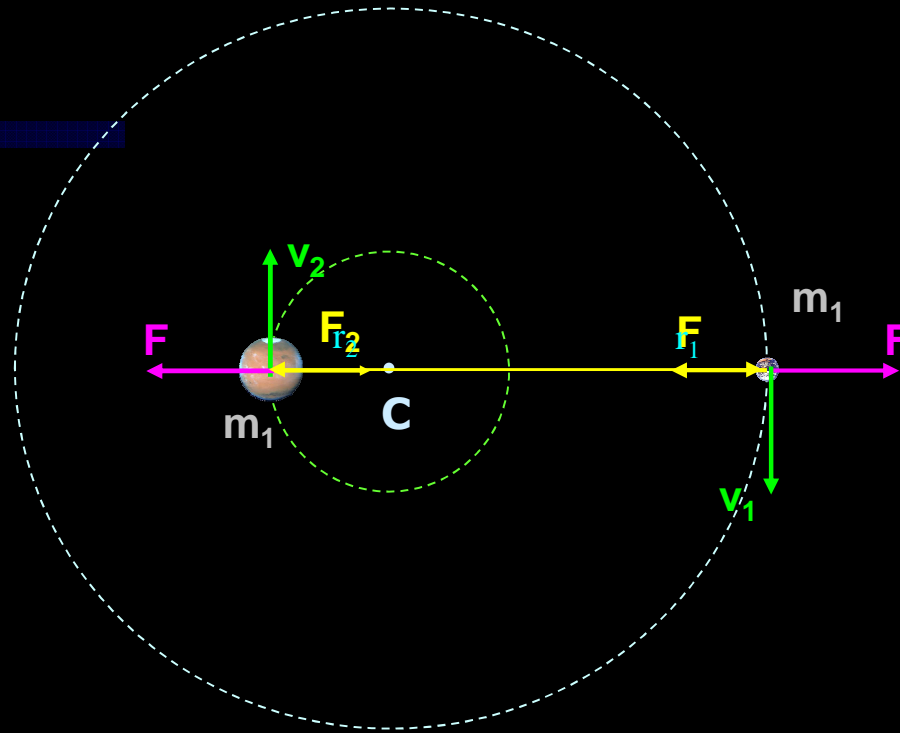
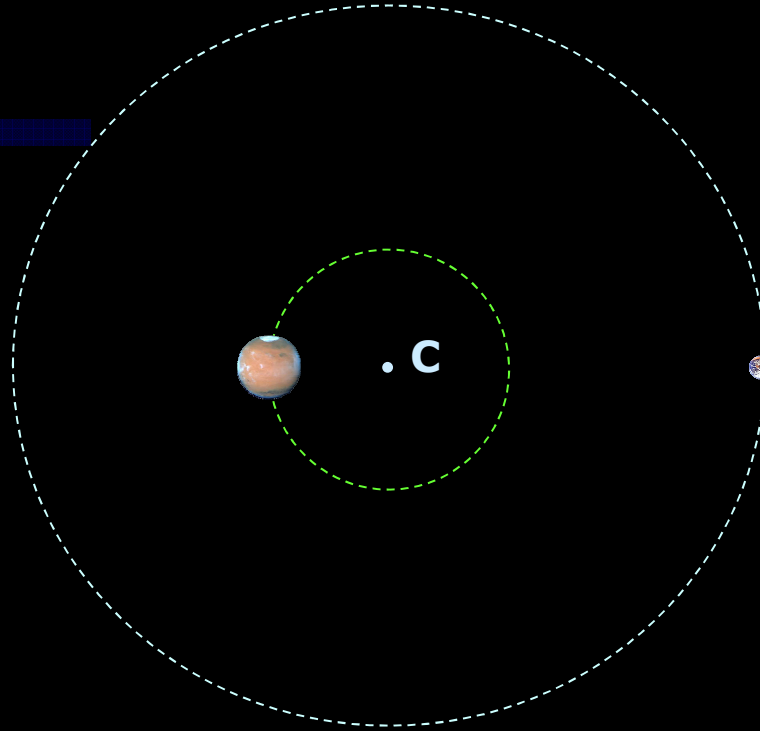


# Sistim Dua Benda Langit



$$\left. \begin{aligned}
 F_1 &= \frac{m_1 v_1^2}{r_1} \\
 F &= G \frac{m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2} \\
 F_2 &= \frac{m_2 v_2^2}{r_2}
 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned}
 \frac{G m_2}{(r_1 + r_2)^2} &= \frac{4\pi^2 r_1}{T^2} \\
 \frac{G m_1}{(r_1 + r_2)^2} &= \frac{4\pi^2 r_2}{T^2}
 \end{aligned} \right\} G \frac{m_1 + m_2}{4p^2} = \frac{(r_1 + r_2)^3}{T^2}$$

# Sistim Dua Benda Langit



$$\frac{m_1+m_2}{4\pi^2} = \frac{(r_1+r_2)^3}{T^2}$$

## Untuk sistim Matahari-Planet :

- ◆  $m_1$  matahari dan  $m_2$  planet
- ◆  $r_1$  jarak rata-rata antara matahari-planet: R
- ◆ T dan R ditentukan secara relatif terhadap sistim Matahari-Bumi

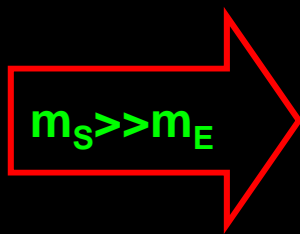
## Untuk sistim Planet-Satelit :

- ◆  $m_1$  planet dan  $m_2$  satelit
- ◆  $r_1$  jarak rata-rata antara planet-satelit: R
- ◆ T dan R ditentukan secara relatif terhadap sistim Bumi-Bulan

# Menentukan Massa Matahari

Sistim Bumi-Matahari:

$$G \frac{m_S + m_E}{4\pi^2} = \frac{R^3}{T^2}$$



$$m_M = \frac{4\pi^2 R^3}{G T^2}$$

$$m_M = \frac{4 \cdot (3,14)^2 \times (1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^3}{(6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2) \times (365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s})^2}$$

$$m_M = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

*Bagaimana perhitungan melalui Hk. Newton ?*

# Menentukan massa Bumi

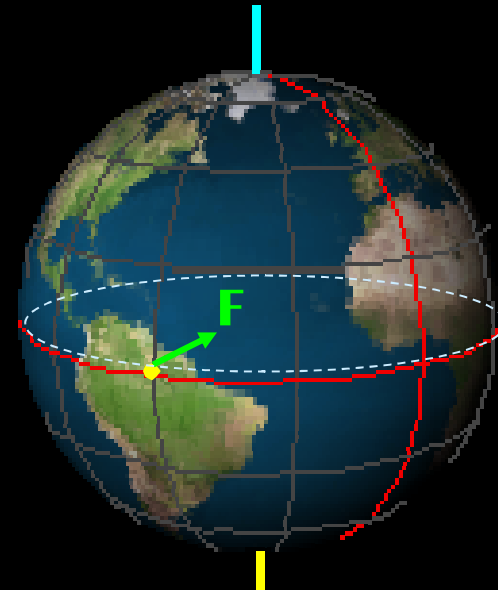
Sebuah benda bermassa  $m$ , yang berada di permukaan bumi akan memperoleh gaya:

$$\left. \begin{aligned} F &= G \frac{M m}{r^2} \\ F &= m g \end{aligned} \right\}$$

$$M = \frac{g r^2}{G}$$

$$M = \frac{9,80 \text{ m/s}^2 \times (6,4 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2}$$

$$M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$



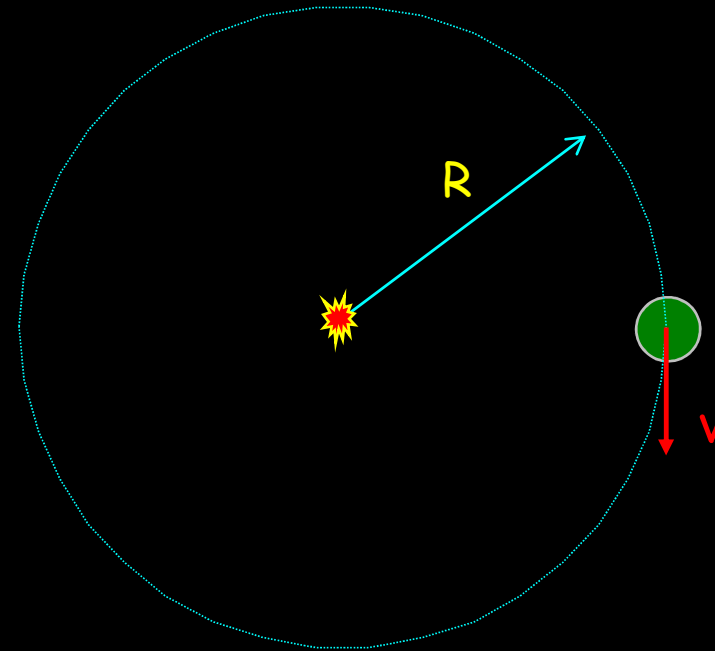
# Menentukan Kecepatan Revolusi Bumi

$$v = \frac{2 \pi R}{T}$$

$$v = \frac{2 \times 3,14 \times 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}}{365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}}$$

$$v = 3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$v = 108.000 \text{ km/jam}$$



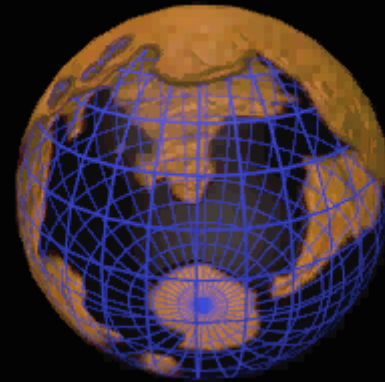
# Menentukan Kecepatan Rotasi Bumi

$$v = \frac{2 \pi R}{T}$$

$$v = \frac{3,14 \times 12,75 \cdot 10^6 \text{ m}}{24 \times 60 \times 60 \text{ s}}$$

$$v = 0,46 \text{ km/s}$$

$$v = 1656 \text{ km/jam}$$



## Contoh Soal :

Jarak rata-rata planet Mars terhadap Matahari adalah 1,52 kali jarak rata-rata Bumi terhadap Matahari. Tentukanlah berapa tahun yang diperlukan planet Mars untuk bergerak satu putaran mengelilingi Matahari.

Hk. Kepler III:  $G \frac{m_1 + m_2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$

Matahari-Mars :  $G \frac{m_S + m_M}{(R_M)^3} = \frac{4\pi^2}{(T_M)^2}$   
 $m_S \gg m_M$

$$G \frac{m_S}{(R_M)^3} = \frac{4\pi^2}{(T_M)^2}$$

Matahari-Bumi :  $G \frac{m_S + m_E}{(R_E)^3} = \frac{4\pi^2}{(T_E)^2}$   
 $m_S \gg m_E$

$$G \frac{m_S}{(R_E)^3} = \frac{4\pi^2}{(T_E)^2}$$

$$\frac{(R_E)^3}{(R_M)^3} = \frac{(T_E)^2}{(T_M)^2}$$

$$T_M = 1,87 \text{ th.}$$

# Bulan

Massa : 0.0123 kali massa Bumi

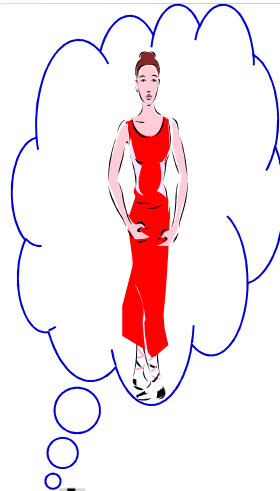
Diameter : 0.273 kali diameter Bumi

Hitung berapa percepatan gravitasi Bulan !

$$g = G \frac{m}{r^2} \quad \longrightarrow \quad g_M = \frac{0,0123}{(0,273 R_E)^2} = 0,165 G \frac{m_E}{R_E^2} = g_E$$

Percepatan gravitasi Bulan : 0.165 kali percepatan gravitasi Bumi





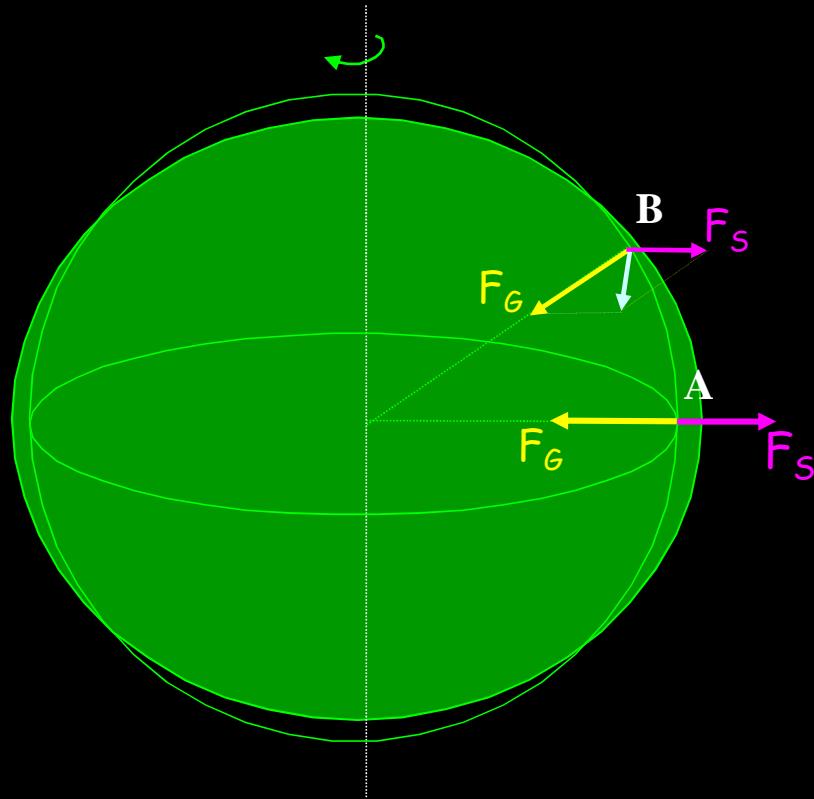
Berapa berat badan anda ?



# Rekor lompat tinggi



# Pengaruh Gravitasi Terhadap Bentuk Bumi

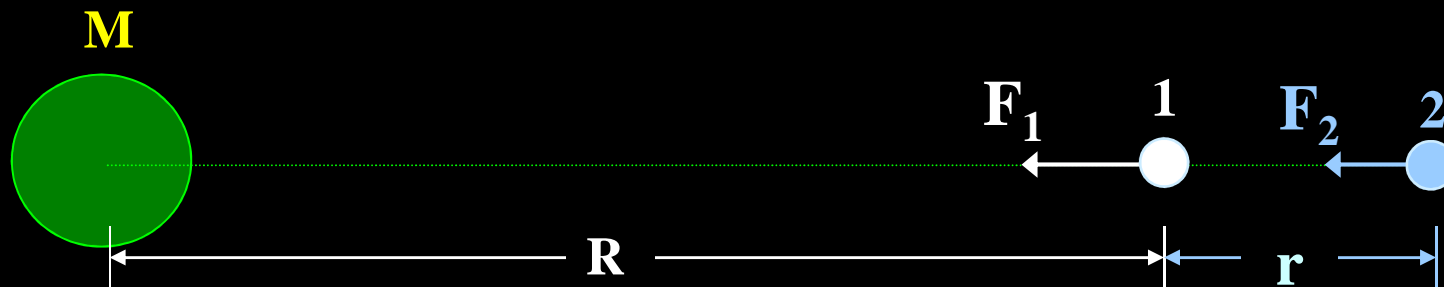


$F_S$  : gaya sentrifugal

$F_G$  : gaya gravitasi

# Perbedaan Gaya Gravitasi

yang bekerja pada dua benda, karena pengaruh benda lain yang relatif lebih jauh jaraknya



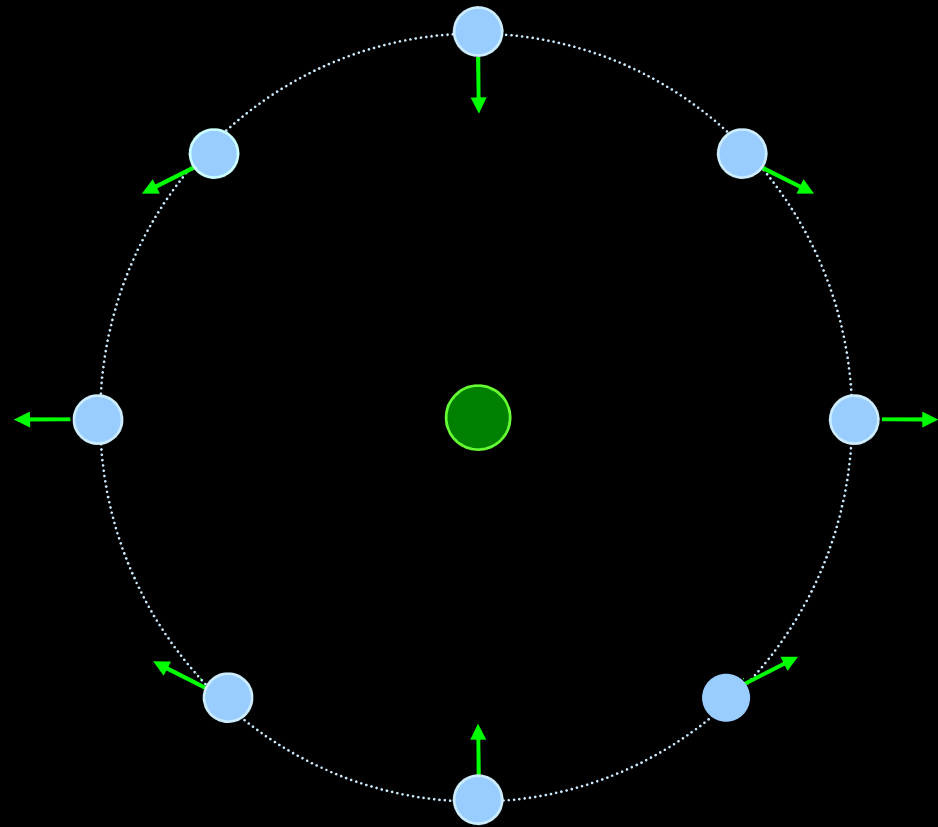
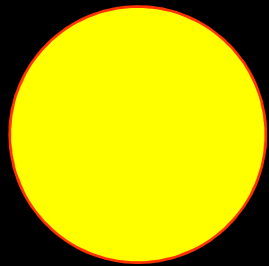
$$F_1 = G \frac{M}{R^2}$$

$$F_2 = G \frac{M}{(R+r)^2}$$

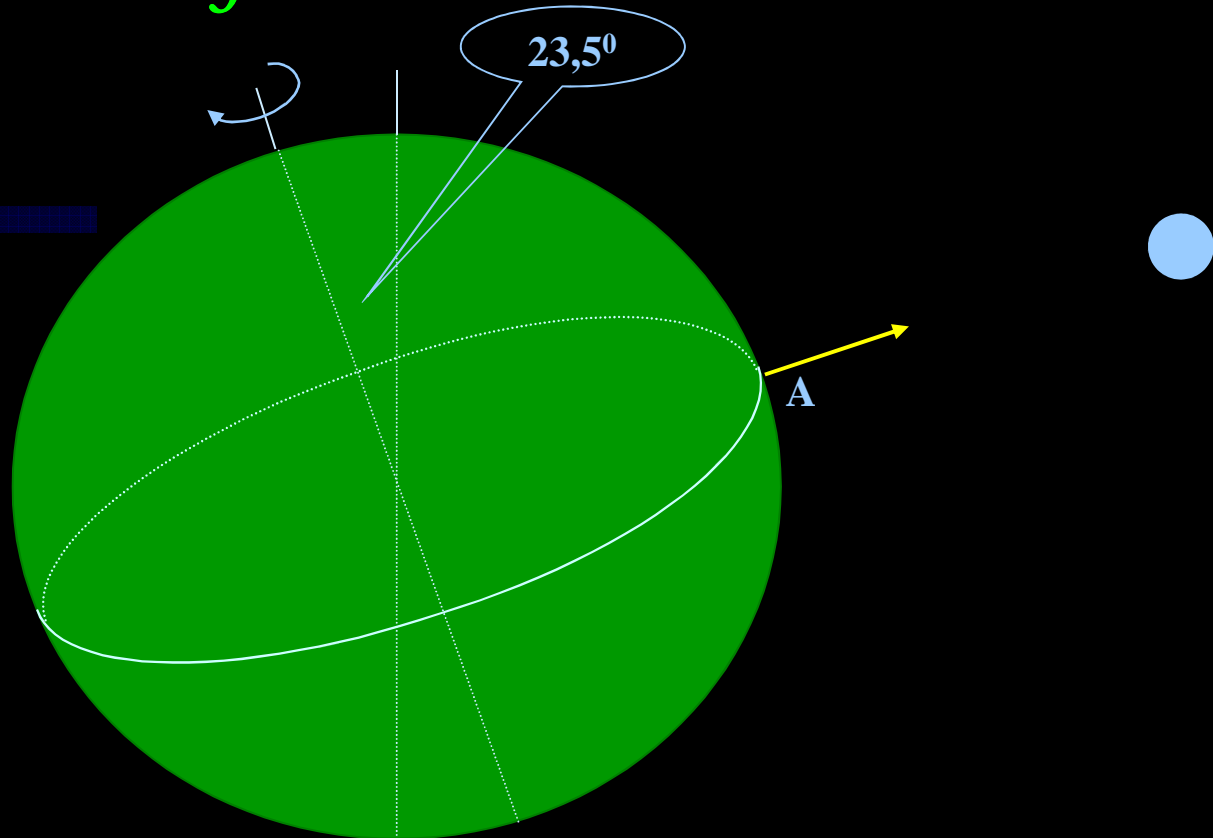
$$\Delta F = F_1 - F_2 = \frac{GM}{R^2} - \frac{GM}{(R+r)^2} \approx \frac{2GM r}{R^3}$$

Untuk  $R \gg r$

# Perbedaan Gaya Gravitasi



## Pengaruh Perbedaan Gravitasi Bulan



Gaya gravitasi di A, lebih besar drpd di tempat lain, shg air laut menjadi pasang.

Pada bulan baru dan bulan purnama, perbedaan gaya gravitasi di Bumi mengarah ke luar, sehingga permukaan laut pasang akan lebih tinggi dari biasanya.

Perbedaan gaya gravitasi ini meyebabkan pula posisi rotasi Bumi, sehingga sumbu rotasinya miring sebesar 23,5°.

# Energi Potensial Gravitasi

$$U = - \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int \frac{G M m}{r^2} dr$$

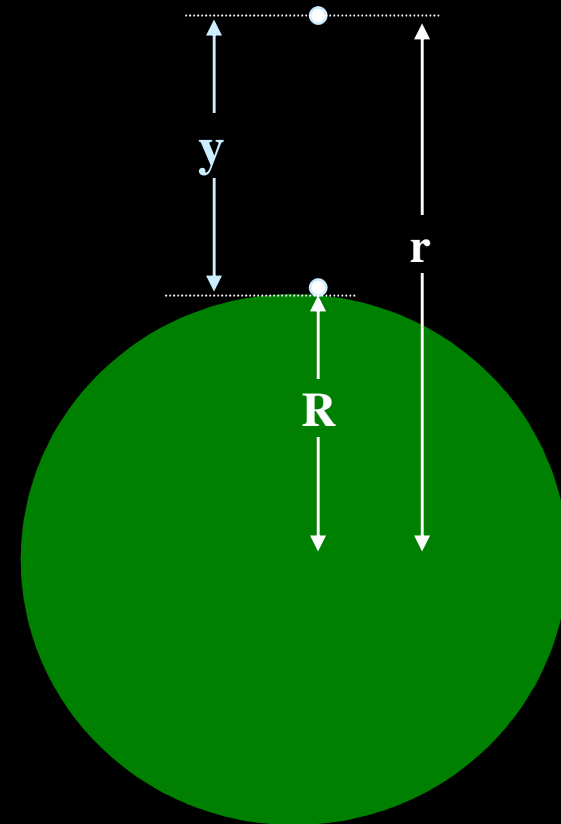
$$U = - \left. \frac{G M m}{r} \right|_R^r$$

$$U = \frac{G M m}{R} - \frac{G M m}{r}$$

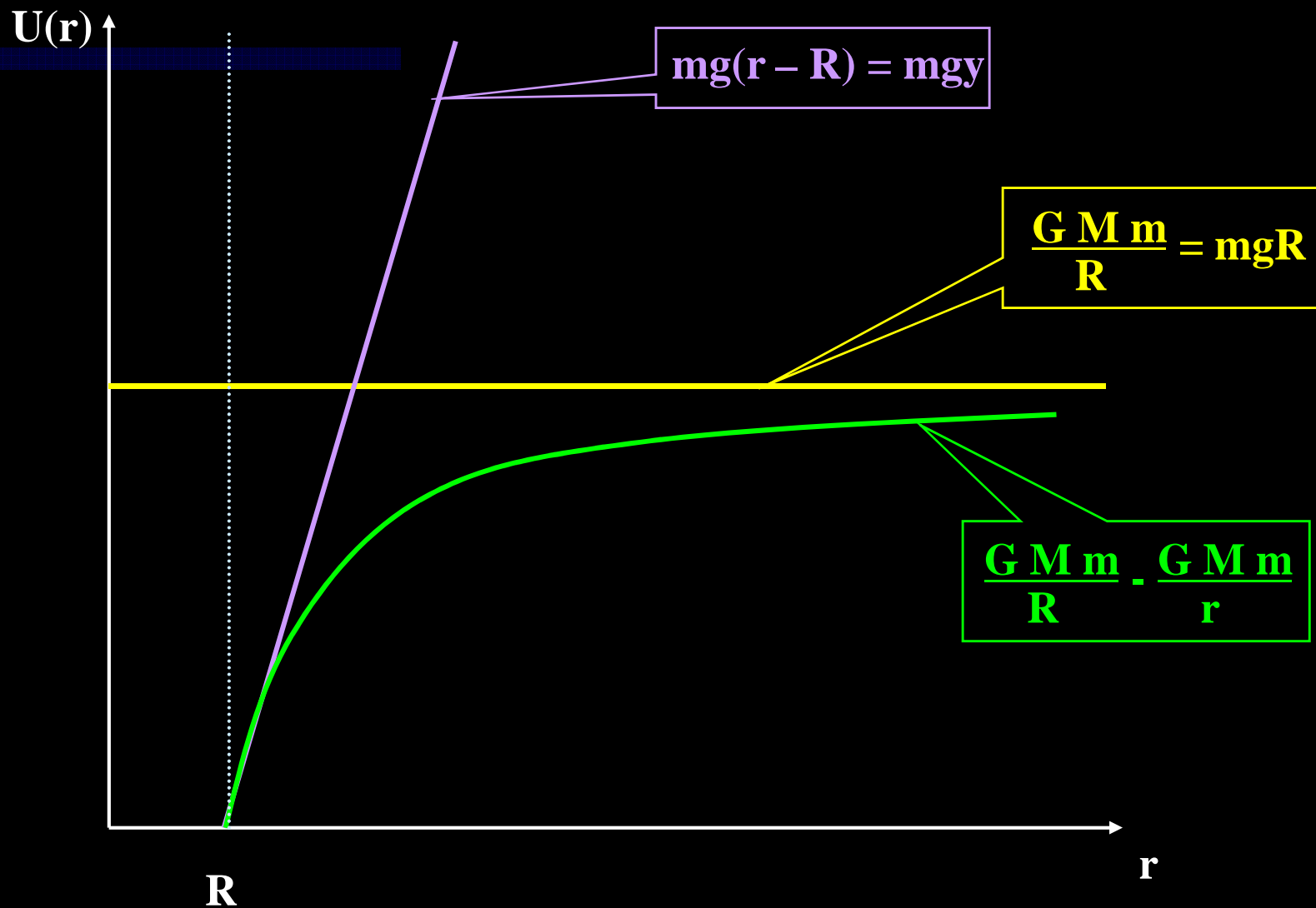
$$U = \frac{G M m}{R r} (r - R)$$

$$U = mgy \frac{R}{r}$$

$$U_{\text{mak}} = \frac{G M m}{R} = mgR$$

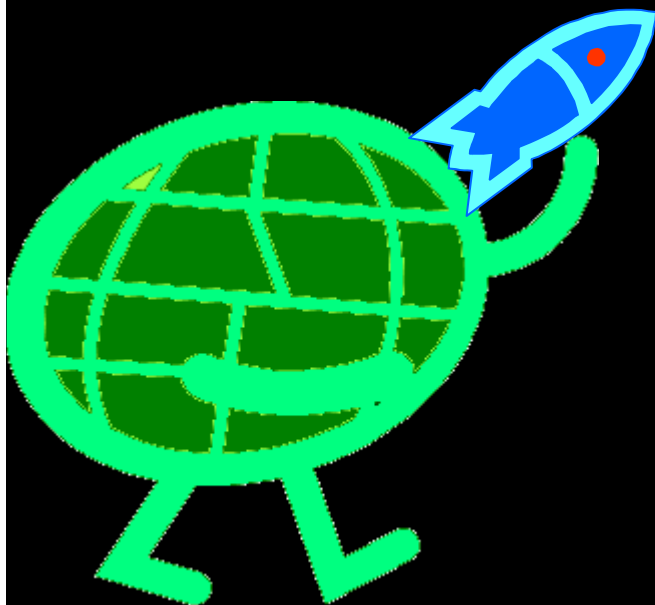


# Grafik Potensial





# Lepas Dari Bumi



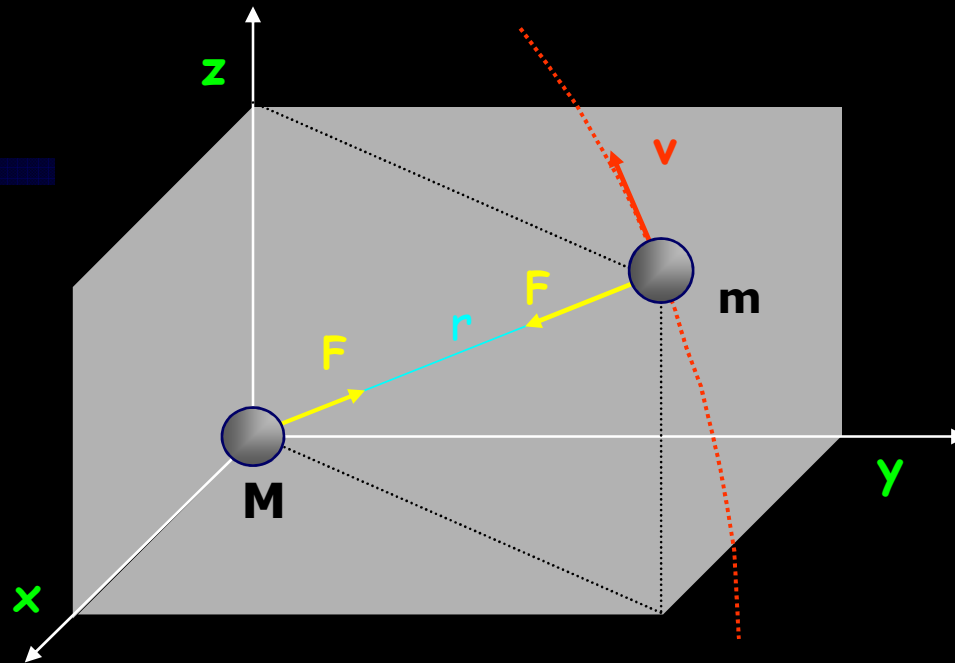
$$U_{\text{mak}} = \frac{G M m}{R}$$
$$= mgR$$
$$\frac{1}{2} m v^2$$
$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$
$$v = \sqrt{2gR}$$

Kecepatan lepas

## Contoh Soal

1. Sebuah proyektil ditembakkan ke atas dari permukaan bumi dengan laju awal 8 km/s. Tentukan tinggi maksimum yang dicapai proyektil tsb ! ( $y = 1,05 R$ )
2. Hitung laju lepas di permukaan Merkurius !. Massa dan jari-jari Merkurius:  $3,31 \times 10^{23}$  kg dan  $2,44 \times 10^6$  m.  
(4,25 km/s)
3. Buktikan bahwa energi total sebuah satelit dalam orbit melingkar, sama dengan setengah energi potensialnya !

# Sistim Dua Benda Langit



$$m_1 \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -G m_1 m_2 \frac{x_1 - x_2}{r^3}$$

$$m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = -G m_1 m_2 \frac{y_1 - y_2}{r^3}$$

$$m_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} = -G m_1 m_2 \frac{z_1 - z_2}{r^3}$$

**Didefinisikan:**

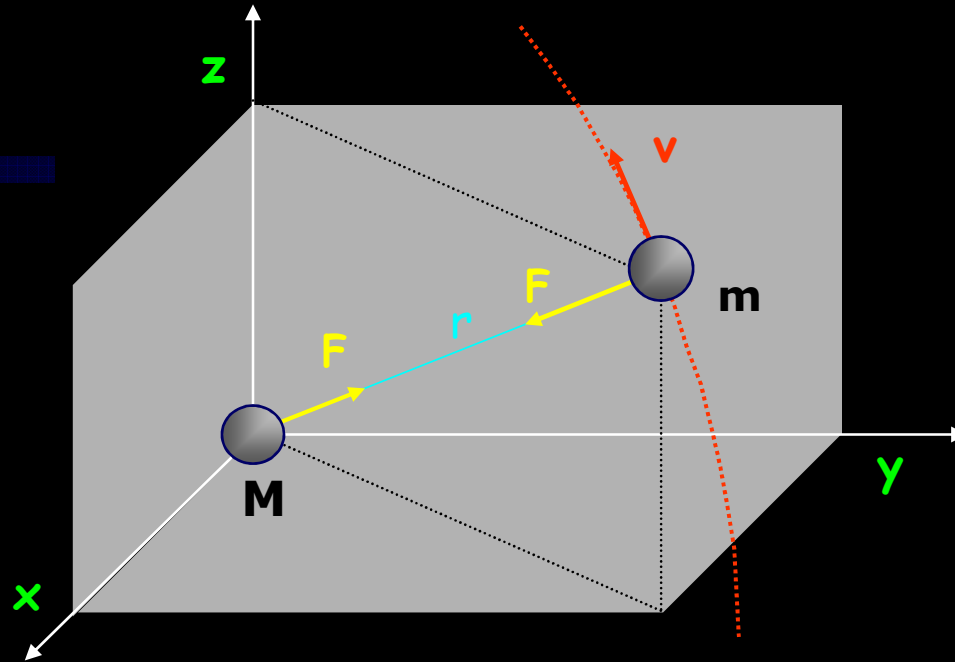
$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_1$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}_2 - \mathbf{z}_1$$

$$\mathbf{M} = m_1 + m_2$$

# Sistim Dua Benda Langit



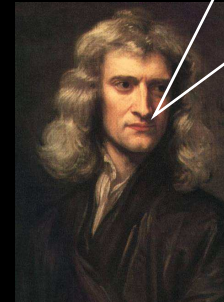
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -G \frac{Mx}{r^3}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -G \frac{My}{r^3}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -G \frac{Mz}{r^3}$$

$$a_1 x + a_2 y + a_3 z = 0$$

m bergerak pada bidang datar yang melalui M



# Sistim Dua Benda Langit

$$a_1 x + a_2 y + a_3 z = 0$$

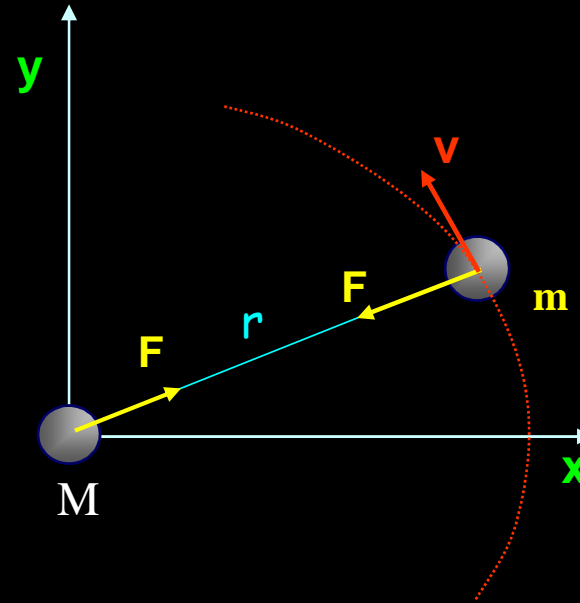
Persamaan bidang datar

m bergerak pada  
bidang datar yang  
melalui M



# Sistim Dua Benda Langit

Untuk penyederhanakan,  
ambil bidang orbit  
dalam bidang (x, y).



Gerak benda hanya ditentukan oleh dua persamaan yang mengandung variabel x dan y, yaitu:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -G \frac{Mx}{r^3}$$

dikalikan dengan

$$2 \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -G \frac{My}{r^3}$$

dikalikan dengan

$$2 \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} \left\{ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right\} = -\frac{2GM}{r^3} \left( x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} \right)$$

# Sistim Dua Benda Langit

$$\frac{d}{dt} \left\{ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right\} = - \frac{2GM}{r^3} \left( x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} \right)$$

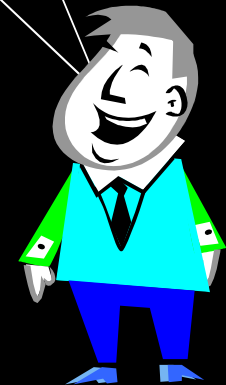
Dalam koordinat polar:

$$\left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 - 2 \frac{GM}{r} = h$$

Solusinya:

$$r = \frac{h^2}{G(m_1 + m_2)(1 + e \cos \theta)}$$

Persamaan konik



# Energi Sistim Dua Benda Langit

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -G \frac{Mx}{r^3}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -G \frac{My}{r^3}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -G \frac{Mz}{r^3}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right] = -\frac{2GM}{r^3} \left( x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} + z \frac{dz}{dt} \right)$$

$$\frac{dv^2}{dt} = -2 \frac{GM}{r^2} \left( \frac{dr}{dt} \right) \Rightarrow v^2 = -2 \frac{GM}{r} + C$$

$$EK = \frac{1}{2} m_1 v^2 = \frac{GMm_1}{r} + \frac{1}{2} m_1 C$$

$$EP = -\frac{G m_1 m_2}{r}$$

$$EK + EP = \frac{1}{2} m_1 C = \text{Konstan}$$

Energi total sistim tetap