Tes Formatif 1

Petunjuk: Jawablah semua soal di bawah ini pada lembar jawaban yang disediakan !

==

1. Sebuah elektron ditempatkan dalam sebuah sumur potensial satu dimensi yang kedalamannya tak-hingga. Lebar sumur adalah 4 angstrom. Berapakah simpangan gelombang elektron yang terletak pada tingkat ke 2 pada posisi 2 angstrom dari sisi sumur ?
2. Pertanyaan yang sama dengan nomor 1 di atas, tetapi untuk elektron yang terletak di tingkat ke 4 pada posisi 0,5 angstrom.
3. Berapakah nilai energi kinetik elektron seperti pada soal nomor 1, tetapi untuk elektron yang terletak di tingkat 3.
4. Apakah yang dimaksud dengan energi Fermi ?
5. Jika Anda memiliki 20 buah elektron pada keadaan dasar, berapakah jumlah tingkat yang Anda perlukan agar semua elektron tersebut dapat diletakkan dalam tingkat-tingkat energi elektron ?
6. Berapakah nilai energi Fermi untuk elektron seperti pada soal nomor 1 di atas, dimana jumlah elektron yang tersedia adalah sebanyak 20 elektron ?

Tindak Lanjut (Balikan):

Cocokanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif 1 pada akhir modul ini, dan berilah skor (nilai) sesuai dengan bobot nilai setiap soal yang dijawab dengan benar. Kemudian jumlahkan skor yang Anda peroleh lalu gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan (TP) Anda terhadap materi KB-1 ini.

Rumus (TP) = (jumlah skor yang diperoleh/skor total) x 100 %

Arti TP yang Anda peroleh adalah sebagai berikut :

90 % - 100 % = baik sekali.

80 % - 89 % = baik

70 % - 79 % = cukup

< 70 % = rendah.

Apabila TP Anda $\geq$ 80 %, maka Anda boleh melanjutkan pada materi KB 2, dan Selamat !!, Tetapi jika TP Anda < 80 %, Anda harus mengulang materi KB-1 di atas terutama bagian-bagian yang belum Anda kuasai.

KB 2. Elektron Bebas Dalam Tiga Dimensi.

4.2.1. Energi Fermi Untuk Tiga Dimensi.

Persamaan Schrodinger untuk partikel bebas (energi potensial V = 0) dalam tiga dimensi biasa ditulis sebagai berikut:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi_k(\mathbf{r}) = E_k\,\Psi_k(\mathbf{r}) \qquad (20)$$

Jika elektron-elektron itu diletakkan di dalam sebuah kubus dengan panjang sisi-sisinya sebesar L, maka fungsi gelombangnya adalah gelombang berdiri yang mirif dengan fungsi gelombang elektron dalam sebuah sumur potensial satu dimensi yang kedalamannya tak-hingga, yaitu sebagai berikut:

$$\psi_n(\mathbf{r}) = A \sin(\pi n_x x/L) \sin(\pi n_y y/L) \sin(\pi n_z z/L), \qquad (21)$$

dimana n_x, n_y, dan n_z adalah bilangan bulat positif. (Catatan: huruf yang dicetak tebal menyatakan sebuah vektor. Simbol lain dari sebuah vektor adalah anak huruf dengan anak panah di atasnya). Biasanya sangat menyenangkan jika kita menggunakan sebuah fungsi gelombang yang periodik, artinya:

$$\psi(x, y, z) = \psi(x + L, y, z) = \psi(x, y + L, z) = \psi(x, y, z + L). \qquad (22)$$

Fungsi gelombang yang memenuhi persamaan Schordinger (20) dan yang periodik adalah berbentuk gelombang berjalan sebagai berikut:

$$\Psi_k(\mathbf{r}) = \exp(i\, \mathbf{k} \,.\, \mathbf{r}). \qquad (23)$$

Perhatikan bahwa **k . r** adalah perkalian vektor yang menghasilkan skalar (dot product). Nilai komponen-komponen **k** pada persamaan (23) di atas adalah sebagai berikut:

$$k_x, k_y, k_z = 0, \ \pm 2\pi/L, \pm 4\pi/L, \pm 6\pi/L, \pm 8\pi/L, \ldots\ldots \quad 2n\pi/L \qquad (24)$$

dimana n adalah bilangan bulat positif. Komponen-komponen dari **k** tersebut adalah merupakan bilangan kuantum dari partikel yang sedang kita bicarakan. Disamping itu, bilangan kuantum yang kita gunakan untuk menandai partikel tersebut yang dalam hal ini elektron adalah bilangan kuantum magnetik m_s yang berkaitan dengan spin elektron itu sendiri.

Sekarang marilah kita buktikan bahwa nilai-nilai k_x, k_y, dan k_z ini memenuhi syarat yang ditunjukkan oleh persamaan (22) di atas. Caranya adalah sebagai berikut:

$$\Psi_k(x) = \exp(i\, k_x \,.\, x).$$

untuk posisi (x + L) kita peroleh

$$\Psi_k(x + L) = \exp(i\, k_x \,.\, (x + L)). \qquad (25)$$

Selanjutnya substitusikan nilai k_x dari persamaan (24) di atas ke dalam persamaan (25). Hasilnya adalah sebagai berikut:

$\Psi_k(x + L) = \exp\,(i2n\pi\,(x + L)/L).$

$$= \exp\,(i2n\pi x\,/L)\,.\,\exp\,(i2n\pi) \qquad (26)$$

karena nilai exp ($i2n\pi$) = 1, maka persamaan (26) menjadi

$\Psi_k(x + L) = \exp\,(i2n\pi\,x\,/L).\,1 = \exp\,(i\,k_x\,.\,x)$

yang berarti bahwa

$$\Psi_k(x + L) = \Psi_k(x). \qquad (27)$$

Persamaan (27) membuktikan bahwa nilai k_x ini memenuhi syarat yang ditunjukkan oleh persamaan (22) di atas.

Latihan

Dengan menggunakan cara seperti di atas, coba buktikan bahwa nilai-nilai k_y, dan k_z juga memenuhi syarat yang ditunjukkan oleh persamaan (22) di atas.

Selanjutnya marilah kita hitung energi elektron bebas untuk tiga dimensi. Caranya adalah sebagai berikut. Substitusikanlah persamaan (23) ke persamaan (20), sehingga kita dapatkan

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\exp\,(i\,\mathbf{k}\,.\,\mathbf{r}). = E_k \exp\,(i\,\mathbf{k}\,.\,\mathbf{r}). \qquad (28)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \exp(i\, k_x\, x + k_y\, y + k_z\, z) = E_k \exp(i\, k_x\, .\, x + k_y\, y + k_z\, z).$$

$$\frac{\hbar^2}{2m}\left(k_x^2+k_y^2+k_z^2\right) \exp(i\, k_x\, x + k_y\, y + k_z\, z) = E_k \exp(i\, k_x\, x + k_y\, y + k_z\, z),$$

sehingga nilai E_k sama dengan

$$E_k = \frac{\hbar^2}{2m}\left(k_x^2+k_y^2+k_z^2\right) = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 \tag{29}$$

Persamaan (29) ini menyatakan energi kinetik elektron bebas dalam ruang tiga dimensi. Ingat bahwa energi potensial elektron bebas adalah nol. Nilai k ini sering dikaitkan dengan panjang gelombang elektron melalui persamaan berikut

$$k = 2\pi/\lambda \tag{30}$$

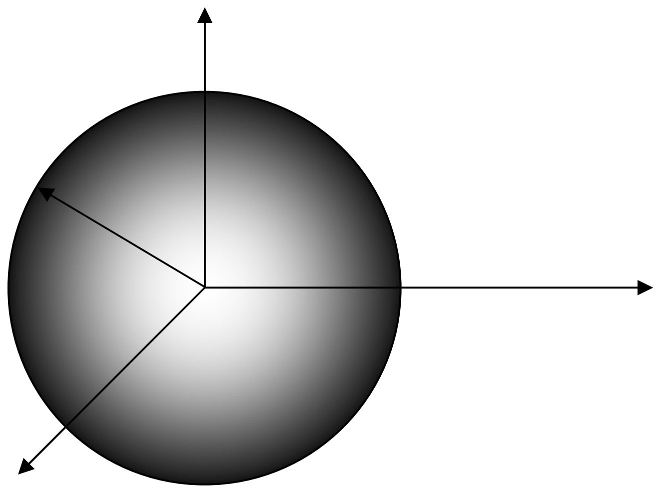
Di samping itu, momentum sudut linear (p) juga sering dikaitkan dengan vektor gelombang k melalui persamaan

$$p = \hbar k. \tag{31}$$

Dalam keadaan dasar (T = 0 K) semua tingkat energi yang terletak di bawah energi Fermi dan energi Fermi itu sendiri akan ditempati elektron. Oleh karena itu, vektor gelombang terbesar adalah vektor gelombang untuk elektron yang berada pada tingkat energi Fermi. Dengan demikian, jika kita misalkan vektor gelombang Fermi dengan huruf k_f , maka energi Fermi dapat ditulis sebagai berikut.

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2m} k_f^2 \qquad (32)$$

Dalam ruang k (ruang resiprok) kita dapat menggambar sebuah bola dengan jari-jari k_f yang menampung semua elektron di dalamnya. Artinya tidak ada elektron lain yang terletak di luar bola, karena vektor gelombang terbesar pada keadaan dasar adalah k_f. Volume bola ini adalah tentunya sama dengan $4\pi k_f^3/3$. Bola tersebut dapat Anda lihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Pada keadaan dasar semua elektron terletak di dalam bola yang berjari-jari k_f, dimana k_f adalah vektor gelombang Fermi.

Dari persamaan (24) kita mengetahui bahwa nilai terkecil dari k_x, k_y, dan k_z adalah $2\pi/L$ (bukan nol, karena k = 0 berarti tidak ada elektron). Sehingga jika kita mengambil elemen volume (volume terkecil) yang berbentuk kubus dengan sisi-sisi k_x, k_y, dan k_z dari bola tadi, maka volemenya adalah $(2\pi/L)^3$. Dan dalam elemen volume ini hanya ada satu nilai k, yaitu gabungan dari k_x, k_y, dan k_z. dan setiap nilai k ini dimiliki oleh sebuah elektron (oleh dua buah elektron dengan spin yang berlawanan) Jadi, Jumlah total elektron (N) dalam bola tadi adalah sama dengan volume bola dibagi dengan volume dari elemen volume dikali 2 (karena elektron boleh memiliki spin up dan spin down), yaitu sebagai berikut:

$$N = 2\,\frac{4\pi k_f^3/3}{(2\pi/L)^3}. \tag{33}$$

Karena L^3 = volume kubus (V), maka jumlah elektron (N) dapat ditulis sebagai berikut:

$$N = \frac{V}{3\pi^2}k_f^3 \tag{34}$$

Dari persamaan (34) kita dapat melihat bahwa vektor gelomang Fermi adalah bergantung pada konsentrasi elektron (n = N/V), sehingga k_f dapat ditulis sebagai berikut:

$$k_f = \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{1/3} = (3\pi^2 n)^{1/3} \tag{35}$$

Dengan demikian, energi Fermi dalam sistem tiga dimensi adalah sebagai berikut:

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2m}k_f^2 = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{2/3} = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3} \tag{36}$$

Persamaan (36) di atas mengaitkan energi Fermi E_f dengan konsentrasi elektron n = N/V.

4.2.2. Kecepatan Fermi dan Temperatur Fermi.

Kecepatan Fermin (v_f) adalah kecepatan elektron yang terletak di tingkat energi Fermi. Dengan kata lain, kecepatan Fermi adalah kecepatan elektron yang memiliki vektor gelombang k_f. Sehingga secara matematika, kecepatan Fermi ini dapat dihitung dari momentum Fermi yang sama dengan $\hbar k_f = m\, v_f$. Jadi

$$v_f = \hbar k_f/m = (\hbar/m)\left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{1/3} \qquad (37)$$

Besaran Fisika lainnya yang berkaitan dengan nama Fermi adalah temperatur Fermi (T_f) . Temperatur Fermi ini *sama sekali tidak ada kaitannya* dengan temperatur elektron yang terletak pada tingkat energi Fermi. Tetapi ia didefinisikan sebagai ratio antara energi Fermi (E_f) dengan tetapan Boltzmann (k_B). Hal ini hanya sebagai konsekuensi dari definisi energi yang biasa ditulis $E = k_BT$. Jadi, Temperatur Fermi itu dapat ditulis sebagai berikut:

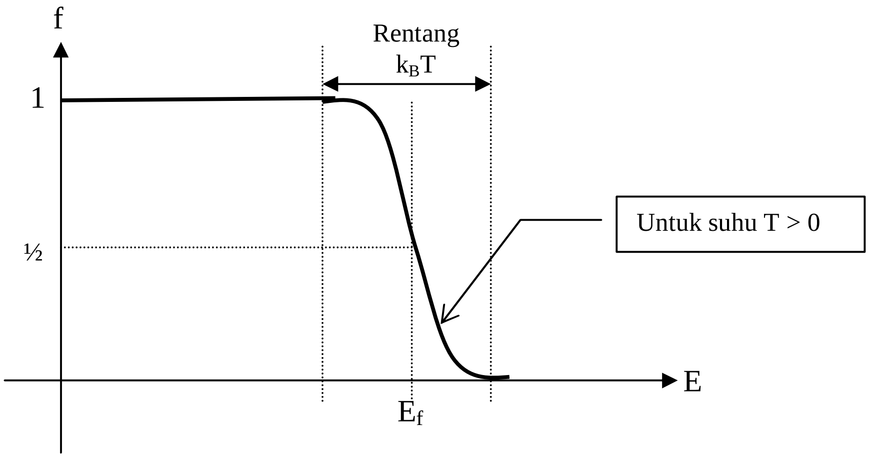
$$T_f = E_f/k_B \qquad (38)$$

Nilai-nilai energi Fermi, vektor gelombang Fermi, kecepatan Fermi, temperatur Fermi dan konsentrasi elektron untuk beberapa unsur logam yang bervalensi satu, pada suhu 5 K untuk unsur-unsur Na, K, Rb, Cs, pada suhu 78 K untuk unsur Li, dan pada suhu kamar untuk unsur lainnya dapat Anda lihat pada Tabel di bawah ini.

Nama Unsur	Energi Fermi (eV)	Vektor gelombang Fermi (cm^{-1})	Kecepatan Fermi (cm ℓ' det)	Temperatur Fermi (K)	Konsentrasi elektron (cm^3)
Li	4,72	$1,11 \times 10^8$	$1,29 \times 10^8$	$5,48 \times 10^4$	$4,70 \times 10^{22}$
Na	3,23	$0,92 \times 10^8$	$1,07 \times 10^8$	$3,75 \times 10^4$	$2,65 \times 10^2$
K	2,12	$0,75 \times 10^8$	$0,86 \times 10^8$	$2,46 \times 10^4$	$1,40 \times 10^{22}$
Rb	1,85	$0,70 \times 10^8$	$0,81 \times 10^8$	$2,15 \times 10^4$	$1,15 \times 10^{22}$
Cs	1,58	$0,64 \times 10^8$	$0,75 \times 10^8$	$1,83 \times 10^4$	$0,91 \times 10^{22}$
Cu	7,00	$1,36 \times 10^8$	$1,57 \times 10^8$	$8,12 \times 10^4$	$8,45 \times 10^{22}$
Ag	5,48	$1,20 \times 10^8$	$1,39 \times 10^8$	$6,36 \times 10^4$	$5,85 \times 10^{22}$
Au	5,51	$1,20 \times 10^8$	$1,39 \times 10^8$	$6,39 \times 10^4$	$5,90 \times 10^{22}$

4.2.3 Kapasitas Panas Elektron Bebas.

Pada awal perkembangannya, teori elektron dalam logam menemui kesulitan dalam menjelaskan kapasitas panas dari elektron konduksi. Mekanika statistika klasik meramalkan bahwa sebuah elektron bebas harus memiliki kapasitas panas sebesar (3/2) k_B, dimana k_B adalah tetapan Boltzmann. Jadi jika kita memiliki N buah elektron bebas, maka menurut mekanika statistika klasik tersebut kapasitas panas elektron itu adalah sebesar (3/2) Nk_B. Tetapi kenyataannya menunjukan lain. Kapasitas panas elektron konduksi ternyata hanya sebesar 1 % dari (3/2)Nk_B itu dan bahkan kurang dari 1%. Kesulitan ini akhirnya terjawab setelah penemuan Prinsip Pauli dan fungsi distribusi Fermi-Dirac. Fermi mengatakan menulis kalimat sebagai berikut: “seseorang memahami bahwa panas jenis menghilang pada suhu nol derajat Kelvin, dan pada suhu yang rendah panas jenis (atau kapasitas panas) itu adalah sebanding dengan suhu mutlakn”.   Hal ini bisa difahami dengan menggunakan fungsi distribusi Fermi-Dirac. Jika kita memanaskan sebuah logam sampel dari suhu nol derajat Kelvin, menurut distribusi Fermi-Dirac tidak semua elektron di dalam logam itu akan memperoleh energi sebesar (3/2) k_BT. Tetapai hanya sebagian kecil saja dari elektron-elektron itu yang akan memperoleh energi sebesar (3/2)k_BT. Elektron-elektron itu adalah elektron yang terletak dalam rentang k_BT di sekitar tingkat energi Fermi. Elektron-elektron dalam rentang ini akan mengalami eksitasi ke tingkat yang lebih tinggi dari tingkat energi Fermi sehingga tingkat-tingkat energi yang sedikit di atas energi Fermi tidak lagi kosong. Demikian pula peluangnya untuk ditempati elektron tidak lagi nol, tetapi sedikit akan lebih besar dari nol. Keadaan ini ditunjukkan dalam Gambar 6 dibawah ini.



Gambar 6. Grafik f sebagai fungsi E untuk T > 0.

Keadaan ini menyelesaikan kesulitan tadi. Jadi jika kita memiliki N buah elektron bebas, maka jumlah elektron yang akan mengalami eksitasi adalah hanya sebanyak N (k_BT/E_f) atau N (T/T_f), karena $E_f = k_BT_f$. Dan setiap elektron dari N(T/T_f) akan memiliki energi sebesar k_BT. Sehingga total energi kinetik termal (U) dari elektron konduksid itu adalah sebesar

$$U = N\,(T/T_f)\,k_BT = Nk_BT^2/T_f \qquad (39)$$

Seperti Anda ketahui bahwa kapasitas panas pada volume tetap (C_v) adalah sama dengan turunan dari energi total terhadap suhu mutlak, maka dengan menggunakan persamaan (39) Anda dapat memperoleh persamaan untuk kapasitas panas elektron konduksi, yaitu sebagai berikut:

$$C_v = dU/dT$$

$$C_v = \left(\frac{d}{dT}\right) Nk_BT^2/T_f = 2\,Nk_B\,(T/T_f)\,. \qquad (40)$$

Persamaan menyatakan kapasitas panas elektron konduksi pada volume tetap dan untuk suhu rendah. Karena $Nk_B = R$, dimana R = tetapan Gas umum, maka persamaan (40) dapat ditulis dalam bentuk yang lebih sederhana, yaitu sebagai berikut:

$$C_v = 2\,R\,(T/T_f). \tag{41}$$

Hal ini jelas sekali berbeda dengan ramalan mekanika statistika klasik. Menurut mekanika statistika klasik, nilai C_v ini adalah sama dengan 2R. Perbedaannya adalah sebesar (T/T_f). Nilai T/T_f ini adalah sangat kecil sekali.

Contoh: untuk E_f sebesar 5 eV, dan suhu logam 300 K, tentukanlah perbandingan C_v menurut Fermi-Dirac dengan menurut mekanika statistika klasik !

Jawab:

$$E_f = k_B T_f = 5 \text{ eV}$$

Jadi $T_f = 5 \text{ eV}/k_B = 5/(8{,}62 \times 10^{-5})$ K = 58004,64 K.

Perbandingan C_v antara Fermi-Dirac dengan mekanika statistika klasik adalah

$$\frac{(C_v)_{FD}}{(C_v)_{msk}} = \{2\,R\,(T/T_f)\}/2R = T/T_f.$$

$$\frac{(C_v)_{FD}}{(C_v)_{msk}} = 300/\ 58004{,}64 = \ 0{,}005 = 1/200.$$

Jadi kapasitas panas elektron konduksi pada suhu rendah menurut mekanika statistika klasik adalah 200 kali lebih besar dari pada nilai sebenarnya.

Rangkuman.

1. Persamaan Schrodinger untuk partikel bebas (energi potensial V = 0) dalam tiga dimensi biasa ditulis sebagai berikut:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi_k(\mathbf{r}) = E_k\ \Psi_k(\mathbf{r}).$$

2. Energi kinetik elektron bebas dalam ruang tiga dimensi adalah

$$E_k = \frac{\hbar^2}{2m}\left(k_x^2+k_y^2+k_z^2\right) = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$

3. energi Fermi dapat ditulis sebagai berikut.

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2m}k_f^2 = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{2/3} = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3}$$

4. Vektor gelombang Fermi adalah

$$k_f = \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{1/3} = (3\pi^2 n)^{1/3}$$

5. Kecepatan Fermi adalah

$$v_f = \hbar k_f/m = (\hbar/m)\left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{1/3}$$

6. Temperatur Fermi itu dapat ditulis sebagai berikut:

$$T_f = E_f/k_B$$

7. Kapasitas panas elektron konduksi pada volume tetap untuk suhu rendah adalah

$$C_v = 2\ Nk_B\ (T/T_f) = 2\ R\ (T/T_f).$$

Tes Formatif 2

Petunjuk: Jawablah semua soal di bawah ini pada lembar jawaban yang disediakan !

1. Apakah yang dimaksud dengan vektor gelombang Fermi ?
2. Apakah yang dimaksud dengan kecepatan Fermi ?
3. Apakah yang dimaksud dengan temperatur Fermi ?
4. Sebuah kubus potensial dengan panjang sisinya 5 angstrom, diisi elektron sebanyak 5×10^{20} buah. Berapakah energi Fermi dari sistem itu ?
5. Berapakah vektor gelombang Fermi untuk sistem dalam soal nomor 4 di atas ?
6. Berapakah kecepatan Fermi untuk soal nomor 4 di atas ?
7. Berapakah nilai temperatur Fermi untuk soal nomor 4 di atas ?
8. Berapakah kapasitas panas elektron konduksi yang jumlahnya sebanyak 5×10^{25} buah pada suhu 30 K. Diketahui temperatur Fermi 5000 K.

Tindak Lanjut (Balikan):

Cocokanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif 1 pada akhir modul ini, dan berilah skor (nilai) sesuai dengan bobot nilai setiap soal yang dijawab dengan benar. Kemudian jumlahkan skor yang Anda peroleh lalu gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan (TP) Anda terhadap materi KB-1 ini.

Rumus (TP) = (jumlah skor yg diperoleh/skor total) x 100 %

Arti TP yang Anda peroleh adalah sebagai berikut :
90 % - 100 % = baik sekali.
80 % - 89 % = baik
70 % - 79 % = cukup
< 70 % = rendah.

Apabila TP Anda $\geq$ 80 %, maka Anda boleh melanjutkan pada materi KB 2, dan Selamat !!, Tetapi jika TP Anda < 80 %, Anda harus mengulang materi KB-1 di atas terutama bagian-bagian yang belum Anda kuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif 1

1. Diketahui : L = 4 angstrom.

   n = 2

   x = 2 angstrom.

   Ditanyakan : simpangan gelombang (Ψ)

   Jawab:

   Persamaan untuk simpangan adalah sebagai berikut:

   $$\psi\,(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\ \sin\,(n\pi/L)\,x$$

   $= \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,\sin\,(2\pi/4)2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,\sin\,(\pi) = 0.$ (skor = 1,5).

2. Diketahui : L = 4 angstrom.

   n = 4

   x = 1 angstrom.

   Ditanyakan : simpangan gelombang (Ψ)

   Jawab:

   Persamaan untuk simpangan adalah sebagai berikut:

   $$\psi\,(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\ \sin\,(n\pi/L)\,x$$

   $= \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,\sin\,(4\pi/4)(0{,}5) = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,\sin\,(\pi/2)$

   $= \sqrt{\tfrac{1}{2}}$ angstrom. (skor = 2,5).

3. Diketahui : L = 4 angstrom

   n = 3

   $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J. det

Ditanyakan : E_3.

Jawab : Substitusikan nilai-nilai di atas ke dalam persamaan berikut:

$$E_3 = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} = (9 \text{ x } 43,9 \text{ x } 10^{-68})/(8 \text{ x } 9{,}1 \text{ x } 10^{-31} \text{ x } 16 \text{ x } 10^{-20})$$

$$= 0{,}339 \text{ x } 10^{-17} \text{ J} = 0{,}212 \text{ x } 10^{2} \text{ eV} = 21{,}2 \text{ eV}. \quad \text{(skor = 2).}$$

4. *Energi Fermi (E_f) adalah energi dari tingkat teratas yang terisi penuh elektron pada keadaan dasar.* (skor = 1).
5. Karena N = 20, dan n_f = N/2, maka n_f = 10. Jadi Anda hanya memerlukan 10 tingkat energi untuk menempatkan ke dua puluh elektron tersebut. (skor = 1,5).
6. Diketahui : L = 4 angstrom

   N = 20

   $\hbar = 1{,}055 \text{ x } 10^{-34}$ J. det

   Ditanyakan : E_f

   Jawab: Masukan nilai-nilai di atas ke dalam persamaan berikut:

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{N\pi}{2L}\right)^2.$$

$$= 1{,}414 \text{ x } 10^{-16} \text{ J.} = 884{,}01 \text{ eV. (skor = 2,5).}$$

Kunci Jawaban Tes Formatif 2

1. Vektor gelombang Fermi adalah vektor gelombang elektron yang terletak pada tingkat energi Fermi. Secara matematik vektor gelombang Fermi ditulis sebagai berikut:

$$k_f = \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{1/3} = (3\pi^2 n)^{1/3} \quad \text{(skor = 1)}$$

2. Kecepatan Fermi adalah kecepatan elektron yang terletak pada tingkat energi Fermi. Secara matematik ditulis sebagai berikut:

$$v_f = \hbar k_f/m = (\hbar/m)\left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{1/3} \quad \text{(skor = 1).}$$

3. Temperatur Fermi itu didefinikan sebagai berikut:

$$T_f = E_f/k_B$$

Temperatur Fermi <u>tidak ada</u> kaitannya dengan temperatur elektron pada tingkat energi Fermi. (skor = 1).

4. Diketahui : L = 5 angstrom.

N = 5 x 10^{20} buah elektron.

$\hbar$ = 1,055 x 10^{-34} J. det

Ditanyakan : E_f

Jawab: Substitusikan nilai-nilai tsb di atas ke dalam persamaan berikut:

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{2/3} = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3}$$

E_f = 1,47 x 10^{-5} J. = 9,2 x 10^{13} eV. (skor = 2)

5. Diketahui : L = 5 angstrom.

N = 5 x 10^{20} buah elektron.

$\hbar$ = 1,055 x 10^{-34} J. det

Ditanyakan : k_f

Jawab : Vektor gelombang Fermi adalah :

$$k_f = \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{1/3} = (3\pi^2 n)^{1/3}$$

k_f = 4,91 x 10^{16} /m. (skor = 1).

6. Diketahui : L = 5 angstrom.

N = 5 x 10^{20} buah elektron.

$\hbar$ = 1,055 x 10^{-34} J. det

Ditanyakan : v_f

Jawab: Kecepatan Fermi adalah:

$$v_f = \hbar k_f/m = (\hbar/m)\left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{1/3}$$

v_f = 5,69 x 10^{12} m/det. (skor =1)

7. Diketahui : L = 5 angstrom.

N = 5 x 10^{20} buah elektron.

$\hbar$ = 1,055 x 10^{-34} J. det

Ditanyakan : T_f

Jawab: Temperatur Fermi itu ditulis sebagai berikut:

$T_f = E_f/k_B$. Karena E_f = 1,47 x 10^{-5} J. = 9,2 x 10^{13} eV (lihat jawaban nomor 4 di atas) dan

k_B = 1,38 x 10^{-23} J/K, maka :

T_f = 1,07 x 10^{18} K. (skor = 1).

8. Diketahui : $N = 5 \times 10^{25}$ buah elektron.

$T = 30$ K

Ditanyakan C_v.

Jawab: Kapasitas panas elektron konduksi pada volume tetap untuk suhu rendah adalah

$C_v = 2\ Nk_B\ (T/T_f) = 2\ R\ (T/T_f)$. Jadi

$C_v = 41400/T_f = 8{,}28$ J/K (skor = 2).

Daftar Pustaka

1. Charle Kittel, Introduction to Solid State Physics, sixth ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1986.
2. R. K. Puri dan V. K. Babbar, Solid State Physics, S. Chand & Company Ltd., Ram Nagar, New Delhi, 1997.
3. M. A. Omar, Elementary Solid State Physics, Addison-Wesley Publ. Company, London, 1975.
4. Ashcroft/Mermin, Solid State Physics, Saunders College, Philadelphia, 1976.