

PENDAHULUAN

Di dalam modul ini Anda akan mempelajari Kristal Semikonduktor yang mencakup: kristal semikonduktor intrinsik dan kristal semikonduktor ekstrinsik. Oleh karena itu, sebelum mempelajari modul ini Anda terlebih dahulu harus mempelajari modul nomor 4 dan 5 Fisika Zat Padat.

Pengetahuan yang akan Anda peroleh dari modul ini akan bermanfaat untuk memperdalam pengetahuan anda tentang elektronika

Setelah mempelajari modul ini Anda diharapkan dapat mencapai beberapa tujuan instruksional khusus, sebagai berikut:

Anda harus dapat

1. menjelaskan teknik pengukuran energi celah.
2. menjelaskan arti fisis dari massa efektif.
3. menjelaskan lima alasan mengapa hole dianggap partikel yang bermuatan positif.
4. menghitung konsentrasi elektron dan hole dalam semikonduktor intrinsik
5. menentukan tingkat energi atom-atom donor dan akseptor.
6. menghitung konsentrasi elektron dan hole dalam semikonduktor ekstrinsik.

Materi kuliah dalam modul ini akan disajikan dalam urutan sebagai berikut:

1. KB. 1 Kristal Semikonduktor Intrinsik. Di dalam KB. 1 ini Anda akan mempelajari sub-pokok bahasan : teknik pengukuran celah energi, massa efektif, lima alasan mengapa hole (lubang) dianggap sebagai partikel bermuatan positif, konsentrasi elektron konduksi, dan konsentrasi hole.

2. KB. 2 Kristal Semikonduktor Ekstrinsik. Dalam KB. 2 ini Anda akan mempelajari sub-pokok bahasan: tingkat energi donor dan ekseptor, konsentrasi elektron dan konsentrasi hole.

Agar Anda dapat mempelajari modul ini dengan baik, ikutilah petunjuk belajar berikut ini.

1. Bacalah tujuan instruksional khusus untuk modul ini.
2. Baca dan pelajari dengan seksama uraian setiap kegiatan belajar.
3. Salinlah konsep dasar dan persamaan-persamaan penting ke dalam buku latihan Anda.
4. Perhatikan dan pelajari dengan baik contoh-contoh soal/masalah dalam setiap kegiatan belajar.
7. Kerjakan semua soal latihan dan usahakan tanpa melihat kunci jawaban terlebih dahulu.

KB 1. KRISTAL SEMIKONDUKTOR INTRINSIK.

6.1.1 Teknik Pengukuran Energi Celah.

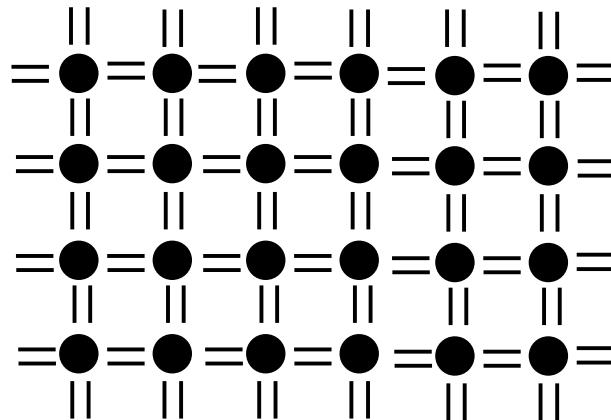
Ditinjau dari konduktivitas listrik, zat padat dapat dikelompokkan ke dalam 5 kelompok besar, yaitu: isolator, semikonduktor, konduktor biasa, konduktor bagus dan superkonduktor. Isolator memiliki konduktivitas listrik paling rendah sedangkan superkonduktor memiliki konduktivitas listrik paling tinggi. Semikonduktor memiliki konduktivitas listrik yang rendah. Dalam modul ini kita akan membahas zat padat yang tergolong pada semikonduktor.

Semikonduktor dikelompokkan menjadi dua kelompok besar, yaitu *semikonduktor murni* (*semikonduktor intrinsik*) dan *semikonduktor tak murni* (*semikonduktor ekstrinsik*). Pada KB 1 ini Anda akan mempelajari sifat-sifat semikonduktor intrinsik.

Semikonduktor intrinsik (murni) adalah semikonduktor yang terbuat dari satu jenis unsur kimia. Sebagai contoh semikonduktor murni yang paling banyak dikenal orang adalah : Silikon (Si), dan Germanium (Ge). Pada prinsipnya, semua unsur yang berada pada golongan IV-A dari sistem periodik unsur kimia merupakan semikonduktor murni. Unsur-unsur tersebut adalah Karbon (C), Silikon (Si), Germanium (Ge), Timah (Sn), dan Timah hitam Pb. Disamping itu, unsur-unsur yang terdapat di dalam golongan III-A dan V-A juga termasuk semikonduktor murni. Unsur-unsur golongan III-A tersebut adalah : Boron (B), Aluminium (Al), Galium (Ga), Indium (In), dan Thallium (Tl), sedangkan unsur golongan V-A adalah: Fosfor (P), Arsenik (As), Antimon (Sb), dan Bismuth (Bi).

Khusus untuk unsur-unsur golongan IV-A, seperti Si dan Ge, ikatan antara atom-atomnya adalah ikatan kovalen. Hal ini dimungkinkan karena unsur-unsur tersebut memiliki elektron

valensi sebanyak 4 buah. Sehingga untuk berikatan dengan sesama atom dapat dilakukan dengan cara menggunakan keempat elektron valensi dari masing-masing atom secara bersama dengan empat buah atom tetangga terdekat lainnya. Ikatan kovalen seperti ini ditunjukkan pada Gambar-1 di bawah ini.



Gambar 1. Bentuk ikatan kovalen untuk kristal Si atau Ge.

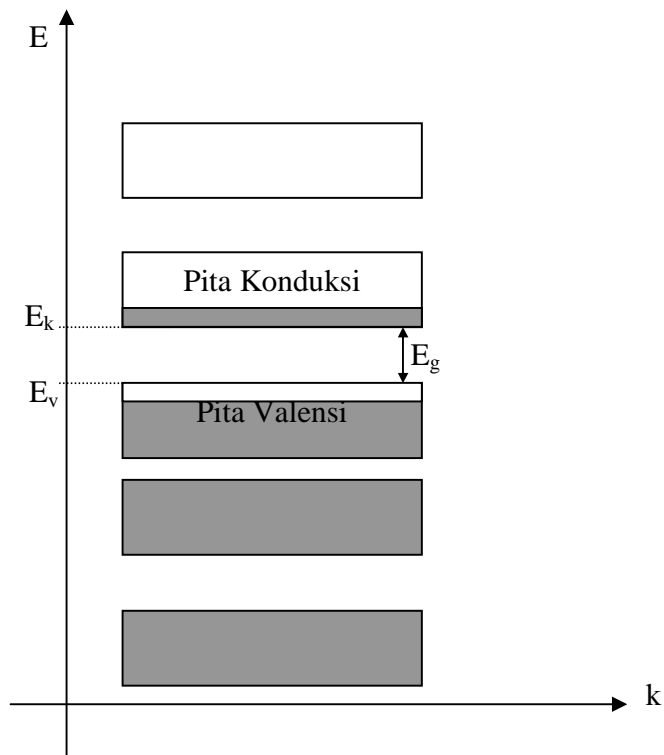
Dari Gambar 1 Anda dapat melihat bahwa sebuah atom dapat berikatan dengan 4 buah atom terdekat lainnya. Keempat buah atom itu menyumbang masing-masing satu elektron valensi kepada atom pertama. Di samping itu, keempat elektron valensi dari atom pertama tadi juga digunakan secara bersama dengan keempat atom terdekat tersebut. Satu elektron valensi yang digunakan secara bersama dilukiskan oleh sebuah garis lurus.

Semikonduktor intrinsik kurang banyak digunakan dalam teknologi elektronika karena konduktivitas listriknya sangat bergantung sekali pada temperatur. Artinya, konsentrasi pembawa muatan listrik di dalam semikonduktor intrinsik sangat peka terhadap perubahan suhu semikonduktor itu sendiri. Sedikit saja suhunya berubah, maka konduktivitasnya pun berubah. Hal ini sangat merugikan sekali, sebab semua alat elektronika harus beroperasi pada rentang

suhu yang cukup lebar dan harus memiliki konduktivitas listrik yang relatif konstan. Untuk menjaga agar konduktivitas listriknya tetap (konstan), biasanya semikonduktor murni ini dicampur (dikotori) oleh atom-atom lain yang berasal baik dari golongan III-A ataupun dari golongan V-A, sehingga semikonduktor tersebut menjadi semikonduktor tak murni yang sering disebut *semikonduktor ekstrinsik*. Semikonduktor ekstrinsik akan dibahas secara mendalam pada KB-2. Sekarang kita akan melanjutkan mempelajari sifat-sifat semikonduktor murni.

Seperti kita ketahui bahwa elektron valensi bertanggung jawab pada proses hantaran arus listrik dalam suatu zat padat. Artinya, elektron valensi tersebut merupakan elektron konduksi. Untuk memahami tingkah laku elektron konduksi di dalam zat padat, cobalah Anda perhatikan bagan pita energi untuk semikonduktor seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2. Pada Gambar 2 Anda lihat bahwa pita teratas yang terisi penuh (atau hampir penuh) elektron disebut *pita valensi*, dan pita di atasnya yang sedikit terisi elektron (atau kosong) disebut *pita konduksi*. Dan celah antara batas atas pita valensi dengan batas bawah pita konduksi disebut *celah energi (E_g)*.

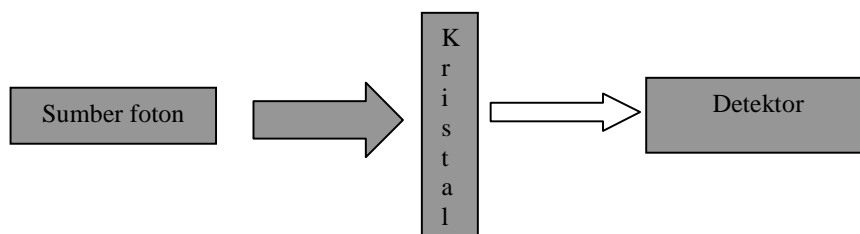
Ada dua cara untuk mengukur nilai energi celah, yaitu dengan *teknik penyerapan langsung* dan *teknik penyerapan tak langsung*.



Gambar 2. Bagan pita energi untuk semikonduktor murni.

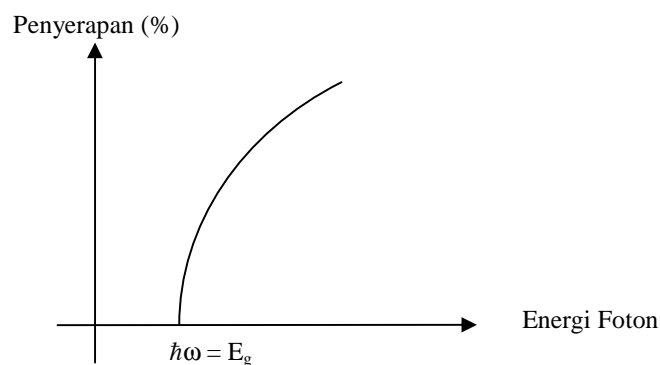
a. Teknik penyerapan langsung.

Pada teknik penyerapan tak langsung, kristal semikonduktor yang akan diukur celah energinya dijatuhkan foton monokromatik dengan energi mulai dari yang kecil sampai yang besar sedemikian rupa sehingga terjadi penyerapan foton oleh kristal, seperti ditunjukkan pada bagan dalam Gambar 3.



Gambar 3. Bagan teknik penyerapan langsung.

Apabila foton monokromatik yang datang pada kristal semikonduktor masih diteruskan oleh kristal itu, atau dengan kata lain foton itu masih ditangkap (dideteksi) oleh detektor, maka berarti penyerapan foton oleh kristal belum terjadi. Selanjutnya, jika energi foton itu kita perbesar sedikit demi sedikit sehingga mulai ada foton yang tidak ditangkap oleh detektor, maka berarti pada saat ini penyerapan foton oleh kristal mulai terjadi. Jika energi foton itu terus kita perbesar, maka penyerapan akan terus berlangsung. Pada teknik penyerapan langsung, nilai energi foton yang menyebabkan mulai terjadinya penyerapan foton oleh kristal adalah sama dengan nilai energi celah dari kristal semikonduktor itu. Proses itu dapat kita lukiskan dalam grafik penyerapan sebagai fungsi energi foton, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.



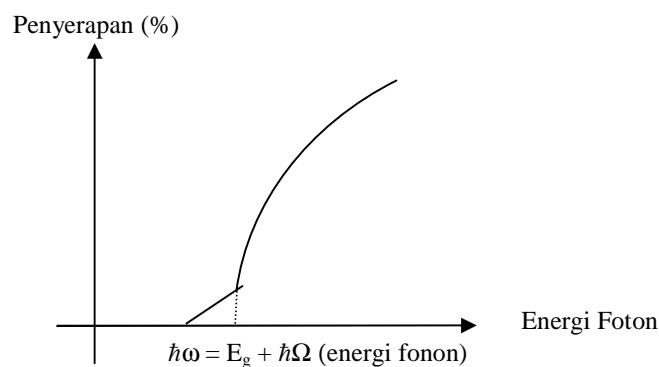
Gambar 4. Kurva penyerapan sebagai fungsi energi pada teknik penyerapan langsung.

Pada saat mulai terjadi penyerapan foton oleh kristal berarti elektron-elektron pada pita valensi mulai memperoleh energi yang cukup untuk meloncati celah energi (E_g), sehingga pada saat ini timbul hole (lubang) di pita valensi dan elektron konduksi di pita konduksi. Oleh karena itu, pada saat tepat pada saat mulai terjadi penyerapan, energi foton yang diserap kristal (elektron) adalah tepat sama dengan nilai celah energi dari kristal semikonduktor tersebut.

b. Teknik Penyerapan Tak Langsung.

Proses pengukuran E_g dengan teknik penyerapan tak langsung baik bagan maupun prosesnya pada prinsipnya adalah sama dengan proses pengukuran celah energi dengan teknik penyerapan langsung. Tetapi ada sedikit perbedaan. Pada teknik penyerapan tak langsung di samping melibatkan elektron dan hole juga melibatkan partikel lain yaitu *fonon*. Pada teknik ini, selain foton, fonon mungkin diserap oleh kristal atau timbul di dalam kristal. Sehingga pada proses ini kita akan memperoleh tiga partikel, yaitu elektron konduksi, hole, dan fonon. Kurva penyerapan sebagai fungsi energi untuk teknik penyerapan tak langsung dapat Anda lihat pada Gambar 5.

Gambar 5. Kurva penyerapan sebagai fungsi energi pada teknik penyerapan tak langsung.



Pada Gambar 5 terlihat bahwa awal penyerapan terjadi pada saat energi foton monokromatik $\hbar\omega = E_g + \hbar\Omega$. Pada proses ini berarti fonon muncul di dalam kristal semikonduktor bersamaan dengan munculnya hole di pita valensi dan elektron di pita konduksi. Jika nilai $\hbar\omega = E_g - \hbar\Omega$, maka berarti bahwa fonon bersama foton diserap oleh kristal semikonduktor.

6.1. 2 Massa Efektif.

Sesungguhnya baik massa elektron maupun massa hole dalam persamaan-persamaan di atas adalah merupakan massa efektif untuk masing-masing partikel. Apakah massa efektif itu ? Untuk menjawabnya marilah kita ikuti uraian di bawah ini. Kecepatan kelompok (group velocity) biasa didefinisikan sebagai berikut:

$$v_g = d\omega/dk, \quad (1)$$

dimana ω adalah frekuensi sudut, dan k adalah vektor gelombang. Kita mengetahui bahwa frekuensi sudut yang dikaitkan dengan energi adalah sebagai berikut:

$$\omega = E/\hbar \quad (2)$$

dimana E merupakan fungsi k , sehingga kecepatan kelompok menjadi :

$$v_g = (1/\hbar) dE/dk \quad (3)$$

Jika kita diferensialkan persamaan (3) terhadap waktu (t), kita akan memperoleh :

$$\frac{d}{dt} v_g = (1/\hbar) \frac{d^2 E}{dk \cdot dt} \quad (4)$$

atau

$$\frac{d}{dt} v_g = (1/\hbar) \frac{d^2 E}{dk^2} \frac{dk}{dt} \quad (5)$$

Kita dapat mengaitkan dk/dt dengan gaya listrik yang bekerja pada sebuah elektron bebas sebagai berikut. Usaha yang dilakukan pada sebuah elektron oleh medan listrik dalam selang waktu δt adalah:

$$\delta E = \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{s} \quad (6)$$

dimana dE adalah usaha, \mathbf{F} = vektor gaya listrik yang berkerja pada elektron, dan $\delta \mathbf{s}$ adalah vektor perpindahan dalam selang waktu dt . Gaya listrik F biasa ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{F} = -e \cdot \boldsymbol{\epsilon}, \quad (7)$$

dimana e adalah muatan listrik elektron, dan $\boldsymbol{\epsilon}$ adalah medan listrik, sehingga persamaan (6) menjadi :

$$\delta E = -e \cdot \boldsymbol{\epsilon} \cdot \delta \mathbf{s}. \quad (8)$$

Tetapi $\delta \mathbf{s}$ adalah sama dengan hasil kali antara kecepatan kelompok v_g dengan selang waktu δt .

Jadi usaha yang dilakukan pada elektron tersebut adalah:

$$\delta E = -e \cdot \boldsymbol{\epsilon} \cdot v_g \cdot \delta t. \quad (9)$$

Kita tahu bahwa

$$\delta E = (dE/dk) \delta k \quad (10)$$

dan dari persamaan (3) kita tahu bahwa $dE/dk = \hbar v_g$, sehingga persamaan (10) menjadi:

$$\delta E = \hbar \cdot v_g \cdot \delta k \quad (11)$$

Karena persamaan (9) sama dengan persamaan (11), maka Anda dapat memahami bahwa:

$$\delta k = -(e \cdot \varepsilon / \hbar) \delta t \quad (12)$$

atau

$$dk/dt = - (e \cdot \varepsilon / \hbar) = F/\hbar \quad (13)$$

Sekarang cobalah substitusikan persamaan (13) ke dalam persamaan (5). Anda akan memperoleh hasil sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt} v_g = (1/\hbar) \frac{d^2 E}{dk^2} (F/\hbar) \quad (14)$$

atau

$$F = \hbar^2 \frac{1}{d^2 E / dk^2} \frac{d}{dt} v_g \quad (15)$$

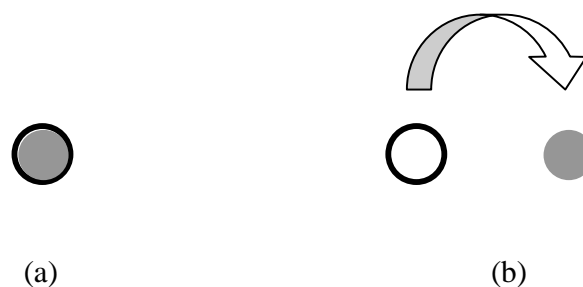
Cobalah Anda amati persamaan (15) di atas ! Anda lihat bahwa karena $F =$ gaya, dan $\frac{d}{dt} v_g$ sama dengan percepatan, maka sisanya dari persamaan (15) haruslah sama dengan massa, supaya memenuhi persamaan kedua Newton, yaitu $F = m \cdot a$. Jadi, dari persamaan (15) kita dapat mendefinisikan massa lain yang biasa disebut sebagai *massa efektif* sebagai berikut:

$$m^* = \hbar^2 \frac{1}{d^2 E / dk^2} \quad (16)$$

Ingat bahwa $\frac{1}{d^2 E / dk^2}$ tidak boleh diganti menjadi $dk^2/d^2 E$.

6.1.3. Lima Alasan Mengapa Hole Dianggap Sebagai Partikel Bermuatan Positif.

Seperti disebutkan di atas bahwa lubang (hole) yang disebabkan oleh pindahnya elektron dari pita valensi ke pita konduksi dianggap sebagai sebuah *partikel* yang bermuatan positif. Sesungguhnya hal ini agak sulit diterima akal kita, sebab *tempat tinggal awal* sebuah elektron dianggap sebagai partikel lain yang memiliki karakteristik yang berlawanan dengan elektron itu sendiri. Secara naif kita dapat memahami konsep ini secara sederhana dengan menggunakan pertolongan Gambar 6 berikut:



Gambar 6. Proses terjadinya sebuah hole. (a) Elektron masih belum pindah. (b) Elektron pindah.

Kita misalkan sebuah elektron itu sebagai sebuah bola yang volumenya sama dengan volume daerah yang diarsir (Gambar 3. a). Sedangkan kulit tebal yang mengelilingi elektron itu sebagai tempat awal elektron. Kemudian jika elektron itu meninggalkan tempatnya, maka kita akan memperoleh dua partikel (Gambar 3. b), yaitu tempat elektron (hole/lubang) dan elektron itu sendiri. Jadi sekarang kita memiliki dua partikel, yaitu hole dan elektron.

Ada lima alasan mengapa hole dianggap sebagai sebuah partikel yang bermuatan listrik positif. Kelima alasan tersebut adalah sebagai berikut:

1. Sebelum elektron itu pindah, jumlah total vektor gelombang (\mathbf{k}) elektron dalam sebuah pita valensi yang terisi penuh elektron adalah nol. Misalkan sekarang elektron yang memiliki vektor gelombang sebesar \mathbf{k}_e di pita valensi itu menyerap energi dari luar dan pindah ke pita

konduksi yang kosong dan elektron menjadi lebih leluasa untuk bergerak, elektron itu sekarang tetap memiliki vektor gelombang \mathbf{k}_e . Akibatnya, pita valensi kekurangan vektor gelombang sebesar \mathbf{k}_e . Oleh karena itu hole harus mengimbangi vektor gelombang elektron sedemikian rupa sehingga jumlah total vektor gelombang di pita valensi itu sekarang pun harus tetap sama dengan nol. Dengan demikian, vektor gelombang hole di pita valensi harus sama dan berlawanan arah dengan vektor gelombang elektron. Jadi

$$\mathbf{k}_h = -\mathbf{k}_e.$$

2. Energi hole di pita valensi adalah sama dan berlawanan tanda dengan energi elektron di pita konduksi. Jadi

$$E_h(\mathbf{k}_h) = -E_e(\mathbf{k}_e).$$

3. Kecepatan kelompok hole (v_h) adalah sama dengan kecepatan kelompok elektron. Hal ini disebabkan oleh alasan pertama, yaitu $\mathbf{k}_h = -\mathbf{k}_e$, sehingga dE/dk untuk kedua partikel adalah sama.

$$v_g(\mathbf{h}) = v_g(\mathbf{e})$$

4. Massa efektif hole sama dan berlawanan tanda dengan massa efektif elektron. Hal ini disebabkan oleh kenyataan bahwa massa efektif adalah sebanding dengan d^2E/dk^2 . Dan karena pita konduksi menghadap ke atas, sedangkan pita valensi menghadap ke bawah, berarti bahwa tanda massa efektif untuk kedua partikel tersebut adalah berlawanan. Jadi

$$m_h^* = -m_e^*$$

5. Persamaan gerak untuk hole adalah berlawanan tanda dengan persamaan gerak elektron. Hal ini disebabkan oleh kenyataan bahwa hole bermuatan listrik positif sedangkan elektron bermuatan listrik negatif. Jadi

$$F_h = \hbar dk_h/dt = e (\mathbf{E} + \mathbf{v}_h \times \mathbf{B}) \text{ dan}$$

$$F_e = \hbar dk_e/dt = -e (\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}). \text{ Atau}$$

$$F_h = - F_e.$$

Dengan memperhatikan kelima alasan di atas, kita dapat menganggap bahwa hole adalah sebuah partikel yang bermuatan listrik positif.

6.1.4. Konsentrasi elektron dan konsentrasi lubang (hole).

Pada keadaan 0^0 K, semua elektron yang berada di pita konduksi akan turun ke pita valensi, sehingga pita konduksi menjadi kosong dan pita valensi menjadi penuh. Dan pada saat ini semikonduktor berubah menjadi isolator. Sebaliknya pada keadaan suhu yang tinggi, elektron-elektron di pita valensi akan loncat ke pita konduksi, sehingga pita konduksi akan diisi oleh banyak elektron. Akibatnya, pada suhu tinggi konduktivitasnya menjadi besar, dan semikonduktor berubah menjadi isolator. Pada saat elektron-elektron tersebut loncat ke pita konduksi, di pita valensi timbul kekosongan. Kekosongan ini sering disebut *lubang (hole)*. Lubang ini sebenarnya adalah juga “partikel” yang memiliki sifat berkebalikan dari sifat

elektron. *Dalam semikonduktor intrinsik, jumlah elektron konduksi adalah sama dengan jumlah lubang (hole).*

Agar elektron itu dapat loncat dari pita valensi ke pita konduksi, kita harus menambahkan energi dari luar (misalnya energi panas) minimal sama dengan energi celah. Dengan demikian Anda dapat memahami bahwa energi luar sangat menentukan besar-kecilnya konsentrasi elektron konduksi (hole) dalam semikonduktor intrinsik. Di samping itu, besar-kecilnya celah energi juga menentukan konsentrasi tersebut. *Jadi konsentrasi elektron konduksi di pita konduksi (hole di pita valensi) adalah bergantung pada energi luar dan pada celah energi (E_g).* Pengaruh energi luar dapat dikaitkan dengan kenaikan suhu semikonduktor itu sendiri, sehingga dapat kita katakan bahwa ketergantungan konsentrasi elektron terhadap energi luar adalah sama dengan ketergantungan konsentrasi elektron pada suhu (T) semikonduktor itu sendiri. Dengan demikian, variabel yang mempengaruhi konsentrasi elektron atau konsentrasi hole adalah suhu (T) dan celah energi (E_g) dari semikonduktor itu sendiri. Selanjutnya marilah kita pelajari konsentrasi elektron konduksi dan konsentrasi hole ini secara lebih rinci.

Agar kita dapat menghitung konsentrasi elektron konduksi, terlebih dahulu Anda harus mengingat kembali fungsi distribusi Fermi-Dirac. Fungsi ini menentukan besar kecilnya peluang elektron untuk tereksitasi ke tingkat yang lebih tinggi bila suhu suatu zat padat bertambah. Apakah Anda masih ingat bentuk fungsi Fermi-Dirac itu ? Ya tentu. Fungsi itu biasa ditulis dalam bentuk persamaan berikut:

$$f(E) = \frac{1}{\exp[(E - \mu)/k_B T] + 1}, \quad (17)$$

dimana $f(E)$ = peluang elektron untuk berada di tingkat energi E , μ = tingkat energi Fermi; Sesungguhnya, μ ini dalam mekanika statistik awalnya disebut energi potensial kimia, T = suhu mutlak semikonduktor, dan k_B = konstanta Boltzmann. Untuk pita konduksi dalam sebuah semikonduktor kita misalkan pada suhu kamar $(E - \mu) \gg k_B T$, sehingga $\exp [(E - \mu)/k_B T] \gg 1$. Artinya nilai 1 pada penyebut dalam persamaan (17) di atas dapat diabaikan. Dengan demikian, kita peroleh peluang elektron untuk menempati suatu tingkat energi E di pita konduksi sebagai berikut:

$$f(E) = \frac{1}{\exp[(E - \mu)/k_B T]}$$

atau

$$f(E) \cong \exp [(\mu - E)/k_B T] \quad (18)$$

Energi sebuah elektron di dalam pita konduksi dapat dinyatakan dengan :

$$E_e = E_k + \hbar^2 k^2/2m_e \quad (19)$$

Dari modul nomor 4 Fisika Zat Padat, Anda telah mengetahui bahwa rapat keadaan (density of states) pada tingkat energi E adalah sebanding dengan akar kuadrat dari energi itu sendiri, yaitu sebagai berikut:

$$D(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E)^{1/2} \quad (20)$$

Dan karena kita sedang membahas rapat keadaan dalam pita konduksi, serta batas bawah pita konduksi adalah E_k maka rapat keadaan yang ditulis dalam persamaan (20) di atas harus ditulis sebagai berikut:

$$D(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (E - E_k)^{1/2} \quad (21)$$

karena rentang energi yang kita bahas adalah mulai dari E_k ke atas.

Selanjutnya, jumlah elektron konduksi dalam pita konduksi ini dapat kita hitung sebagai berikut:

$$N = \int_{E_k}^{\infty} D(E) \cdot f(E) \cdot dE \quad (22)$$

Dengan menggunakan persamaan (18) dan persamaan (21), kita peroleh nilai N sebagai berikut:

$$N = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp(\mu/k_B T) \int_{E_k}^{\infty} (E - E_k)^{1/2} \exp(-E/k_B T) dE. \quad (23)$$

Konsentrasi (n) elektron konduksi didefinisikan sebagai jumlah elektron konduksi persamaan satuan volume. Jadi n dapat ditulis sebagai berikut:

$$n = N/V = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp(\mu/k_B T) \int_{E_k}^{\infty} (E - E_k)^{1/2} \exp(-E/k_B T) dE. \quad (24)$$

Dengan menggunakan teknik perubahan variabel, persamaan (8) di atas dapat diselesaikan dan hasilnya adalah sebagai berikut:

$$n = 2 \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp[(\mu - E_k)/k_B T]. \quad (25)$$

Persamaan (25) ini menyatakan konsentrasi elektron konduksi sebagai fungsi suhu dan sebagai fungsi energi potensial kimia (μ). Seperti dijelaskan di atas, bahwa konsentrasi elektron konduksi ini bergantung pada variabel suhu dan energi celah. Jadi kita harus mencari persamaan yang menyatakan konsentrasi sebagai fungsi kedua variabel tersebut. Jadi persamaan (25) di atas bukan persamaan yang sedang kita cari, sebab persamaan (25) tersebut belum menunjukkan adanya

kertegantungan konsentrasi terhadap energi celah (E_g). Agar kita dapat menentukan persamaan konsentrasi sebagai fungsi T dan E_g , maka kita masih harus mengolah persamaan (25) di atas dengan cara menggabungkannya dengan persamaan untuk konsentrasi hole di pita valensi. Jadi langkah selanjutnya adalah terlebih dahulu mencari persamaan konsentrasi hole sebagai fungsi suhu (T) dan sebagai fungsi energi potensial kimia (μ) seperti pada persamaan (25) di atas.

Fungsi distribusi Fermi-Dirac (peluang) untuk hole (f_h) yang berada di tingkat energi pada pita valensi dapat dihubungkan dengan fungsi distribusi Fermi-Dirac (peluang) untuk elektron (f) di tingkat energi yang sama melalui persamaan berikut:

$$f_h(E) = 1 - f(E), \quad (26)$$

dimana $f(E) = \frac{1}{\exp[(E - \mu)/k_B T] + 1}$ adalah peluang untuk menemukan elektron di tingkat energi E pada pita valensi. Jika $f(E) = 1$, maka $f_h = 0$. Artinya, elektron masih berada di pita valensi dan belum loncat ke pita konduksi, sehingga hole tidak terbentuk. Sebaliknya, jika $f(E) = 0$, maka $f_h = 1$. Artinya, peluang untuk menemukan hole di tingkat energi E pada pita valensi sama dengan 1 atau 100 %, dan ini berarti bahwa elektron yang semula berada di tingkat energi E tersebut sudah loncat ke pita konduksi, sehingga peluang untuk menemukan elektron di pita valensi sama dengan nol sedangkan peluang untuk menemukan hole adalah 1. Secara matematik, f_h dapat ditulis sebagai berikut:

$$f_h(E) = 1 - \frac{1}{\exp[(E - \mu)/k_B T] + 1}, \quad (27)$$

Selanjutnya kita samakan penyebut pada persamaan (11), sehingga persamaan tersebut menjadi:

$$f_h(E) = \frac{\exp[(E - \mu)/k_B T] + 1}{\exp[(E - \mu)/k_B T] + 1} - \frac{1}{\exp[(E - \mu)/k_B T] + 1}$$

$$f_h(E) = \frac{\exp[(E - \mu)/k_B T]}{\exp[(E - \mu)/k_B T] + 1} \quad (28)$$

Sekarang pembilang dan penyebut pada persamaan (28) kita bagi dengan $\exp[(E - \mu)/k_B T]$,

sehingga persamaan tersebut menjadi:

$$f_h(E) = \frac{1}{1 + \frac{1}{\exp[(E - \mu)/k_B T]}}$$

$$f_h(E) = \frac{1}{1 + \exp[(\mu - E)/k_B T]} \quad (29)$$

Jika $(\mu - E) \gg k_B T$, maka nilai $\exp[(\mu - E)/k_B T] \gg 1$, sehingga angka 1 pada penyebut dalam persamaan (29) dapat diabaikan, dan persamaan (29) dapat ditulis sebagai berikut:

$$f_h(E) \cong \frac{1}{\exp[(\mu - E)/k_B T]} \cong \exp[(E - \mu)/k_B T] \quad (30)$$

Persamaan (30) ini menyatakan nilai peluang (fungsi distribusi Fermi-Dirac) untuk menemukan hole di tingkat energi E pada pita valensi. Selanjutnya marilah kita tentukan rapat keadaan (density of states) untuk hole. Karena hole dianggap sebagai partikel yang bermassa m_h , dan energi maksimum untuk hole adalah E_v , maka rapat keadaannya dapat ditulis sebagai berikut:

$$D_h(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m_h}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E_v - E)^{1/2} \quad (31)$$

Dengan menggunakan persamaan (30) dan (31) kita dapat menghitung konsentrasi hole (p) di pita valensi dengan menggunakan prosedur yang sama dengan prosedur untuk menghitung konsentrasi elektron di pita konduksi. Jadi konsentrasi hole (p) dapat dihitung sebagai berikut:

$$p = H/V, \quad (32)$$

dimana H = jumlah hole di pita valensi, dan V = volume. Nilai H dapat dihitung dari persamaan berikut:

$$H = \int_{-\infty}^{E_v} D_h(E) \cdot f_h(E) dE \quad (33)$$

$$H = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m_h}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp[-\mu/k_B T] \int_{-\infty}^{E_v} (E_v - E)^{\frac{1}{2}} \cdot \exp[(E)/k_B T] dE. \quad (34)$$

Dengan menggunakan teknik perubahan variabel seperti di pada persamaan (24) akhirnya kita dapat memperoleh jumlah hole sebagai berikut:

$$H = 2 V \left(\frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp [(E_v - \mu)/k_B T] \quad (35)$$

Jadi konsentrasi hole (p) dapat diperoleh dari persamaan (35) sebagai berikut:

$$p = H/V = 2 \left(\frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp [(E_v - \mu)/k_B T]. \quad (36)$$

Persamaan (36) ini menyatakan konsentrasi hole sebagai fungsi suhu dan energi potensial kimia (μ). Dan belum merupakan fungsi dari energi celah (E_g) dan suhu. Jadi baik persamaan (25) maupun persamaan (36) belum merupakan persamaan konsentrasi yang sedang kita cari. Untuk menjadikan kedua persamaan tersebut menjadi fungsi E_g dan T, kita dapat mengalikan persamaan (25) dengan persamaan (36) sebagai berikut:

$$n.p = \left\{ 2 \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp [(\mu - E_k)/k_B T] \right\} \cdot \left\{ 2 \left(\frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp [(E_v - \mu)/k_B T] \right\} \quad (37)$$

$$n.p = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e.m_h)^{3/2} \exp [(\mu - E_k + E_v - \mu)/k_B T] \quad (38)$$

$$n.p = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e.m_h)^{3/2} \exp [(- E_k + E_v)/k_B T] \quad (39)$$

$$n.p = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e.m_h)^{3/2} \exp [(- E_k + E_v)/k_B T] \quad (40)$$

$$n.p = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e.m_h)^{3/2} \exp [-(E_k - E_v)/k_B T] \quad (41)$$

dan karena $E_k - E_v = E_g$, maka persamaan (41) menjadi:

$$n.p = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e.m_h)^{3/2} \exp(-E_g/k_B T). \quad (42)$$

Tetapi karena untuk semikonduktor murni $n = p$, maka Anda dapat menuliskan persamaan (42) sebagai berikut:

$$n^2 = p^2 = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e.m_h)^{3/2} \exp(-E_g/k_B T), \quad (43)$$

sehingga Anda dapat memperoleh baik nilai n maupun nilai p sebagai fungsi energi celah (E_g) dan suhu (T), yaitu sebagai berikut:

$$n = p = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_e.m_h)^{3/4} \exp(-E_g/k_B T). \quad (44)$$

Persamaan (44) inilah sesungguhnya apa yang kita inginkan, yaitu kita menginginkan persamaan yang menyatakan konsentrasi elektron atau hole sebagai fungsi suhu (T) dan sebagai fungsi energi celah (E_g). Seperti dapat Anda lihat pada persamaan (44) bahwa konsentrasi tersebut merupakan fungsi eksponensial dari T dan E_g . Dari persamaan ini Anda dapat melihat bahwa makin tinggi suhu semikonduktor maka makin tinggi konsentrasi elektron konduksi. Hal ini

mudah dipahami, sebab makin tinggi suhu berarti makin tinggi energi panas dari luar sehingga makin banyak elektron di pita valensi yang dapat meloncati celah energi dan menjadi elektron konduksi di pita konduksi. Akibatnya, makin banyak elektron konduksi berarti makin banyak hole (lubang) di pita valensi. Masih dari persamaan (44) di atas, Anda dapat melihat bahwa makin kecil energi celah (E_g) makin besar konsentrasi elektron konduksi. Hal ini pun mudah dipahami sebab makin kecil energi celah berarti makin mudah elektron di pita valensi untuk loncat ke pita konduksi. Hasilnya, konsentrasi elektron konduksi meningkat. Demikian pula halnya dengan konsentrasi hole di pita valensi.