

LAPORAN PENELITIAN MANDIRI

**INVESTIGASI TEORITIS TENTANG
RESOLUSI SEBAGAI FUNGSI LEBAR CELAH
(KOLIMATOR) PADA DIFRAKTOMETER
KRISTAL GANDA TAK-IDENTIK DAN
PERMASALAHANNYA**

Oleh : Kardiawarman, Ph. D.

**JURUSAN PENDIDIKAN FISIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN BANDUNG**

1999

1. PENDAHULUAN

1.1 *Latar belakang masalah.*

Setiap ahli kristalografi yang bekerja dengan sinar-x selalu menginginkan berkas-berkas sinar-x monokromatis yang sangat paralel atau dengan kata lain sinar-x dengan divergensi yang sangat kecil. Secara teoritis, berkas-berkas sinar-x inilah yang selalu digunakan untuk menjelaskan berbagai fenomena alam. Tetapi pada kenyataan dalam setiap eksperimen, berkas-berkas sinar-x yang memiliki sudut divergensi sangat kecil adalah sangat sulit diperoleh. Sebab setiap sumber sinar-x akan memancarkan berkas-berkas sinar-x ke segala arah di dalam ruang. Akibatnya, sudut divergensi sinar-x ini tidak lagi kecil. Untuk mengatasi masalah ini sebagian ahli menggunakan celah kolimator yang sangat sempit ($0,1^\circ$) untuk membatasi sinar-x yang diinginkan sehingga sudut divergensinya menjadi lebih kecil. Namun demikian, dengan menggunakan celah kolimator sempit ini timbul masalah baru, yaitu intensitas sinar-x menjadi sangat lebih kecil sehingga waktu yang dibutuhkan untuk melakukan satu eksperimen menjadi sangat lama. Disamping itu, dengan mengecilnya intensitas sinar-x faktor penyerapan sinar-x oleh udara menjadi sangat dominan sehingga intensitas sinar-x menjadi sangat sulit untuk dibaca oleh detektor.

Meskipun penggunaan celah kolimator sempit masih tetap menimbulkan masalah, tetapi masih banyak ahli yang menggunakannya untuk membatasi divergensi berkas sinar-x. Sebenarnya apa yang mereka inginkan adalah resolusi berkas sinar-x yang sangat tinggi sehingga penentuan posisi sudut setiap puncak profil intensitas sinar-x terdifraksi menjadi lebih akurat. Dengan kata lain, mereka menginginkan puncak-puncak profil intensitas sinar-x terdifraksi yang sangat tajam sehingga daya pisah berkas sinar-x menjadi lebih besar. Resolusi ini sering didefinisikan sebagai Lebar Penuh pada Setengah Maksimum atau dalam bahasa Inggris sering disebut Full width at Half Maximum (FWHM).

Ada tiga faktor yang telah diketahui mempengaruhi resolusi sinar-x dalam eksperimen difraksi sinar-x, yaitu lebar alamiah sinar-x itu sendiri, monokromatisme sinar-x, dan lebar Darwin. Ketiga faktor ini akan dijelaskan secara rinci dalam bab 2, yaitu tentang tinjauan teori. Faktor lain yang akan diselidiki secara teoritis di dalam tulisan ini adalah faktor *lebar celah kolimator* yang digunakan dalam percobaan difraksi sinar-x.

1.2 *Masalah dan pembatasan masalah.*

Seperti dijelaskan di atas bahwa masalah yang dihadapi oleh setiap ahli kristalografi adalah masalah resolusi atau daya urai/pisah. Meskipun terdapat banyak faktor yang mempengaruhi resolusi berkas sinar-x, penulis hanya akan meneliti secara teoritis tentang pengaruh lebar celah kolimator terhadap resolusi. Jadi, penulis akan menginvestigasi hubungan antara lebar celah kolimator (α) sebagai fungsi resolusi (FWHM).

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan masalah tersebut di atas, tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui hubungan fungsional antara lebar celah kolimator (α) dengan resolusi (FWHM).

1.4. Hipotesa

Mengingat berkas sinar-x paralel selalu digunakan dalam penjelasan setiap fenomena alam secara teoritis, penulis menduga bahwa divergensi sinar-x ini akan sangat mempengaruhi resolusi sinar-x yang digunakan. Karena itu, penulis mengajukan sebuah hipotesa sebagai berikut:

Terdapat hubungan antara lebar celah kolimator (α) dengan resolusi (FWHM).

1.5 Hasil yang diharapkan dari penelitian ini.

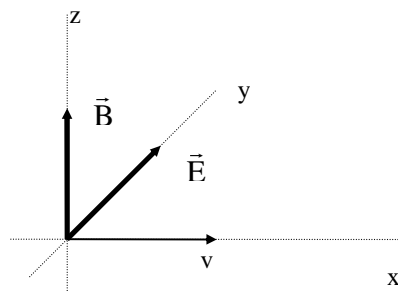
Hasil yang diharapkan adalah berupa sebuah persamaan umum yang menyatakan hubungan fungsional antara lebar celah kolimator (α) dengan resolusi (daya urai) dari suatu alat difraktometer.

2. TINJAUAN TEORITIS SINAR-X

2.1. Sifat-sifat sinar-x.

Sinar-x ditemukan pertamakali oleh Roentgen pada tahun 1895. Pada saat ditemukan, sifat-sifat sinar-x tidak langsung dapat diketahui. Sifat-sifat alamiah (nature) sinar-x baru secara pasti ditentukan pada th 1912 seiring dengan penemuan difraksi sinar-x oleh kristal. Difraksi sinar-x ini dapat “melihat” atau “membedakan” objek yang berukuran kurang lebih 1 angstrom. Sifat-sifat sinar-x tersebut adalah:

- tidak dapat dilihat oleh mata, bergerak dalam lintasan lurus, dan dapat mempengaruhi film fotografi sama seperti cahaya tampak.
- daya tembusnya lebih tinggi dari pada cahaya tampak, dan dapat menembus tubuh manusia, kayu, beberapa lapis logam tebal.
- dapat digunakan untuk membuat gambar bayangan sebuah objek pada film fotografi (radiograf).
- sinar-x merupakan gelombang elektromagnetik dengan energi $E = hf$.
- orde panjang gelombang sinar-x adalah $0,5-2,5 \text{ \AA}$. (sedangkan orde panjang gelombang untuk cahaya tampak = 6000 \AA). Jadi letak sinar-x dalam diagram spektrum gelombang elektromagnetik adalah antara sinar ultra violet dan sinar gama.
- satuan panjang gelombang sinar-x sering dinyatakan dalam dua jenis satuan yaitu *angstrom* (\AA) dan *satuan sinar-x* (X Unit = XU). $1 \text{ kXU} = 1000 \text{ XU} = 1,00202 \text{ \AA}$.
- Persamaan gelombang untuk medan listrik sinar-x yang terpolarisasi bidang adalah $\vec{E} = A \sin 2\pi(x/\lambda - ft) = A \sin (kx - \omega t)$. Intensitas sinar-x adalah dE/dt (rata-rata aliran energi per satuan waktu) per satu satuan luas yang tegak lurus arah rambat. Nilai rata-rata intensitas sinar-x ini adalah berbanding lurus dengan A^2 . Satuan intensitas adalah $\frac{\text{ergs}}{\text{det. cm}^2}$.

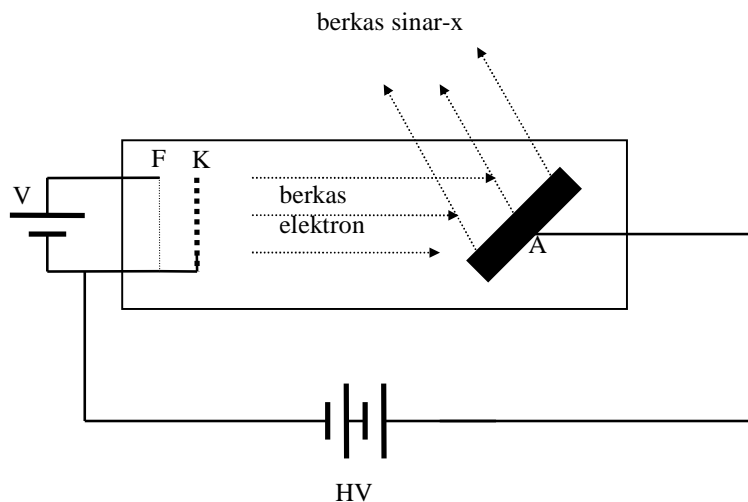


Gambar 2.1. Arah vektor medan listrik dan medan magnet dari sebuah gelombang yang terpolarisasi bidang.

2.2 Sumber sinar-x.

Salah satu cara untuk membangkitkan sinar-x adalah dengan cara menembakan elektron yang berenergi kinetik (berkecepatan) tinggi pada suatu target (anoda). Pembangkit (sumber) sinar-x jenis ini berdasarkan keadaan target (anoda) dapat dibedakan menjadi dua jenis sumber sinar-x, yaitu sumber sinar-x yang beranoda diam (fixed anode x-ray source) dan sumber sinar-x dengan anoda berputar (rotating anode x-ray source). Kedua jenis sumber sinar-x ini akan dijelaskan pada bagian berikut ini.

Sumber sinar-x beranoda diam. Komponen utama sumber sinar-x yang beranoda diam adalah sebuah anoda, sebuah katoda (K), sebuah filamen (F) sebagai sumber elektron, sebuah sumber tegangan tinggi (HV) untuk anoda dan katoda, dan sebuah tegangan rendah (V) untuk filamen. Sumber sinar-x jenis ini secara skema ditunjukkan pada gambar 2.2



Gambar 2.2. Skema sumber sinar-x beranoda tetap.

Filamen yang diberi catu daya dari sumber tegangan rendah (V) akan mengeluarkan elektron secara termal. Elektron-elektron ini selanjutnya dipercepat oleh tegangan tinggi (HV) yang timbul antara anoda dan katoda, sehingga mereka memperoleh energi kinetik yang sangat besar. Pada saat menumbuk anoda elektron-elektron ini akan melepaskan energi kinetiknya. Sebagian kecil dari energi tersebut berubah menjadi energi gelombang elektromagnetik yang kita sebut *sinar-x*, sedangkan sebagian besar dari energi kinetik itu berubah menjadi panas yang numpuk pada anoda. Berkas sinar-x yang dihasilkan dapat terdiri atas dua jenis sinar-x. Jenis pertama adalah *sinar-x polikhromatik*, yaitu sinar-x yang berasal dari akibat pengereman elektron oleh anoda. Berkas sinar-x jenis ini sering disebut sinar-x bremsstrahlung (sebuah kata dalam bahasa Jerman yang berarti pengereman). Jenis kedua adalah *sinar-x monokhromatik*, yaitu sinar-x yang berasal dari adanya transisi

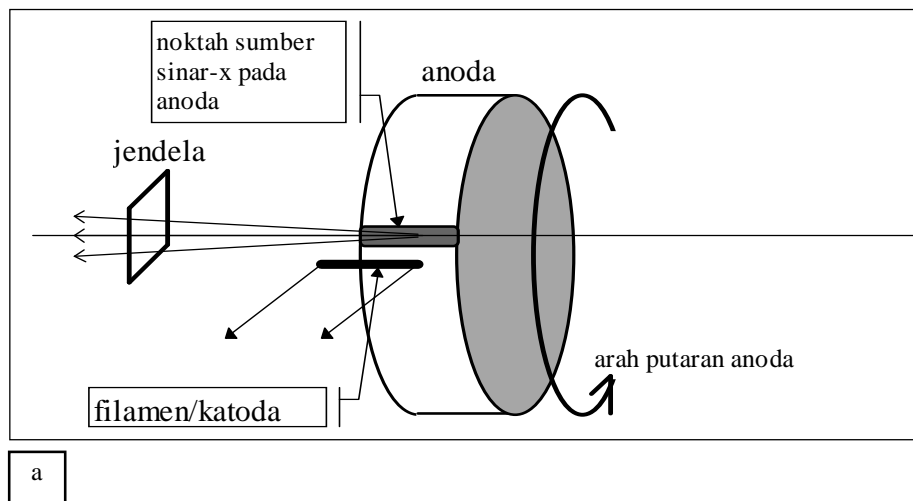
eksitasi di dalam anoda. Kedua jenis sinar-x ini akan dijelaskan secara rinci di dalam pasal berikutnya.

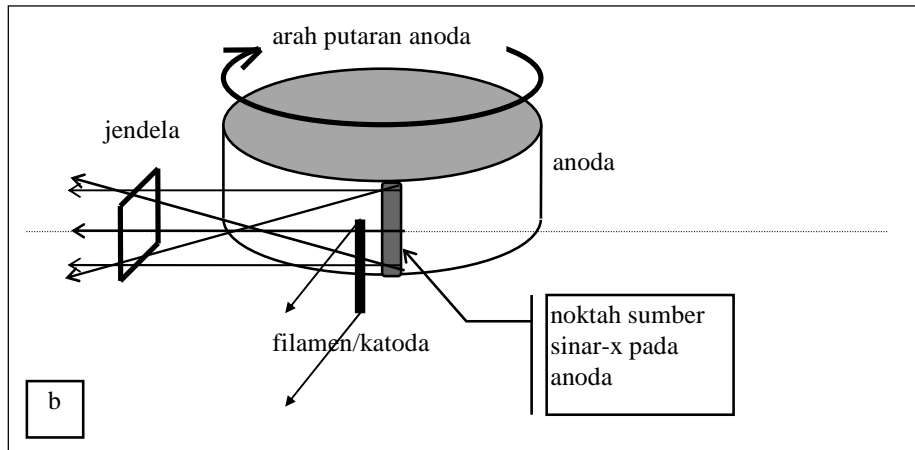
Disamping komponen-komponen utama tersebut di atas, sumber sinar-x ini sering juga dilengkapi dengan komponen lainnya, seperti aliran air dingin melalui anoda yang berfungsi untuk mengeluarkan panas yang timbul pada anoda.

Sumber sinar-x dengan anoda berputar. Pada prinsipnya, komponen utama dari sumber sinar-x dengan anoda berputar adalah sama dengan komponen utama dari sumber sinar-x yang beranoda diam. Tetapi perbedaan yang paling mencolok diantara keduanya adalah bahwa anoda pada sumber sinar-x ini diputar oleh sebuah motor listrik dengan kecepatan yang sangat tinggi. Hal ini dimaksudkan supaya elektron-elektron akan menumbuk anoda pada tempat yang selalu berbeda. Keuntungan dari cara ini adalah untuk mengurangi panas yang timbul pada anoda sehingga sumber sinar-x jenis ini dapat menghasilkan berkas sinar-x yang berdaya besar. Sebagai perbandingan, sumber sinar-x beranoda diam hanya mampu menghasilkan sumber sinar-x yang berdaya kurang lebih 2 kilowatt (kW) sementara sumber sinar-x yang beranoda berputar mampu menghasilkan berkas sinar-x dengan daya maksimum sebesar 18 kW.

Keuntungan lain dari sumber sinar-x yang beranoda berputas adalah :

- bahan anoda dapat diubah dengan mudah tanpa harus mengganti tabung sumber sinar-x secara keseluruhan. Penggantian bahan anoda sering dilakukan apabila energi berkas sinar-x karakteristik yang dibutuhkan harus bermacam-macam.
- jenis dan ukuran filamen juga dapat diubah dengan mudah, sehingga ukuran noktah sinar-x yang dihasilkan dapat disesuaikan dengan kebutuhan.
- oreintasi anoda dan filamen dapat disesuaikan dengan kebutuhan tanpa harus memilih arah berkas sinar-x yang dihasilkan. Hal ini sangat menguntungkan karena kita tidak perlu mengubah susunan alat-alat eksperimen lainnya, seperti goniometer $\theta - 2\theta$ misalnya, yang biasanya sangat sulit untuk setel dan kalibrasi ulang. Oreintasi yang dapat dibuat oleh sumber sinar-x ini adalah *orientasi geometri titik* dan *orientasi geometri garis*. Kedua jenis oreintasi ini ditunjukkan dalam gambar 2.3.





Gambar 2.3. Orientasi anoda dan filamen pada sumber sinar-x dengan anoda berputar. (a) orientasi geometri titik, (b) orientasi geometri garis.

Pada orientasi geometri titik, noktah sumber sinar-x pada anoda akan tampak dari jendela seperti sebuah titik sumber, sedangkan pada orientasi geometri garis noktah tersebut akan tampak dari jendela seperti sebuah garis sumber. Kedua jenis orientasi ini dengan mudah dapat diperoleh dari sumber sinar-x jenis ini tanpa harus mengganggu susunan alat-alat eksperimen lainnya.

Di sisi lain, kelemahan sumber sinar-x dengan anoda berputar adalah :

- a. harganya jauh lebih mahal
- b. untuk memperoleh sinar-x dengan daya yang besar, sumber ini memerlukan pompa pengisap udara yang sangat baik untuk dapat memvakumkan ruang anoda-katoda.

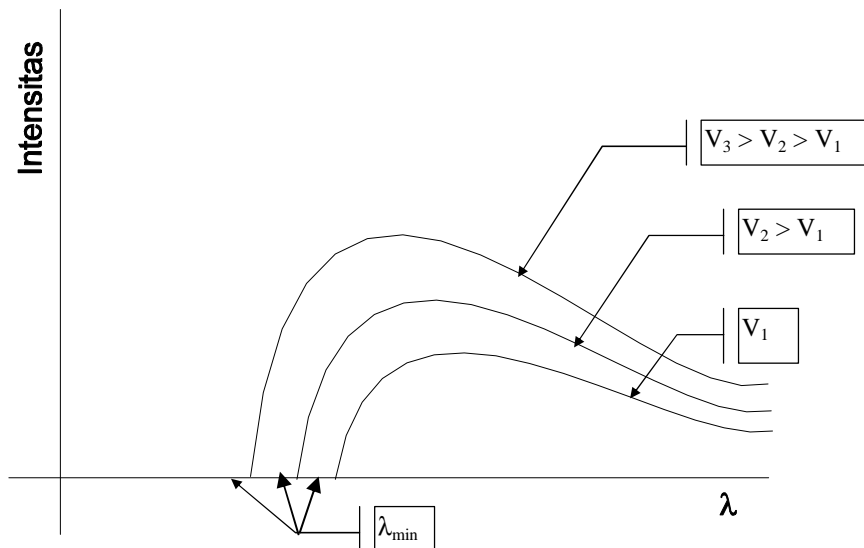
2.3. Spektrum sinar-x

Berkas sinar-x yang dihasilkan oleh sebuah sumber dapat tersiri atas dua jenis spektrum, yaitu spektrum kontinyus dan spektrum diskrit. Spektrum kontinyus dan spektrum diskrit masing-masing sering juga disebut polikhromatik dan monokromatik.

Spektrum kontinyus sinar-x timbul akibat adanya pengereman elektron-elektron yang berenergi kinetik tinggi oleh anoda. Pada saat terjadi pengereman tersebut, sebagian dari energi kinetiknya diubah menjadi sinar-x. Proses pengereman ini dapat berlangsung baik secara tiba-tiba ataupun secara perlahan-lahan, sehingga energi sinar-x yang dihasilkannya akan memiliki rentang energi yang sangat lebar. Jika elektron-elektron tersebut direm secara tiba-tiba, maka seluruh energi kinetiknya akan diubah seketika menjadi energi sinar-x dan energi panas yang numpuk pada anoda. Energi sinar-x ini merupakan energi tertinggi tertinggi yang dapat dihasilkan oleh sebuah sumber sinar-x. Atau dengan kata lain panjang gelombang sinar-x ini merupakan panjang gelombang terpendek (λ_{\min}) yang dapat dihasilkan oleh sebuah sumber. Tetapi jika elektron-elektron itu direm secara perlahan, maka energi kinetiknya akan diubah secara perlahan pula menjadi energi sinar-x dan energi panas,

sehingga sinar-x yang dihasilkannya akan berenergi yang bervariasi sesuai dengan besarnya energi kinetik yang diubahnya. Sinar-x ini akan memiliki panjang gelombang (energi) yang berbeda, sehingga karena itulah sinar-x ini sering disebut sinar-x polikhromatik. Sinar-x yang dihasilkan oleh adanya pengereman elektron baik secara tiba-tiba atau pun secara perlahan sering disebut *sinar-x bremsstrahlung*. Spektrum sinar-x bremsstrahlung ini ditunjukkan di dalam Gambar 2.4. Gambar 2.4. menunjukkan spektrum sinar-x bremsstrahlung untuk beberapa harga tegangan tinggi yang digunakan. Dari Gambar 2.4 tersebut dapat kita lihat bahwa makin besar tegangan tinggi yang digunakan makin kecil harga λ_{\min} yang dihasilkan. Nilai λ_{\min} ini secara matematik dapat ditentukan sebagai berikut. Jika elektron yang berenergi kinetik tinggi itu direm secara tiba-tiba oleh anoda maka seluruh energi kinetiknya akan secara tiba-tiba pula diubah menjadi energi sinar-x tertinggi (hf_{\max}) dan energi panas (Q). Jadi jika energi kinetik elektron yang bergerak di dalam medan listrik yang ditimbulkan oleh tegangan tinggi dinyatakan oleh eV , maka:

$$eV = hf_{\max} + Q.$$



Gambar 2.4. Spektrum sinar-x bremsstrahlung untuk tegangan tinggi beberapa harga tegangan tinggi. $V_3 > V_2 > V_1$.

atau

$$eV = hc/\lambda_{\min} + Q,$$

sehingga

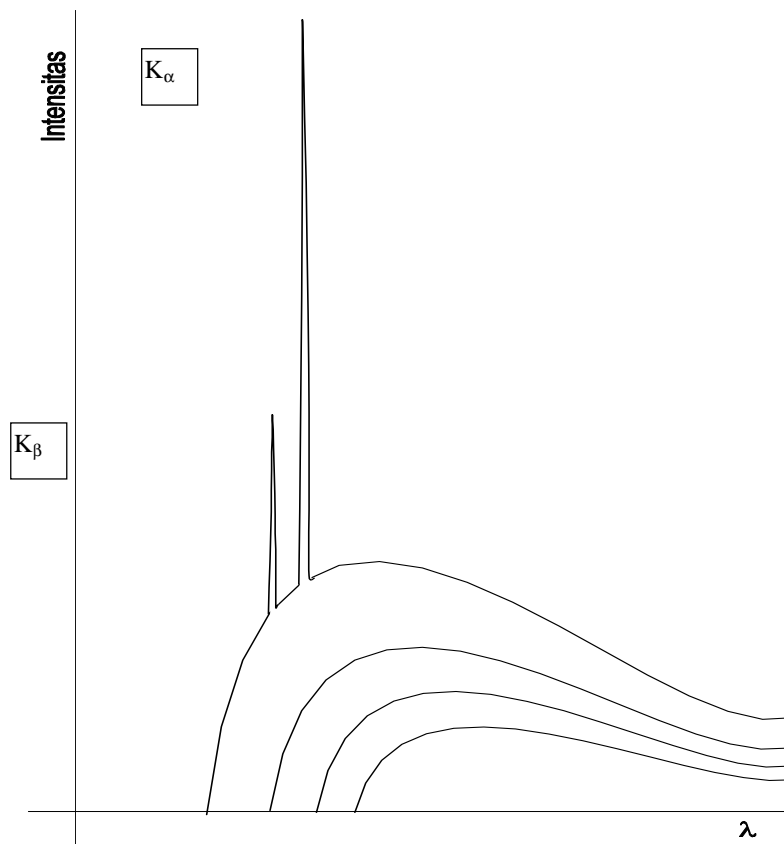
$$\lambda_{\min} = (eV - Q)/hc,$$

dimana h adalah konstanta Planck, c adalah cepat rambat cahaya, e adalah muatan listrik elektron, dan V adalah nilai tegangan tinggi yang digunakan. Dalam prakteknya, spektrum bremsstrahlung ini jarang digunakan untuk kegiatan eksperimen dan bahkan sering dihindari karena ia memiliki panjang gelombang yang bermacam-macam. Posisi puncak spektrum bremsstrahlung terletak pada $\frac{2}{3}E_{\max}$ atau pada $\frac{3}{2}\lambda_{\min}$, karena E_{\max} berbanding terbalik dengan λ_{\min} . Untuk menghindari penumpukan panas (Q) pada anoda, setiap sumber sinar-x yang berdaya besar biasanya selalu dilengkapi dengan aliran air dingin untuk membuang panas (Q) yang timbul.

Sinar-x yang lebih bermanfaat dan sering digunakan dalam setiap kegiatan eksperimen adalah sinar-x monokromatik dan sering disebut *sinar-x karakteristik*. Sinar-x monokromatik (*sinar-x karakteristik*) ini timbul akibat adanya *proses transisi eksitasi elektron* di dalam anoda. Sinar-x ini timbul secara tumpang tindih dengan spektrum bremsstrahlung. Disamping panjang gelombangnya yang monokromatik, intensitas sinar-x monokromatik ini jauh lebih besar dari pada intensitas sinar-x bremsstrahlung. Proses terjadinya sinar-x monokromatik ini dapat dijelaskan sebagai berikut. Jika energi kinetik elektron itu sama dengan atau lebih besar dari pada energi eksitasi atom-atom di dalam anoda maka pada saat elektron-elektron tersebut menumbuk anoda, atom-atom tersebut akan tereksitasi sehingga pada saat atom-atom tersebut kembali ke keadaan ekuilibriumnya mereka akan melepaskan energinya dalam bentuk foton gelombang elektromagnetik yang kita sebut sinar-x *sinar-x karakteristik*. Karena tingkat-tingkat energi di dalam atom-atom itu terkuantisasi maka sinar-x yang dipancarkannya akan memiliki panjang gelombang atau energi yang tertentu, sehingga sinar-x ini disebut sinar-x monokromatik. Sebagai contoh, apabila sinar-x ini timbul akibat transisi elektron dari kulit L ke kulit K maka sinar-x ini akan memiliki energi $E = E_L - E_K$. Garis spektrum sinar-x tersebut lazim dinamai K_{α} , sehingga panjang gelombangnya sering disebut $\lambda_{K_{\alpha}}$. Nama-nama garis spektrum lainnya adalah K_{β} (untuk transisi dari kulit M ke kulit K), K_{γ} (untuk transisi dari kulit N ke kulit K), dan seterusnya. Jika transisi itu terjadi dari tingkat-tingkat energi yang lebih tinggi ke kulit L, maka nama-nama untuk garis-garis spektrum sinar-x yang dihasilkannya adalah L_{α} , L_{β} , L_{γ} , dst., untuk transisi yang terjadi masing masing dari kulit M, N, O,, dst. Apabila kita bandingkan dengan sinar-x bremsstrahlung, sinar-x karakteristik tersebut muncul secara tumpang tindih di dalam spektrum bremsstrahlung, seperti ditunjukkan dalam Gambar 2.5.

Nilai λ sinar-x karakteristik ini tidak bergantung pada besarnya tegangan tinggi yang digunakan, tetapi ia hanya bergantung pada jenis bahan anoda yang digunakan. Hal ini akan dibahas lebih rinci di dalam uraian tentang hukum Allard tentang λ karakteristik yang dirumuskan oleh Moseley.

Garis-garis spektrum tersebut di atas sebetulnya masih dapat diuraikan menjadi beberapa panjang gelombang, seperti K_{α} menjadi $K_{\alpha 1}$ dan $K_{\alpha 2}$ atau K_{β} menjadi $K_{\beta 1}$ dan $K_{\beta 2}$, sehingga kata “monokromatik” di atas masih belum tepat. Tetapi karena perbedaan antara panjang gelombang $K_{\alpha 1}$ dan $K_{\alpha 2}$ tersebut sangat kecil sehingga sangat sulit untuk dibedakan, maka orang masih lazim menyebut garis-garis spektrum K_{α} dan K_{β} tersebut di



Gambar 2.5. Sinar -x karakteristik K_{α} dan K_{β} yang tumpang tindih di dalam spektrum bremsstrahlung.

atas sebagai garis spektrum monokromatik. Namun demikian, kita akan membahas proses terjadinya $K_{\alpha 1}$, $K_{\alpha 2}$, $K_{\beta 1}$, $K_{\beta 2}$ dan seterusnya.

Peristiwa transisi eksitasi yang terjadi dalam atom-atom di dalam anoda untuk menghasilkan $K_{\alpha 1}$ dan $K_{\alpha 2}$ atau $K_{\beta 1}$ dan $K_{\beta 2}$ dan sebagainya diatur oleh **kaidah seleksi**. Kaidah seleksi menyatakan bahwa transisi yang diizinkan terjadi di dalam sebuah atom harus memenuhi syarat-syarat $\Delta \ell = \pm 1$ dan $\Delta j = 0, \pm 1$, dimana ℓ adalah bilangan kuantum orbit dan j adalah momentum sudut total. Dari mekanika kuantum kita mengetahui bahwa hubungan antara bilangan kuantum orbit (ℓ) dengan bilangan kuantum utama (n) dinyatakan oleh hubungan berikut :

$$\ell = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, (n-1).$$

Contoh: untuk $n = 4$, nilai-nilai ℓ yang mungkin adalah 0, 1, 2, dan 3.

Momentum sudut total (j) adalah jumlah dari vektor-vektor momentum sudut j_1, j_2, j_3, \dots dst. Dalam hal ini j merupakan jumlah dari momentum sudut orbit (ℓ) elektron dengan momentum sudut intrinsik elektron yang sering disebut **spin elektron** ($s = 1/2$). Dan dari mekanika kuantum pula kita mengetahui bahwa nilai-nilai j yang mungkin adalah

$$j = (\ell + s), (\ell + s - 1), (\ell + s - 2), (\ell + s - 3), \dots, |\ell - s|.$$

Contoh : untuk $n = 4$, nilai-nilai ℓ yang mungkin adalah 0, 1, 2, dan 3. Jadi nilai-nilai j yang mungkin adalah:

- untuk $\ell = 0, j = 1/2$.
- untuk $\ell = 1, j = 3/2, \text{ dan } 1/2$.
- untuk $\ell = 2, j = 5/2, \text{ dan } 3/2$.
- untuk $\ell = 3, j = 7/2, \text{ dan } 5/2$.

Sebelum menjelaskan kaidah seleksi lebih lanjut ada baik jika kita bahas terlebih dahulu jumlah elektron yang dapat menempati suatu tingkat energi tertentu.

Jumlah elektron yang menempati setiap tingkat energi yang ditandai oleh bilangan kuantum utama n dapat ditentukan dengan cara *menentukan jumlah komponen momentum sudut total dalam arah sumbu-z*. Jika \mathbf{J} menyatakan operator momentum sudut total, maka \mathbf{J}_z menyatakan operator momentum sudut dalam arah sumbu z . Di dalam mekanika kuantum kita biasa menyatakan eigenstate (keadaan yang tepat/cocok) untuk kedua operator tersebut dengan notasi **ket** sebagai berikut:

$$|j, m\rangle.$$

Jika ket $|j, m\rangle$ merupakan eigenstate bersama untuk \mathbf{J} dan \mathbf{J}_z maka eigenvalue (nilai yang tepat/cocok) untuk kedua operator \mathbf{J}^2 dan \mathbf{J}_z dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^2 |j, m\rangle &= j(j+1)\hbar^2 |j, m\rangle \\ \mathbf{J}_z |j, m\rangle &= m\hbar |j, m\rangle \end{aligned}$$

dimana $j(j+1)\hbar^2$ dan $m\hbar$ masing masing merupakan eigenvalue dari operator \mathbf{J}^2 dan \mathbf{J}_z . Dengan kata lain, eigenvalue-eigenvalue tersebut merupakan kuadrat dari nilai momentum sudut total dan nilai komponen momentum sudut total dalam arah sumbu z . Nilai m memiliki rentang sebesar $-j < m < j$. Hal ini berarti bahwa nilai-nilai m adalah : $-j, -j + 1, -j + 2, -j + 3, \dots, j - 3, j - 2, j - 1, j$. Jadi jumlah komponen momentum sudut total dalam arah sumbu z adalah sebanyak $(2j + 1)$. Dengan demikian jumlah elektron dalam setiap tingkat energi juga sebanyak $(2j + 1)$.

Contoh:

Jumlah elektron yang dapat menempati tingkat energi dengan bilangan kuantum utama $n = 4$ (kulit N) dapat ditentukan sebagai berikut:

Untuk $n = 4$, nilai-nilai ℓ yang mungkin adalah 0, 1, 2, dan 3. Jadi nilai-nilai j yang mungkin adalah:

- a. untuk $\ell = 0, j = 1/2$.
- b. untuk $\ell = 1, j = 3/2$, dan $1/2$.
- c. untuk $\ell = 2, j = 5/2$, dan $3/2$.
- d. untuk $\ell = 3, j = 7/2$, dan $5/2$.

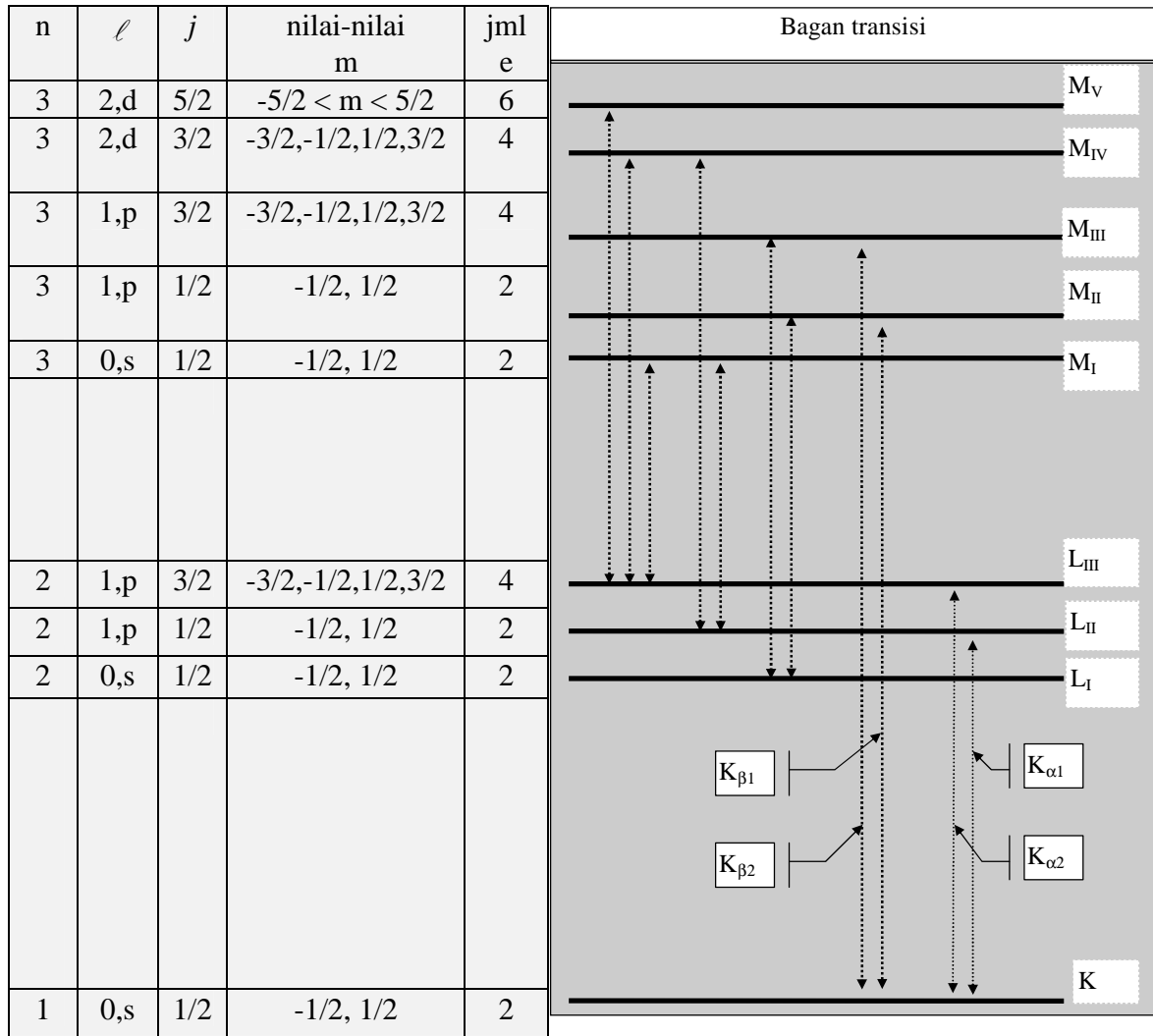
- a'. Jumlah elektron yang dapat menempati tingkat energi $j = 1/2$ (untuk $n = 4, \ell = 0$) adalah $(2 \times 1/2 + 1) = 2$ buah, yaitu untuk nilai $m = -1/2$ dan $m = 1/2$.
- b'. Jumlah elektron yang dapat menempati tingkat-tingkat energi $j = 3/2$ (untuk $n = 4, \ell = 1$) dan $j = 1/2$ (untuk $n = 4, \ell = 1$) adalah: $(2 \times 3/2 + 1) = 4$ buah, dan $(2 \times 1/2 + 1) = 2$ buah, yaitu untuk nilai-nilai $m = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$; dan $m = -1/2$ dan $1/2$.
- c'. Jumlah elektron yang dapat menempati tingkat-tingkat energi $j = 5/2$ (untuk $n = 4, \ell = 2$), dan $j = 3/2$ (untuk $n = 4, \ell = 2$) adalah : $(2 \times 5/2 + 1) = 6$ buah, dan $(2 \times 3/2 + 1) = 4$ buah, yaitu untuk nilai-nilai $m = -5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2$; dan $m = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$.
- d'. Jumlah elektron yang dapat menempati tingkat-tingkat energi $j = 7/2$ (untuk $n = 4, \ell = 2$), dan $j = 5/2$ (untuk $n = 4, \ell = 2$), adalah $(2 \times 7/2 + 1) = 8$ buah, dan $(2 \times 5/2 + 1) = 6$ buah, yaitu untuk nilai-nilai $m = -7/2, -5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2, 7/2$; dan $m = -5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2$.

Jadi jumlah elektron yang dapat menempati tingkat energi $n = 4$ (kulit N) adalah : $(2) + (4 + 2) + (6 + 4) + (8 + 6) = 32$ buah.

Dengan menggunakan contoh di atas anda dapat menentukan jumlah elektron yang dapat menempati tingkat-tingkat energi lainnya seperti untuk $n = 1$ (kulit K) adalah 2 buah, untuk $n = 2$ (kulit L) adalah 8 buah, untuk $n = 3$ (kulit M) adalah 18 buah, dan untuk nilai-nilai n lainnya. Berdasarkan contoh-contoh tersebut di atas kita dapat menyimpulkan bahwa jumlah elektron yang dapat menempati tingkat energi yang ke n dapat dinyatakan oleh rumus $2n^2$, dimana n adalah bilangan kuantum utama. Penjelasan tersebut di atas dapat dirangkum dalam bagan transisi eksitasi berikut ini. Dengan menggunakan kaidah seleksi $\Delta\ell = \pm 1$ dan $\Delta j = 0, \pm 1$ kita dapat memahami proses transisi eksitasi yang diizinkan terjadi di dalam sebuah atom. Perhatikanlah bagan transisi yang ditunjukkan dalam Gambar 2.6 untuk tingkat energi K, L, dan M.

Perhatikan bahwa dalam kolom ℓ kami juga mencantumkan notasi untuk sub-kulit (s, p, d, f, dan seterusnya) yang sesuai dengan setiap nilai ℓ . Notasi sub kulit ini dihubungkan dengan ℓ dirangkum dalam tabel 1.

Dalam bagan di sebelah kanan pada Gambar 2.6 di atas telah ditunjukkan semua transisi yang mungkin terjadi yang sesuai dengan kaidah seleksi untuk $n = 1$ sampai $n = 3$. Semua transisi yang diizinkan ditunjukkan oleh anak panah dua arah. Kita dapat melihat bahwa terdapat beberapa proses transisi yang tidak mungkin terjadi, seperti dari L_1 ke K.



Gambar 2.6. Bagan transisi eksitasi yang diizinkan oleh kaidah seleksi $\Delta\ell = \pm 1$ dan $\Delta j = 0, \pm 1$. Setiap baris dalam tabel sebelah kanan bersesuaian dengan setiap tingkat energi dalam bagan di sebelah kanan.

Tabel. 1

Nilai ℓ	Nama sub-kulit
0	s
1	p
2	d
3	f
dst.	dst.

Hal ini karena $\Delta \ell = 0$ dilarang oleh kaidah seleksi. Demikian juga transisi dari sub kulit M_I ke L_I . Transisi dari M_V ke L_I dilarang tidak hanya karena $\Delta \ell \neq \pm 1$ tetapi juga karena $\Delta j \neq 0, \pm 1$. Sedangkan transisi dari M_V ke L_{II} dilarang hanya karena $\Delta j \neq 0, \pm 1$.

Akhirnya, dalam Gambar 2.6 tersebut kita dapat lihat dan memahami bahwa K_α terurai menjadi $K_{\alpha 1}$ dan $K_{\alpha 2}$. Disamping itu, K_β juga terurai menjadi $K_{\beta 1}$ dan $K_{\beta 2}$. Begitu juga dengan spektrum garis deret L.

2.4. Hukum Allah swt tentang λ karakteristik

Seperti dijelaskan di atas bahwa λ karakteristik tidak bergantung pada tegangan tinggi tetapi bergantung pada jenis bahan anoda yang digunakan. Keraturan tentang ketergantungan ini telah dipelajari dan diteliti oleh seorang ahli fisika yang bernama Moseley. Moseley telah meneliti λ karakteristik untuk 39 jenis bahan anoda, mulai dari bahan aluminium (Al) sampai bahan emas (Au). Dari hasil penelitian itu ia menemukan hubungan linier antara $\lambda^{-1/2}$ dengan nomor atom (Z) bahan anoda tersebut. Hubungan tersebut dinyatakan oleh persamaan

$$\sqrt{\frac{c}{\lambda}} = C_n (Z - \sigma) = \sqrt{f},$$

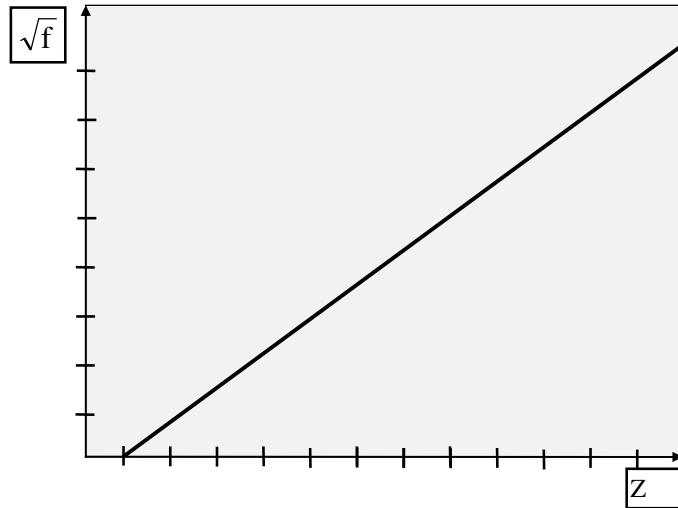
dimana c adalah cepat rambat cahaya, C_n adalah sebuah tetapan yang tidak bergantung pada Z, f adalah frekuensi sinar-x karakteristik, dan σ bernilai antara 1 dan 2 untuk deret K (K_α , K_β , K_γ , dst.) dan bernilai antara 7,4 sampai 9,4 untuk deret L. Plot \sqrt{f} sebagai fungsi nomor atom ditunjukkan pada Gambar 2.7.

2.5. Lebar alamiah garis spektrum karakteristik

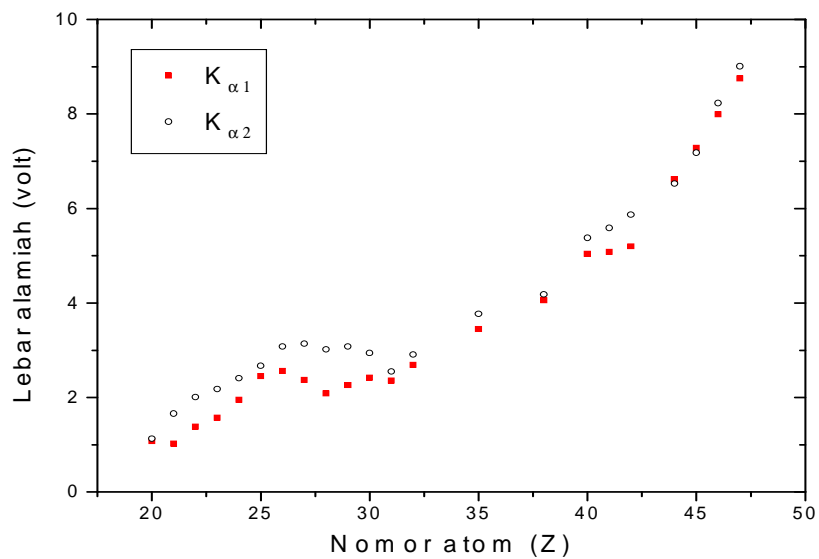
Pada pasal 1.3 kita telah mendiskusikan spektrum karakteristik sinar-x. Pada akhir pasal 1.3 kita lihat bahwa garis-garis K_α dan K_β yang masing-masing disebut monokromatik ternyata masih dapat diuraikan lagi masing-masing menjadi $K_{\alpha 1}$, $K_{\alpha 2}$ dan $K_{\beta 1}$, $K_{\beta 2}$. Hal ini menunjukkan bahwa garis-garis spektrum $K_{\alpha 1}$, $K_{\alpha 2}$ dan $K_{\beta 1}$, $K_{\beta 2}$ “lebih monokromatik” dari pada garis-garis K_α dan K_β itu sendiri. Meskipun kenyataannya memang demikian, tetapi sesungguhnya garis-garis $K_{\alpha 1}$, $K_{\alpha 2}$ dan $K_{\beta 1}$, $K_{\beta 2}$ masih memiliki **lebar garis** yang tidak dapat diabaikan, sehingga garis-garis $K_{\alpha 1}$, $K_{\alpha 2}$ dan $K_{\beta 1}$, $K_{\beta 2}$ tersebut tidak betul-betul hanya terdiri dari satu λ . Lebar garis ini lazim disebut **lebar alamiah sinar-x karakteristik**.

Lebar alamiah ini juga bergantung pada nomor atom bahan anoda. Banyak ahli fisika yang telah melakukan pengukuran lebar alamiah sinar-x dari beberapa unsur dengan menggunakan bermacam-macam metoda. Gösta Brogren, misalnya, pada tahun 1955 telah melaporkan hasil penelitian tentang lebar alamiah sinar-x di dalam jurnal Arkiv Fysik dengan menggunakan difractometer yang memfokuskan sinar-x (Focusing diffractometer). Tetapi hasil yang ia peroleh dengan cara ini adalah kurang dapat dipercaya karena cara ini menimbulkan efek pelebaran (broadening effect) pada lebar alamiah yang diakibatkan oleh deformasi kristal yang digunakan di dalam difraktometer tersebut. Kemudian pada tahun

1962 ia melaporkan lagi hasil penelitian yang baru tentang lebar alamiah ini dengan menggunakan difraktometer kristal ganda (double crystal diffractometer). Kedua kristal



Gambar 2.7. Plot \sqrt{f} sebagai fungsi Z untuk garis K_{α} .



Gambar 2.8. Lebar alamiah sinar-x karakteristik sebagai fungsi nomor atom (Z).

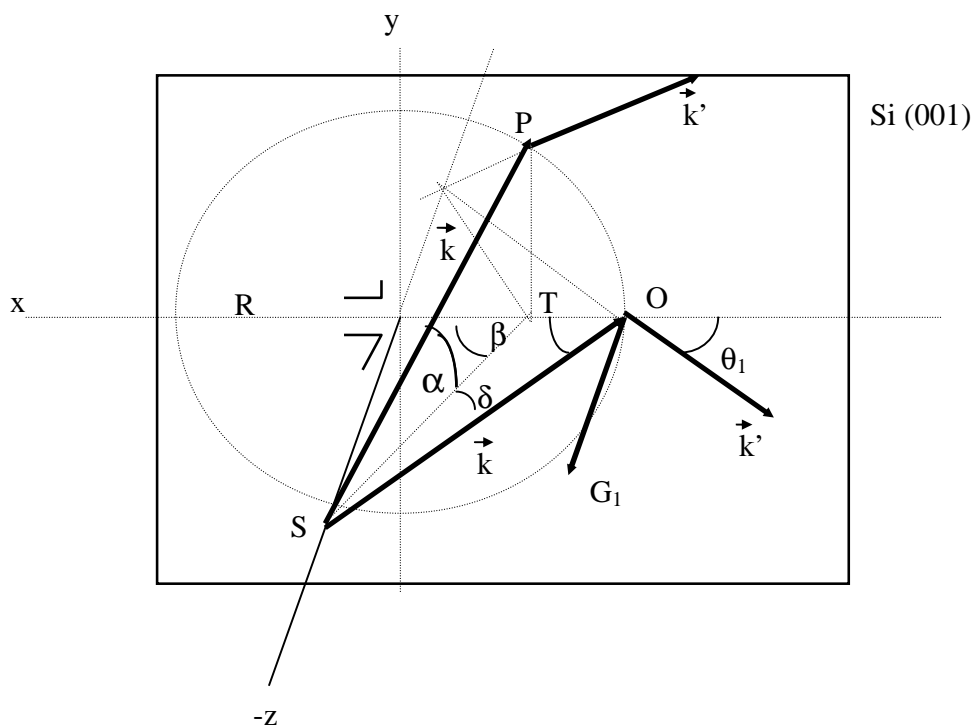
yang digunakan dalam difraktometer ini adalah kristal kuarsa (quartz) dan kristal kalsait (calcite). Hasil ini jauh lebih baik karena cara ini tidak menimbulkan efek pelebaran sehingga semua lebar alamiah yang terukur jauh lebih sempit dari pada lebar alamiah hasil pengukuran terdahulu. Hasil pengukuran ini ditunjukkan pada Gambar 2.8.

3. METODOLOGI

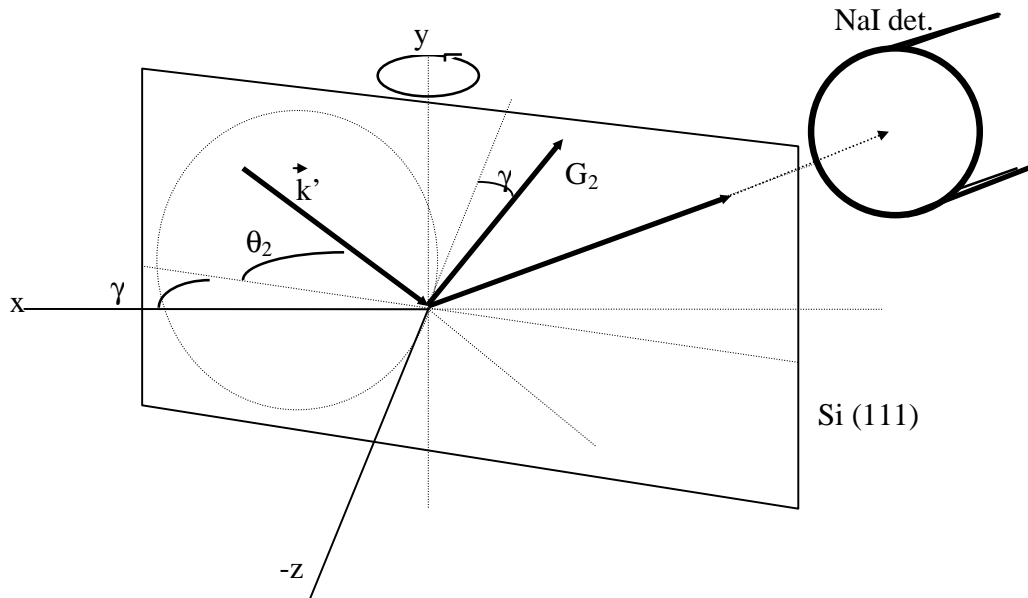
Dalam bagian ini, penentuan FWHM sebagai fungsi lebar celah kolimator (α) dalam percobaan difraksi kristal ganda tak identik akan didiskusikan secara teoritis. Ada tiga faktor yang mempengaruhi FWHM dari suatu profil intensitas terdifraksi, yaitu lebar alamiah dari spektrum sinar-x, lebar Darwin, dan monokromatisme. Kristal ganda tak identik yang akan dibahas adalah untuk kristal-kristal tunggal Si(001) dan Si(111) dengan energi sinar-x dari $\text{CuK}_{\alpha 1}$ and $\text{CuK}_{\alpha 2}$ sehingga lebar Darwin dan lebar alamiah garis-garis spektrum tersebut akan dianggap tetap. Jadi variabel tunggal dalam penentuan FWHM adalah hanya lebar celah kolimator saja.

3.1 Penentuan FWHM sebagai fungsi lebar celah kolimator.

Marilah kita anggap bahwa kristal pertama dan kristal kedua masing-masing adalah kristal-kristal tunggal Si(001) dan Si(111). Geometri dari sistem kedua kristal tersebut ditunjukkan dalam Gambar 3.1 a dan 3.1 b. Perhatikan bahwa sumbu-sumbu x, y, dan z pada kedua Gambar itu adalah sejajar satu sama. Kristal pertama dipertahankan tetap tidak bergerak dan diposisikan untuk mendifraksikan sinar-x CuK_{α} , sedangkan kristal kedua dipasang pada goniometer $\theta-2\theta$ (theta-two-theta goniometer) sehingga ia dapat diputar melalui sebuah rentang sudut tertentu. Untuk tujuan penghitungan FWHM sebagai fungsi lebar celah kolimator, saya akan mengasumsikan bahwa bentuk sumber sinar-x adalah sebuah titik sumber yang terletak di titik S.



Gambar 3.1.a Geometri kristal kesatu dalam percobaan difraksi kristal ganda tak-indentik.



Gambar 3.1.b Geometri kristal kedua dalam percobaan difraksi kristal ganda tak identik. The dashed circle is circular curvature on which the diffracted x-ray beam will strike on the second crystal.

Perhatikan Gambar 3.1a. Sebuah berkas sinar-x monokromatis dengan panjang gelombang λ menumbuk kristal pertama pada lintasan yang berbentuk lingkaran. Marilah kita definisikan lebar celah sama dengan α derajat, sudut difraksi Bragg untuk kristal pertama dan kedua dengan θ_1 dan θ_2 , serta vektor normal untuk kedua kristal tersebut masing-masing dengan \vec{G}_1 dan \vec{G}_2 . Jika lebar celah kolimator sama dengan α , maka berkas sinar-x yang terdifraksi oleh kristal pertama adalah sinar-x yang terpancar dari kelengkungan OP. Untuk $\alpha = 0$ kita dapat menuliskan vektor-vektor yang ada pada Gambar 3.1a sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} \vec{k} &= (\cos \theta_1, 0, -\sin \theta_1), & \vec{k}' &= (\cos \theta_1, 0, \sin \theta_1), \\ \vec{G}_1 &= (0, 0, 1), & \vec{G}_2 &= (\sin \gamma_0, 0, -\cos \gamma_0), \end{aligned} \right\} \quad (3-1)$$

dimana γ_0 adalah sudut antara vektor \vec{G}_2 dan sumbu z positif untuk $\alpha = 0$. Vektor \vec{G}_2 terletak pada bidang x-y. Dari Gambar 3.1.b kita dapat melihat bahwa:

$$\gamma_0 = \theta_1 - \theta_2. \quad (3-2)$$

Perhatikan bahwa β dalam Gambar 3.1a adalah sama dengan $\theta_1 + \delta$ sehingga untuk $\alpha \neq 0$ kita akan memperoleh:

$$\vec{k} = k(\cos \alpha \cos (\theta_1 + \delta), \sin \alpha, -\cos \alpha \sin (\theta_1 + \delta))$$

$$\vec{k}' = k(\cos \alpha \cos (\theta_1 + \delta), \sin \alpha, \cos \alpha \sin (\theta_1 + \delta))$$

$$\vec{G}_1 = (0, 0, 1), \quad \vec{G}_2 = (\sin \gamma_1, 0, -\cos \gamma_1),$$

dimana γ_1 adalah sudut antara vektor \vec{G}_2 dan sumbu positif untuk $\alpha \neq 0$. Catatan bahwa vektor-vektor \vec{k}' dan \vec{G}_2 untuk $\alpha \neq 0$ tidak digambarkan pada Gambar 3.1b. γ_1 dapat dihitung sebagai berikut. Pertama kita hitung dot product antara vektor \vec{k}' dan vektor \vec{G}_2 untuk $\alpha \neq 0$, sehingga kita memperoleh:

$$\vec{k}' \cdot \vec{G}_2 = \cos \alpha \{ \sin \gamma_1 \cos (\theta_1 + \delta) - \cos \gamma_1 \sin (\theta_1 + \delta) \}. \quad (3-3)$$

Dengan menggunakan definisi dot product kita dapat menuliskan ruas kiri dari persamaan (3-3) sebagai berikut

$$\begin{aligned} \cos (\pi/2 + \theta_2) &= \cos \alpha \{ \sin (\gamma_1 - \theta_1 - \delta) \}, \\ -\sin \theta_2 &= -\cos \alpha \{ \sin (\theta_1 + \delta - \gamma_1) \}. \end{aligned} \quad (3-4)$$

Catat bahwa pada ruas kanan dari persamaan (3-4) kita telah menggunakan fungsi trigonometri $\sin (a - b)$ and $\sin (a) = -\sin (-a)$. Dari persamaan (3-4) kita dapat menulis sebuah pernyataan untuk γ_1 sebagai berikut:

$$\gamma_1 = \theta_1 + \delta - \text{asin} (\sin \theta_2 / \cos \alpha). \quad (3-5)$$

Sudut δ dalam persamaan (3-5) masih belum diketahui. Hal ini dapat dievaluasi sebagai berikut. Misalkan jarak dari S ke T sama dengan l . Kemudian

$$\sin \theta_1 = l \sin (\theta_1 + \delta) \text{ or}$$

$$\sin \theta_1 = \cos \alpha \sin (\theta_1 + \delta).$$

Jadi, δ dapat ditulis sebagai

$$\delta = -\theta_1 + \text{asin} (\sin \theta_1 / \cos \alpha). \quad (3-6)$$

Dengan menggabungkan persamaan (3-5) dan (3-6) kita memperoleh

$$\gamma_1 = a \sin(\sin \theta_1 / \cos \alpha) - a \sin(\sin \theta_2 / \cos \alpha). \quad (3-7)$$

Pengaruh dari lebar celah kolimator terhadap FWHM diberikan oleh selisih dari $\gamma_1 - \gamma_0$. jadi dari persamaan (3-7) dan (3-2) kita peroleh:

$$\gamma_1 - \gamma_0 = \theta_1 - \theta_2 + a \sin(\sin \theta_1 / \cos \alpha) - a \sin(\sin \theta_2 / \cos \alpha). \quad (3-8)$$

Satu satunya variabel dalam persamaan (3-8) adalah lebar celah kolimator (α). Persamaan (3-8) menyatakan efek *lebar celah kolimator* terhadap *FWHM* dari intensitas sinar-x monokromatik yang terpancar dari percobaan difraksi kristal ganda tak identik.

3.2. Pengaruh lebar alamiah garis-garis spektrum dan lebar Darwin dari kristal terhadap FWHM dari profil intensitas sinar-x terdifraksi.

Seperti disebutkan pada bagian awal dari sesi ini, faktor-faktor lain yang mempengaruhi FWHM dari profil intensitas sinar-x terdifraksi adalah lebar alamiah garis-garis spektrum sinar-x dan lebar Darwin dari kristal yang digunakan. Meskipun kedua faktor ini dianggap tetap dalam penentuan pengaruh lebar celah kolimator terhadap FWHM, namun ada baiknya bila kita hitung besarnya pengaruh dari kedua faktor tersebut terhadap FWHM. Pengaruh dari kedua faktor ini terhadap FWHM dapat diterangkan sebagai berikut. Orde pertama untuk difraksi sinar-x dengan panjang gelombang λ diberikan oleh hukum Bragg sebagai berikut:

$$2d \sin \theta = \lambda. \quad (3-9)$$

Jika persamaan (3-9) diturunkan terhadap sudut θ , kita akan memperoleh persamaan

$$d\lambda = 2d \cos \theta \cdot d\theta. \quad (3-10)$$

Dalam hal ini harus difahami bahwa huruf d yang kedua di dalam persamaan (3-10) adalah berbeda dari kedua d yang lainnya. Huruf d yang kedua ini menyatakan jarak antara dua bidang kristal yang berdekatan, sedangkan dua d yang lainnya menyatakan notasi turunan (diferensial) biasa. Dengan membagi persamaan (3-10) oleh persamaan (3-9) kita dapat memperoleh

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{d(\sin \theta)}{\sin \theta}. \quad (3-11)$$

Karena energi (E) adalah berbanding terbalik dengan λ , maka *besarnya* $d\lambda/\lambda = dE/E$, sehingga sekarang persamaan (3-11) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{dE}{E} = \cot \theta \cdot d\theta. \quad (3-12)$$

Akhirnya, kita dapat menulis sebuah persamaan yang menyatakan kontribusi lebar garis spektrum alamiah (natural width of the spectral lines) terhadap FWHM, yaitu sebesar $d\theta$. Nilai $d\theta$ ini dinyatakan oleh persamaan berikut:

$$d\theta = \frac{dE}{E} \tan \theta. \quad (3-13)$$

Marilah kita hitung $d\theta$ untuk Si (004) dengan garis-garis $\text{CuK}_{\alpha 1}$ dan $\text{CuK}_{\alpha 2}$. Nilai-nilai dE untuk $\text{CuK}_{\alpha 1}$ dan $\text{CuK}_{\alpha 2}$ masing-masing adalah 2.26 eV dan 3.08 eV²⁵, dan Nilai-nilai E untuk $\text{CuK}_{\alpha 1}$ dan $\text{CuK}_{\alpha 2}$ masing-masing adalah 8047.78 eV and 8027.83 eV. Karena nilai parameter kisi (a) untuk Si adalah 5.43072 Å, maka jarak antar bidang pendifraksi (d) yaitu yang dinyatakan oleh persamaan $d = a/(h^2 + k^2 + l^2)^{1/2}$ untuk bidang-bidang Si (004) adalah sama dengan 1.35768 Å. Jadi, sudut-sudut Bragg untuk kedua garis $\text{CuK}_{\alpha 1}$ dan $\text{CuK}_{\alpha 2}$ masing-masing adalah 34.56719° and 34.66231°. Karena itu, kontribusi $d\theta$ untuk kedua garis tersebut adalah:

$$\left. \begin{aligned} d\theta_{004}^{\alpha 1} &= 11.084 \text{ millidegrees,} \\ \text{dan } d\theta_{004}^{\alpha 2} &= 15.200 \text{ millidegrees} \end{aligned} \right\} \quad (3-14)$$

Kontribusi terakhir pada FWHM adalah lebar Darwin dari kristal yang digunakan. Penulis harus mengatakan bahwa masih mungkin ada faktor lain yang mempengaruhi FWHM, seperti efek pelebaran FWHM akibat adanya pengaruh ukuran butiran kristal pada FWHM. Efek ini dijelaskan oleh persamaan Scherrer. Khusus dalam hitungan ini kita menggunakan kristal tunggal Si, sehingga efek ini dapat diabaikan. Lebar Darwin adalah sama dengan $2s$, dimana s adalah:

$$s = \left(\frac{e^2}{mc^2} \right) \frac{N\lambda^2 f(2\theta)}{\pi \sin 2\theta}, \quad (3-15)$$

dengan e = muatan listrik elektron dalam satuan cgs, yaitu sebesar: 4.802×10^{-10} esu, m = massa elektron, c = kecepatan cahaya, N = jumlah atom per volume (N untuk Si adalah sama dengan $5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$), λ = panjang gelombang sinar-x, θ = sudut Bragg, dan $f(2\theta)$ = faktor hamburan atom untuk hamburan yang melalui sudut 2θ . Nilai $f(2\theta)$ dapat diperoleh dari tabel yang telah dipublikasi.

Sekarang marilah kita hitung lebar Darwin untuk kedua kristal yang digunakan dalam hitungan ini, yaitu kristal Si (004) dan Si (111). Pertama, marilah kita hitung lebar Darwin untuk $\text{CuK}_{\alpha 1}$. Panjang gelombang sinar-x $\text{CuK}_{\alpha 1}$ adalah 1.54051 Å. Konstanta kisi (parameter kisi) untuk atom Si adalah: $a = 5.43072$ Å, sehingga jarak antar bidang pendifraksi dari Si (004) adalah:

$$d_{\text{Si}(004)} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} = 1.35768 \text{ \AA}.$$

Dengan cara yang sama, jarak antar bidang untuk Si (111) adalah:

$$d_{\text{Si}(111)} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} = 3.13543 \text{ \AA}.$$

Kemudian dengan menggunakan persamaan Bragg kita dapat menentukan sudut-sudut Bragg $\theta_{004}^{\alpha 1}$ dan $\theta_{111}^{\alpha 1}$ untuk garis $\text{CuK}_{\alpha 1}$. Sudut-sudut tersebut adalah sebagai berikut:

$$\theta_{004}^{\alpha 1} = 34.56719^\circ \text{ dan } \theta_{111}^{\alpha 1} = 14.22199^\circ.$$

Faktor hamburan atom $f(2\theta)$ dapat diambil dari tabel. Karena $f(2\theta)$ adalah fungsi dari $\sin\theta/\lambda$ (dimana λ adalah dalam \AA), cara menentukan nilai $f(2\theta)$ dari tabel adalah sebagai berikut: pertama kita hitung $\sin 2\theta/\lambda$ untuk setiap garis CuK_{α} , kemudian lihat bilangan dalam baris untuk Silikon (Si) dan pada saat yang sama lihat bilangan dalam kolom yang ditandai oleh nilai $\sin 2\theta/\lambda$. Bilangan pada irisan (intersection) kolom dan baris menyatakan nilai $f(2\theta)$ yang kita cari. Nilai-nilai $f(2\theta)$ untuk Si (004) dan Si (111) dengan $\text{CuK}_{\alpha 1}$ adalah masing-masing sama dengan 5.31 and 8.22. Dengan cara yang sama, nilai-nilai $f(2\theta)$ untuk Si (004) dan Si (111) dengan $\text{CuK}_{\alpha 2}$ adalah masing-masing sama dengan 5.31 and 8.22. Perhatikan bahwa nilai-nilai $f(2\theta)$ ini adalah sama untuk kedua garis $\text{CuK}_{\alpha 1}$ dan $\text{CuK}_{\alpha 2}$. Hal ini disebabkan oleh kedua panjang gelombang $\text{CuK}_{\alpha 1}$ dan $\text{CuK}_{\alpha 2}$ adalah hampir sama sehingga nilai $\sin 2\theta/\lambda$ untuk kedua garis adalah hampir sama. Dengan cara memasukan nilai-nilai parameter ini untuk $\text{CuK}_{\alpha 1}$ ke dalam persamaan (3-15), kita memperoleh lebar Darwin untuk Si (004) dan Si (111) sebagai berikut:

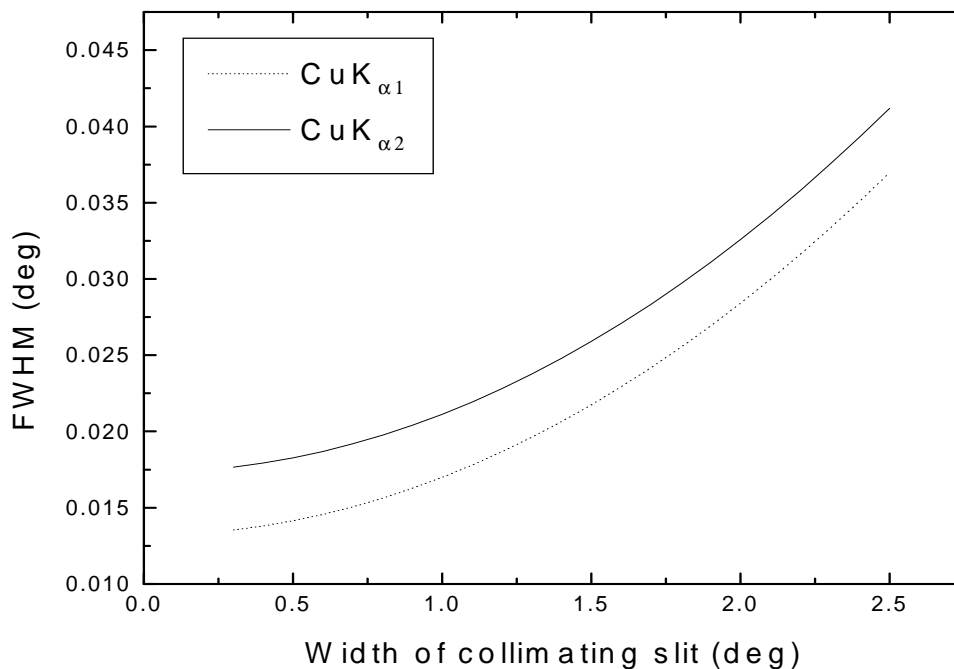
$$\left. \begin{aligned} 2s_{004}^{\alpha 1} &= 0.7 \times 10^{-3} \text{ derajat} \\ 2s_{111}^{\alpha 1} &= 2.1 \times 10^{-3} \text{ derajat.} \end{aligned} \right\} (3-16)$$

Dengan cara yang sama, jika kita memasukan nilai-nilai parameter untuk $\text{CuK}_{\alpha 2}$ ke dalam persamaan (3-15) kita juga akan memperoleh lebar Darwin untuk Si (004) dan Si (111) sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} 2s_{004}^{\alpha 2} &= 0.7 \times 10^{-3} \text{ derajat} \\ 2s_{111}^{\alpha 2} &= 2.12 \times 10^{-3} \text{ derajat.} \end{aligned} \right\} (3-17)$$

Dari (3-16) dan (3-17) kita dapat melihat bahwa kontribusi lebar Darwin dari Si (004) terhadap FWHM untuk kedua garis adalah lebih kecil dari pada kontribusi yang sama untuk Si (111), dan hal ini jauh lebih kecil dari pada kontribusi dari $d\theta$ (lihat persamaan (3-14)). Karena itu, kita dapat mengabaikan kontribusi dari lebar Darwin terhadap FWHM untuk Si (004).

Dengan demikian FWHM yang diharapkan sebagai fungsi lebar celah untuk percobaan difraksi kristal ganda tak identik dapat dinyatakan sebagai jumlah dari ketiga kontribusi yang dinyatakan oleh persamaan-persamaan (3-8), (3-13), dan (3-15). Khusus untuk susunan kristal Si (004) ke Si (111) dengan garis-garis $\text{CuK}_{\alpha 1}$ dan $\text{CuK}_{\alpha 2}$, FWHM sebagai fungsi lebar celah tersebut sekarang dapat di plot seperti ditunjukkan dalam Gambar 3.2. Gambar 3.2 nanti akan digunakan untuk mem “fit” data percobaan yang akan diinvestigasi pada waktu yang akan datang.



Gambar 3.2 Plot teoritis FWHM sebagai fungsi lebar celah kolimator

4. KESIMPULAN

Berdasarkan pada hasil hitungan yang telah dijelaskan pada Bab 3 di atas ternyata, khusus untuk kristal tunggal, FWHM (resolusi) dari sinar-x yang didifraksikan adalah bergantung pada tiga hal pokok, yaitu:

- a. lebar celah kolimator (α) yang secara matematik dinyatakan oleh persamaan:

$$\gamma_1 - \gamma_0 = \theta_1 - \theta_2 + \alpha \sin(\theta_1 / \cos \alpha) - \alpha \sin(\theta_2 / \cos \alpha).$$

- b. lebar alamiah yang secara matematik dinyatakan oleh persamaan: $d\theta = \frac{dE}{E} \tan \theta$

- c. lebar Darwin yang secara matematik sama dengan $2s$, dimana

$$s = \left(\frac{e^2}{mc^2} \right) \frac{N\lambda^2 f(2\theta)}{\pi \sin 2\theta}.$$

Hasil hitungan tersebut di atas adalah berlaku khusus untuk kristal tunggal. Sedangkan untuk polikristal masih harus ditambah dengan pengaruh ukuran butiran kristal (grain size broadening effect).

5. DAFTAR ACUAN

1. P. B. Hirsch and J. Kellar, Proc. Phys. Soc. (London) B64, 369 (1951).
2. D. Mosher and S. Stephanakis, Appl. Phys. Lett., 29, 105, (1976).
3. R. V. Pound and G. A. Rebka, Phys. Rev. Lett., 3, 439 (1959).
4. J. Marton, Appl. Phys. Lett., 9, 194 (1966).
5. P. S. Chung and R. Pantell, Electron Lett., 13, 527 (1977).
6. E. A. Stern, Z. Kalman, A. Lewis, and K. Lieberman, Appl. Opt., 27, 5135 (1988).
7. D. A. Carpenter and M. A. Taylor, Adv. in X-Ray Anal. vol. 34, 217, (1991).
8. V. A. Arkadiev, A. I. Kolomitsev, M. A. Kumakhov, V. V. Lubazov, Yu. P. Chertov, and I. M. Shakhparonov, Poverkhnost, 2, 44 (1987).
9. M. A. Kumakhov and F. F. Komarov, Phys. Rep. 191, 290 (1990).
10. Kardiawarman, B. R. York, X. W. Qian, Q. F. Xiao, C. A. MacDonald, and W. M. Gibson, SPIE Proc., 2519, 197, (1995).
11. V. E. Kovantsev, J. Pant, V. Pantojas, N. Nazaryan, T. M. Hayes, and P. D. Persans, Appl. Phys. Lett. 62, 2905 (1993).
12. V. M. Pantojas, V. E. Kovantsev, J. Pant, S. A. Budkov, T. M. Hayes, and P. D. Persans, Nuclear Instru. Method A 333, 607 (1993).
13. Kardiawarman, V. Kovantsev, S. Budkov, W. M. Gibson, T. M. Hayes, L. Lurio, C. A. MacDonald, P. Persans, Q. F. Xiao, SPIE Proc., 2278, 238, (1994).
14. W. M. Gibson, and C. A. MacDonald, SPIE Proc, 2278, 156, (1994).
15. Q. F. Xiao, I. Yu. Ponomarev, A. I. Kolomitsev, and J. C. Kimbal, SPIE Proc., 1736, 227 (1992).
16. Rohlf, J. W., Modern Physics from α to Z^0 , John Wiley & Son Inc., page 80, New York 1994.
17. A. H. Compton, Phil. Mag. 45 (1923) 1121.
18. P. Kirkpatrick, A.V. Baez, J. Opt. Soc. Am. 38 (1948) 766.
19. H. Walter, Am. J. Phys. 30 (1952) 268.
20. R. H. Price, Low energy x-ray Diagnostics (AIP, New York 1981) p. 189.
21. E. Spiller, Low energy x-ray Diagnostics (AIP, New York 1981) p. 128.
22. T. W. Barbee, Low energy x-ray Diagnostics(AIP, New york 1981) p. 131.
23. Reidel, Dordrecht, X-ray Astronomy with the Einstein Satellite, 1980.
24. F. D. Seward, J. Dent, M. Boyle et. al., Rev. Sci. Intrum. 47 (1976)464.
25. J. Underwood and T. W Barbee, Nature 294 (1982) 429.
26. P.J. Malozzi, H. M. Epstein, R. J. Jung, D. P. Applebaum, et. al., J. Apply. Phys, 45,1891 (1974).
27. A.P. Lukirshii, E. P. Savinov, O.A. Ershov, and Yu. F. Shevelev, Opt. Spectros.16,168 (1964).

28. D. Mosher and S. Stephanakis, *Appl. Phys. Lett.* 29, 105 (1976).
29. M. A. Kumakhov, *Radiation of channeling Particles* (in Russian), Energoatomizdat, Moscow, 1985.
30. V. E. Kovanstsev, J. Pant, V. Pantojas, N. Nazaryan, T. M. Hayes, and P.D. Persans, *Capillary-based x-ray collector/collimator for diffraction application*, *Appl. Phys. Lett.*, 62, 2906 (1993).
31. W. M. Gibson, M. A. Kumakhov, *Application of x-ray and neutron capillary optics*, *SPIE Proc.*, 1739 (1992).
32. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley and Sons, 1962.
33. Q. F. Xiao, I. Yu. Ponomarev, A. I. Kolomitsev, and J. C. Kimbal, *SPIE Proc.*, ed. R. B. Hoover, 1736, 227 (1992).
34. C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, 6th ed, John Wiley & Son, Inc. New York, 1986.
35. B. H. Bransden and C. J. Joachain, *Physics of Atoms and Molecules*, John Wiley & Son, Inc., New York, 1991.
36. B. E. Warren, *X-Ray diffraction*, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, 1969.
37. B. D. Cullity, *Elements of X-Ray Diffraction*, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, 1967.
38. B. K. Agarwal, *X-Ray Spectroscopy*, 2nd ed., Springer-Verlag, Berlin, 1991.
39. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics*, 3rd ed., Pergamon Press, Oxford, 1977.
40. Gerald Burns and A. M. Glazer, *Space Group for Solid State Scientists*, 2nd ed., Academic Press, Inc., Boston, 1990.
41. Q. F. Xiao, and S. V. Poturaev, *Nuclear Instr. & Methods in Physics Research*, A347, (1994), 376.
42. J. B. Ulrich, *Studies of Monolithic Capillary Optics for Small Sample Crystallography*, Dissertation, Department of Physics, The University at Albany, SUNY, 1995.
43. S. Kikuta and K. Kohra, *J. Phys. Soc. Japan*, 29 (1970) 1322.