$, $|2\ 1\ 1\ 2\rangle$, $|2\ 0\ 1\ 2\rangle$

$|2\ {-1}\ 1\ 2\rangle$, $|2\ {-2}\ 1\ 2\rangle$, $|1\ 1\ 1\ 2\rangle$, $|1\ 0\ 1\ 2\rangle$, $|1\ {-1}\ 1\ 2\rangle$

Semuanya ada 15 keadaan eigen yang berkaitan dengan tiga ℓ yaitu 1, 2, dan 3 .

Bila kedua elektron dalam sistem itu berupa elektron ($\ell_1 = \ell_2 = 1$) yang dimiliki oleh sistem berdasarkan pers.(9.24) adalah salah satu dari harga-harga:

$\ell = 0, 1, 2$

Harga-harga m yang dimiliki untuk masing-masing ℓ ialah

$\ell = 0$, m = 0

$\ell = 1$, m = -1, 0, 1

$\ell = 2$, m = –2, -1, 0, 1, 2

Jumlah keadaan eigen yang berkaitan dengan ketiga ℓ tersebut ialah pers.(9.23)

$$N = \sum_{\ell=\ell_{\min}}^{\ell_1+\ell_2} (2\ell+1) = \sum_{\ell=0}^{2} (2\ell+1) = 1+3+5=9$$

atau N = ($2\ell_1 + 1$) ($2\ell_2 + 1$) = (2.1 + 1) (2.1 + 1) = 9 keadaan.

Dalam representasi tak gandeng (*uncoupled*) ke sembilan keadaan tersebut dapat dijabarkan sebagai berikut :

$\lvert \ell\ m\ \ell_1\ \ell_2 \rangle$	$= \sum_{m_1+m_2=m} C_{m_1 m_2} \lvert \ell_1\ m_1 \rangle_1 \lvert \ell_2\ m_2 \rangle_2$
$\lvert 2\ 2\ 1\ 1 \rangle$	$= \lvert 1\,1 \rangle_1 \lvert 1\,1 \rangle_2$
$\lvert 2\ 1\ 1\ 1 \rangle$	$= \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert 1\,1 \rangle_1 \lvert 1\,0 \rangle_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert 1\,0 \rangle_1 \lvert 1\,1 \rangle_2$
$\lvert 2\ 0\ 1\ 1 \rangle$	$= \frac{1}{\sqrt{6}} \lvert 1\,1 \rangle_1 \lvert 1\,-1 \rangle_2 + \sqrt{\frac{2}{3}} \lvert 1\,0 \rangle_1 \lvert 1\,0 \rangle_2 + \sqrt{\frac{1}{6}} \lvert 1\,-1 \rangle_1$
$\lvert 2\ -1\ 1\ 1 \rangle$	$= \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert 1\,0 \rangle_1 \lvert 1\,-1 \rangle_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert 1\,-1 \rangle_1 \lvert 1\,0 \rangle_2$
$\lvert 2\ -2\ 1\ 1 \rangle$	$= \lvert 1\,-1 \rangle_1 \lvert 1\,-1 \rangle_2$
$\lvert 1\ 1\ 1\ 1 \rangle$	$= \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert 1\,1 \rangle_1 \lvert 1\,0 \rangle_2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert 1\,0 \rangle_1 \lvert 1\,1 \rangle_2$
$\lvert 1\ 0\ 1\ 1 \rangle$	$= \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert 1\,1 \rangle_1 \lvert 1\,-1 \rangle_2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert 1\,-1 \rangle_1 \lvert 1\,1 \rangle_2$
$\lvert 1\ -1\ 1\ 1 \rangle$	$= \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert 1\,0 \rangle_1 \lvert 1\,-1 \rangle_2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert 1\,-1 \rangle_1 \lvert 1\,0 \rangle_2$
$\lvert 0\ 0\ 1\ 1 \rangle$	$= \frac{1}{\sqrt{3}} \lvert 1\,1 \rangle_1 \lvert 1\,-1 \rangle_2 - \frac{1}{\sqrt{3}} \lvert 1\,0 \rangle_1 \lvert 1\,0 \rangle_2$

Perbandingan antara representasi gandeng dan representasi tak gandeng diungkapkan oleh dua set persamaan keadaan berikut :

$$\begin{pmatrix} \hat{L}^2 \\ \hat{L}_2 \\ \hat{L}_1^2 \\ \hat{L}_2^2 \end{pmatrix} \left| \ell m \ell_1 \ell_2 \right\rangle = \begin{pmatrix} \ell(\ell+1) \\ m/\hbar \\ \ell_1(\ell_1+1) \\ \ell_2(\ell_2+1) \end{pmatrix} \left| \ell m \ell_1 \ell_2 \right\rangle$$

Representasi tak gandeng

$$\begin{pmatrix} \hat{L}_{1z} \\ \hat{L}_{2z} \\ \hat{L}_1^2 \\ \hat{L}_2^2 \end{pmatrix} \left| \ell_1 \ell_2 m_1 m_2 \right\rangle = \hbar^2 \begin{pmatrix} m_1/\hbar \\ m_2/\hbar \\ \ell_1(\ell_1+1) \\ \ell_2(\ell_2+1) \end{pmatrix} \left| \ell_1 \ell_2 m_1 m_2 \right\rangle$$

E. Momentum Angular Total untuk Sistem Lebih dari Dua Elektron

Anda sudah mempelajari penjumlahan momentum angular untuk sistem yang terdiri dari dua elektron. Bagaimana penjumlahan momentum angular untuk sistem yang lebih dari dua elektron ?.

Sekarang kita tinjau suatu sistem yang terdiri dari n elektron yang masing-masing harga momentum angularnya ℓ_1, ℓ_2, … , ℓ_n. Dalam representasi gandeng jumlah total keadaan eigen dari sistem tersebut adalah

$$(2\ell_1 + 1)(2\ell_2 + 1)(2\ell_3 + 1)\ldots(2\ell_n + 1) \qquad (9.26)$$

Harga–harga yang mungkin dari ℓ dapat ditentukan dengan dua cara. Cara pertama sama seperti aturan dua elektron seperti yang sudah anda pelajari, masing-masing harga ℓ nya adalah ℓ_1 dan ℓ_2 , dari kasus ini momentum angular gabungan ialah

$$\vec{L}^2 = (\vec{L}_1 + \vec{L}_2)^2$$

dan mempunyai nilai eigen $\hbar^2 \ell(\ell+1)$ dengan ℓ momentum angular total yang harga –harganya dari :

$$\ell = |\ell_1 + \ell_2|, \ldots, |\ell_1 - \ell_2|$$

Tinjau sistem yang terdiri dari 3 elektron yang masing-masing momentum angularnya ℓ_1, ℓ_2 dan ℓ_3. Momentum angular total dari sistem tersebut diungkapkan oleh

$$\vec{L}^2 = (\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3)^2$$

misalkan $\vec{L}^1 = \vec{L}_1 + \vec{L}_2$

maka persamaandapat dituliskan sebagai berikut:

$$\vec{L}^2 = (\vec{L}^1 + \vec{L}_3)^2$$

dengan demikian salah satu harga ℓ yang berkaitan dengan $\vec{L}^{1^2}$ adalah ℓ

Jadi harga–harga ℓ yang berkaitan dengan momentum angular total $\hat{L}^2$ ialah:

$$\ell = |\ell^1 + \ell_3|, \dots, |\ell^1 - \ell_3| \qquad (9.27)$$

Contoh : Tinjau kasus sistem yang terdiri dari 3 elektron p ($\ell_1 = \ell_2 = \ell_3 = 1$).

Untuk dua elektron pertama kita mempunyai harga – harga ℓ^1 adalah

$\ell^1 = |\ell_1 + \ell_2|, \dots, |\ell_1 - \ell_2|$

$= 0, 1, 2$

harga –harga ℓ nya adalah

$\ell = |\ell^1 + \ell_3|, \dots, |\ell^1 - \ell_3|$

Untuk $\ell^1 = 0$ maka $\ell = 1$

$\ell^1 = 1$ maka $\ell = 0, 1, 2$

$\ell^1 = 2$ maka $\ell = 1, 2, 3$

Dengan demikian untuk sistem yang mempunyai atau terdiri dari 3 elektron P, harga–harga ℓ nya adalah salah satu dari harga – harga $\ell = 0, 1, 2, 3$

Jumlah total keadaan eigen yang bisa dibentuk berkaitan dengan harga – harga ℓ diatas adalah

$N = (2\ell_1 + 1)(2\ell_2 + 1)(2\ell_3 + 1) = 3 \times 3 \times 3 = 27$ (eigen bersama).

Bagaimana aturan tersebut bisa diterapkan pada sistem yang terdiri dari n elektron?. Misalkan masing – masing ℓ berharga ℓ_1, ℓ_2, …, ℓ_n. Mula –mula kita jumlahkan momentum angular dari dua elektron pertama

$\ell^1 = |\ell_1 + \ell_2|, \dots, |\ell_1 - \ell_2|$

selanjutnya kita jumlahkan momentum angular dengan elektron ke tiga

$\ell^{11} = |\ \ell^{1} + \ell_{3}|, \ldots, |\ \ell^{1} - \ell_{3}|$

kemudian ℓ^{11} dijumlahkan dengan momentum angular elektron ke empat

$\ell^{111} = |\ \ell^{11} + \ell_{4}|, \ldots, |\ \ell^{11} - \ell_{4}|$

demikian seterusnya.

F. Aturan Penjumlahan

Cara penentuan harga ℓ di atas berkesan agak rumit. Ada cara lain yang lebih sederhana yaitu dengan menggunakan aturan penjumlahan. Tinjau suatu sistem yang terdiri dari n elektron dan masing – masing momentum angularnya

$\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ldots, \ell_n.$

Harga – harga ℓ tersebut selalu dapat kita urutkan sedemikian hingga

$\ell_1 \leq \ell_2 \leq \ell_3 \leq \ldots \leq \ell_n$

Misalkan $\Lambda = \sum_{i=1}^{n-1} \ell_i$ maka:

a. jika $\ell_n - \Lambda \geq 0$ maka $\ell_{min} = \ell_n - \Lambda$

b. jika $\ell_n - \Lambda \leq 0$ maka $\ell_{min} = 0$

c. dalam keseluruhan kasus $\ell_{max} = \sum_{i=1}^{n} \ell_i$

d. harga–harga yang mungkin dari ℓ memberikan harga total L :

$\hat{L}^2 = (L_1 + L_2 + \ldots + L_n)^2 = \hbar\ell(\ell + 1)$

dengan $\ell = |\ell_{max}|, |\ell_{max} - 1|, \ldots, |\ell_{min}|$

Contoh : Tinjau suatu sistem terdiri dari 2 elektron P dan satu elektron f

$(\ell_1 = \ell_2 = 1\ ,\ \ell_3 = 3\ )$

$$\Lambda = \sum_{i=1}^{n-1} \ell_i = \sum_{i=1}^{3-1} \ell_i = \ell_1 + \ell_2 = 1 + 1 = 2$$

$$\ell_n - \Lambda = \ell_3 - \Lambda = 3 - 2 = 1$$

jadi $\ell_{min} = 1$

$$\ell_{max} = \sum_{i=1}^{n} \ell_i = \sum_{i=1}^{3} \ell_i = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3$$

$$= 1 + 1 + 3 = 5$$

Jadi untuk sistem yang terdiri dari dua elektron P dan satu elektron f harga –harga ℓ nya adalah ℓ = 1, 2, 3, 4, 5. Keadaan eigen yang bisa dibentuk dengan harga ℓ tersebut sebanyak:

$N = (2\ell + 1)(2\ell + 1)(2\ell + 1)$

$= (2.1 + 1)(2.1 + 1)(2.3 + 1)$

$= 3 \times 3 \times 7$

$= 63$ keadaan eigen bersama

Catatan

Kaitan notasi momentum angular orbital elektron dengan masing – masing harga ℓ elektron ialah

Huruf	s	p	d	f	g	h
Harga ℓ	0	1	2	3	4	5