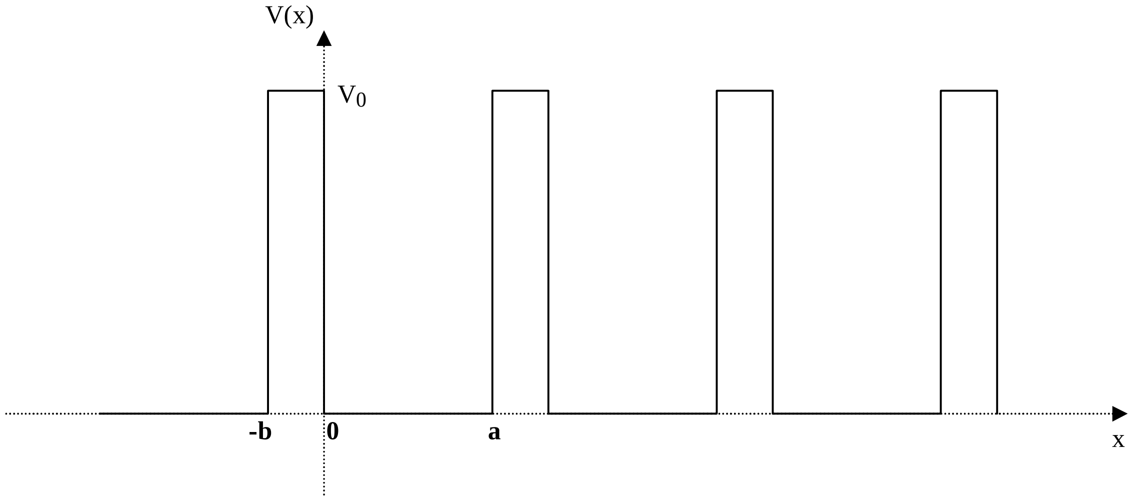
KB 2. Nilai Energi Celah

1. Model Kronig-Penney

Model ini menjelaskan tingkah laku elektron dalam sebuah energi potensial yang periodik, dengan menganggap energi potensial periodik itu merupakan deretan sumur energi potensial persegi seperti ditunjukkan dalam Gambar 1.



Gambar 1. Energi potensial periodik satu dimensi yang digunakan oleh Kronig dan Penney.

Energi potensial dari sebuah elektron dalam sebuah susunan inti-inti atom yang positif dianggap berbentuk seperti sebuah susunan sumur potensial periodik dengan perioda a + b, seperti ditunjukkan dalam Gambar 1. Di dasar sumur, yaitu untuk $0 < x < a$, elektron dianggap berada di sekitar sebuah inti atom (atau diantara dua inti atom), dan energi potensialnya dianggap nol, sehingga di daerah ini elektron bertingkah sebagai elektron bebas. Sebaliknya, di luar sumur, yaitu untuk $-b < x < 0$, energi potensial elektron dianggap sama dengan V_0. Meskipun model Kronig-Penney ini menggunakan pendekatan yang sangat kasar dibandingkan dengan energi potensial yang ada dalam suatu kisi, tetapi model ini sangat berguna untuk menjelaskan berbagai sifat penting dari tingkah laku elektron secara kuantum mekanik dalam sebuah kisi periodik.

Fungsi-fungsi gelombang elektron diperoleh dari persamaan Schrodinger untuk kedua daerah (yaitu daerah $0 < x < a$, dan daerah $-b < x < 0$) sebagai berikut:

a. untuk $0 < x < a$.

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\,\psi(x) = 0 \qquad \text{(untuk elektron bebas, } V_0 = 0) \qquad (6)$$

b. untuk $-b < x < 0$.

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)\,\psi(x) = 0 \qquad (7)$$

Jika kita misalkan bahwa energi elektron lebih kecil dari pada V_0, dan kita difinisikan dua besaran real α dan β sebagai berikut:

$$\alpha^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E \quad \text{dan } \beta^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E), \qquad (8)$$

maka persamaan-persamaan (6) dan (7) dapat ditulis menjadi

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \alpha^2\,\psi(x) = 0 \qquad (9)$$

dan

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} - \beta^2\,\psi(x) = 0 \qquad (10)$$

Karena energi potensial dari model Kronig-Penney itu adalah periodik, maka fungsi-fungsi gelombang tersebut haruslah berbentuk fungsi Bloch, yaitu:

$$\psi(x) = e^{\pm ikx}\,u_k(x) \qquad (11)$$

dimana $u_k(x)$ sekarang adalah sebuah fungsi periodik dalam x dengan perioda a + b, yaitu

$$u_k(x) = u_k(x + (a + b)) \qquad (12)$$

Sekarang marilah kita hitung turunan kedua terhadap x dari persamaan (11), sebagai berikut:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -k^2 e^{ikx} u_k(x) + 2ik\, e^{ikx} \frac{du_k}{dx} + e^{ikx} \frac{d^2u_k}{dx^2} \qquad (13)$$

Selanjutnya Coba Anda substitusikan persamaan (11) dan (13) ini ke dalam persamaan-persamaan (9) dan (10) di atas. Hasilnya adalah sebagai berikut:

a. untuk $0 < x < a$.

$$\frac{d^2u_1}{dx^2} + 2\,ik \frac{du_1}{dx} + (\alpha^2 - k^2)\, u_1 = 0, \quad \text{dan} \qquad (14)$$

b. untuk $-b < x < 0$.

$$\frac{d^2u_2}{dx^2} + 2\,ik \frac{du_2}{dx} + (\beta^2 + k^2)\, u_2 = 0, \qquad (15)$$

dimana u_1 dan u_2 masing-masing menyatakan nilai $u_k(x)$ dalam interval $0 < x < a$ dan $-b < x < 0$. Seperti Anda ketahui bahwa dari mekanika kuantum atau dari Fisika kuantum, solusi umum untuk persamaan-persamaan (14) dan (15) di atas adalah:

$$u_1 = A\, e^{i(\alpha - k)x} + B\, e^{-i(\alpha + k)x} \qquad (16)$$

dan

$$u_2 = C\, e^{(\beta - ik)x} + D\, e^{-(\beta + ik)x} \qquad (17)$$

dimana A, B, C, dan D adalah tetapan-tetapan yang biasa ditentukan oleh syarat batas berikut:

$$u_1(0) = u_2(0) \quad ; \quad \frac{du_1}{dx} (\text{untuk } x = 0) = \frac{du_2}{dx} (\text{untuk } x = 0) \qquad (18)$$

$$u_1(a) = u_2(-b) \quad ; \quad \frac{du_1}{dx} (\text{untuk } x = a) = \frac{du_2}{dx} (\text{untuk } x = -b) \qquad (19)$$

Syarat batas yang ditunjukkan oleh persamaan (18) sesuai dengan syarat bahwa fungsi gelombang ψ dan turunan pertamanya $(d\psi/dx)$ dan juga u dengan du/dx haruslah kontinyus.

Sebaliknya, kondisi yang ditunjukkan oleh persamaan (19) sesuai dengan syarat bahwa $u_k(x)$ adalah periodik. Dengan menggunakan syarat-syarat batas ini dan mensubstitusikannya ke dalam persamaan-persamaan (16) dan (17), Anda akan memperoleh empat persamaan linier homogen sebagai berikut:

$$A + B = C + D \tag{20}$$

$$A\, i(\alpha - \beta) - B\, i(\alpha + \beta) = C(\beta - ik) - D(\beta + ik) \tag{21}$$

$$A\, e^{i(\alpha - k)a} + B\, e^{-i(\alpha + k)a} = C\, e^{-(\beta - ik)b} + D\, e^{(\beta + ik)b} \tag{22}$$

$$A\, i(\alpha - k)\, e^{i(\alpha - k)a} - B\, i(\alpha + k) e^{-i(\alpha + k)a} = C(\beta - ik)\, e^{-(\beta - ik)b} - D(\beta + ik)\, e^{(\beta + ik)b} \tag{23}$$

Keempat persamaan linier yang homogen ini biasa digunakan untuk menentukan tetapan-tetapan A, B, C, dan D. Solusi yang tidak sama dengan nol untuk keempat persamaan linier tersebut ada jika dan hanya jika determinan dari koefisien-koefisien A, B, C, dan D adalah sama dengan nol, yaitu:

$$\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \sinh(\beta b) \sin(\alpha a) + \cosh(\beta b) \cos(\alpha a) - \cos k(a + b) = 0 \tag{24}$$

Untuk menyederhanakan persamaan (24) ini, Kronig dan Penney memilih kasus dimana nilai V_0 cenderung menuju tak hingga dan nilai b menuju nol, tetapi hasil kali $V_0 b$ tetap terhingga. Dengan demikian, Potensial model Kronig dan Penney menjadi potensial penghalang sebuah fungsi delta. Dalam keadaan seperti ini model Kronig-Penney ini dimodifikasi menjadi sebuah deret sumur potensial yang terpisahkan oleh sebuah potensial penghalang yang sangat-sangat tipis. Karena itu, hasil kali $V_0 b$ (untuk V_0 ---> ∞ dan b ---> 0) disebut *kekuatan penghalang (barrier strength)*.

Pada saat b ---> 0, sinh (βb) ---> βb, dan cosh (βb) ---> 1. Di samping itu, dari persamaan (8) jika Anda menjumlahkan α^2 dan β^2 kemudian membaginya dengan $2\alpha\beta$ maka Anda akan memperoleh hasil sebagai berikut:

$$(\alpha^2 + \beta^2)/2\alpha\beta = mV_0/\alpha\beta\hbar^2. \qquad (25)$$

Dengan menggunakan persamaan (25) ini dan kondisi dimana saat b ---> 0, sinh (βb) ---> βb, dan cosh (βb) ---> 1, Anda akan dapat menulis persamaan (24) menjadi

$$(mV_0/\alpha\beta\hbar^2)(\beta b) \sin(\alpha a) + \cos(\alpha a) = \cos(ka)$$

$$(mV_0 b/\alpha\hbar^2) \sin(\alpha a) + \cos(\alpha a) = \cos(ka) \qquad (26)$$

Jika kita definisikan besaran P sebagai berikut:

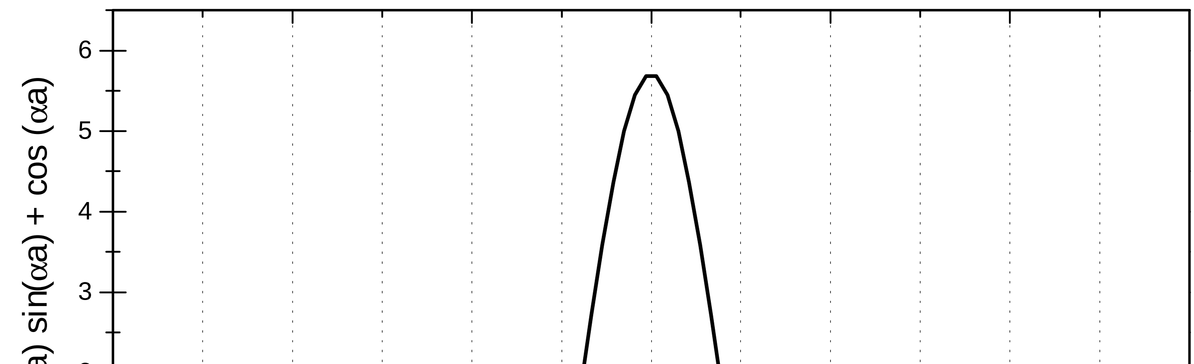
$$P = (mV_0 ba/\hbar^2),$$

maka $P/\alpha a = (mV_0 b/\alpha\hbar^2)$ (27)

Nilai P ini adalah sama dengan luas energi potensial penghalang V_0b. Jadi jika kita meperbesar nilai P berarti mengikat sebuah elektron secara kuat pada sebuah sumur tertentu. Nah sekarang coba Anda substitusikan persamaan (27) ini ke dalam persamaan (26) di atas ! Hasilnya adalah sebagai berikut:

$$(P/\alpha a) \sin(\alpha a) + \cos(\alpha a) = \cos(ka) \qquad (28)$$

Persamaan (28) ini merupakan syarat agar solusi untuk persamaan gelombang itu ada. Seperti Anda ketahui bahwa nilai cos (ka) terletak diantara –1 dan +1. Sehingga ruas kiri dari persamaan (28) itu harus memiliki nilai αa sedemikian rupa sehingga nilai-nilai ruas kiri persamaan (28) terletak dalam rentang –1 dan +1. Nilai-nilai αa yang menghasilkan nilai (P/αa) sin (αa) + cos (αa) berada dalam rentang antara –1 dan +1 ditunjukkan dalam Gambar 2.



Gambar 2. Grafik $(P/\alpha a) \sin(\alpha a) + \cos(\alpha a)$ sebagai fungsi αa untuk $P = 3\pi/2$. Nilai-nilai αa yang menghasilkan nilai $(P/\alpha a) \sin(\alpha a) + \cos(\alpha a)$ berada dalam rentang -1 dan $+1$ ditunjukkan oleh potongan (segmen) garis-garis tebal dalam sumbu αa.

Karena α^2 sebanding dengan energi, maka sumbu horizontal juga secara tidak langsung menyatakan sumbu energi. Jadi panjang potongan-potangan garis tebal itu menyatakan rentang energi yang diizinkan untuk elektron. Dari Gambar 2 Anda dapat melihat bahwa ternyata dengan menggunakan model Kronig- Penney itu sumbu energi (sumbu αa) di bagi menjadi daerah-daerah yang diizinkan dan daerah terlarang bagi elektron. Daerah yang diizinkan untuk elektron adalah sepanjang garis tebal, sedangkan daerah terlarang adalah daerah diantara ujung dua garis tebal yang berdekatan. Panjang segmen garis tebal (yang berarti sebanding dengan rentang energi) itu sebanding dengan nilai αa. Artinya, makin besar nilai αa makin panjang rentang energi yang diizinkan. Jadi, dengan mengacu pada Gambar 2 di atas kita dapat menarik 3 kesimpulan berikut:

1. Spektrum energi elektron terdiri atas pita-pita energi yang diizinkan dan pita-pita energi yang terlarang.
2. Lebar pita energi yang diizinkan sebanding dengan nilai αa, artinya makin besar nilai αa makin besar pula lebar pita energi.

3. Lebar suatu pita energi yang diizinkan berbanding terbalik dengan nilai P, yaitu dengan energi ikat elektron. Makin besar P makin kecil lebar pita energi yang diizinkan.

   Jika P ---> ∞, pita-pita energi yang diizinkan dipersempit sedemikian rupa sehingga menjadi berbentuk garis-garis dan membentuk sebuah spektrum garis. Dalam kasus seperti itu, persamaan (28) akan memiliki solusi hanya jika sin (αa) = 0 (sebab jika sin (αa) tidak sama dengan nol, persamaan (28) menjadi tak hingga, karena P ---> ∞). Jadi agar persamaan (28) memiliki solusi maka

   $$\sin(\alpha a) = 0$$

   $$\alpha a = \pm n\pi, \qquad (29)$$

   dimana n = bilangan bulat. Karena itu, dengan menggunakan persamaan (8) dan (29) energi dapat ditulis sebagai berikut:

   $$E = \alpha^2\hbar^2/2m = \pi^2\hbar^2 n^2/2ma^2 \qquad (30)$$

   Persamaan (30) ini menyatakan tingkat energi sebuah partikel dalam sebuah energi potensial yang tetap.

   Sebaliknya, jika P ---> 0, persamaan (28) menjadi:

   $$\cos(\alpha a) = \cos(ka),$$

   atau

   $$\alpha = k.. \qquad (31)$$

   Sehingga dengan menggunakan persamaan (8) dan (31) di atas, energi partikel menjadi:

   $$E = \hbar^2 k^2/ 2m. \qquad (32)$$

   Persamaan (32) ini menyatakan energi dari elektron bebas. Hal ini memang sesuai dengan harapan kita bahwa jika P ---> 0, memang elektron menjadi bebas.

2. **Jumlah Fungsi gelombang dalam sebuah pita.**

   Jumlah fungsi gelombang dalam sebuah pita energi berkaitan sekali dengan jumlah elektron dalam sebuah pita energi. Oleh karena itu, pada bagian ini Anda akan mempelajari bagaimana cara menentukan jumlah elektron dalam sebuah pita energi.

Sesungguhnya telah ditunjukkan bahwa dalam sebuah kristal satu dimensi yang panjang terdapat rentang-rentang energi tertentu yang diizinkan. Sekarang kita coba pikirkan sebuah kristal satu dimensi yang panjangnya L dan coba kita tentukan jumlah fungsi gelombang yang mungkin untuk setiap pita energi. Dengan menggunakan syarat batas, kita akan memperoleh fungsi gelombang

$$\psi(x) = \psi(x + L) \tag{33}$$

Karena fungsi gelombang $\psi(x)$ ini merupakan fungsi Bloch, fungsi ini harus memenuhi persamaan berikut:

$$e^{ikx}\, u_k(x) = e^{ik(x + L)}\, u_k(x + L) \tag{34}$$

Dari persamaan (34) dan dengan menggunakan persamaan (5) di atas, maka

$$e^{ikx} = e^{ik(x + L)} \tag{35}$$

atau $$e^{ikL} = \cos kL + i \sin kL = 1 \tag{36}$$

Dengan demikian, nilai kL harus sama dengan:

$$kL = n\,(2\pi)$$

atau

$$k = n\,(2\pi)/L, \tag{37}$$

dimana $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3$, ..., sehingga nilai k menjadi

$$k = \pm 2\pi/L,\ \pm 4\pi/L,\ 6\pi/L,\ .... \tag{38}$$

Dari persamaan (37) kita dapat memperoleh

$$dk = (2\pi/L)\, dn$$

atau: $$dn = (L/2\pi)\, dk \tag{39}$$

Persamaan (39) ini menyatakan jumlah fungsi gelombang dalam rentang dk.

Contoh-1: Tentukan jumlah fungsi gelombang untuk daerah Brillouin pertama untuk kristal satu dimensi.

Jawab: nilai maksimum k untuk daerah Brillouin pertama adalah π/a, dimana a menyatakan panjang sel primitif. Jika N menyatakan jumlah sel primitif dalam kristal satu dimensi yang panjangnya L, maka $a = L/N$. Oleh karena itu, nilai maksimum dari k adalah $\pi/a = N\pi/L$. Jadi untuk kristal satu dimensi, deret dalam persamaan (38) berujung pada $N\pi/L$ yang berarti bahwa nilai k yang diizinkan dalam dareah Brillouin pertama adalah sama dengan $2 (\pi/a) = 2 N\pi/L$. Karena itu, jumlah total dari fungsi gelombang (n) dalam setiap pita energi adalah

$n = (L/2\pi)\ k = (L/2\pi)\ (2N\pi/L)$ = jumlah sel primitif (N).

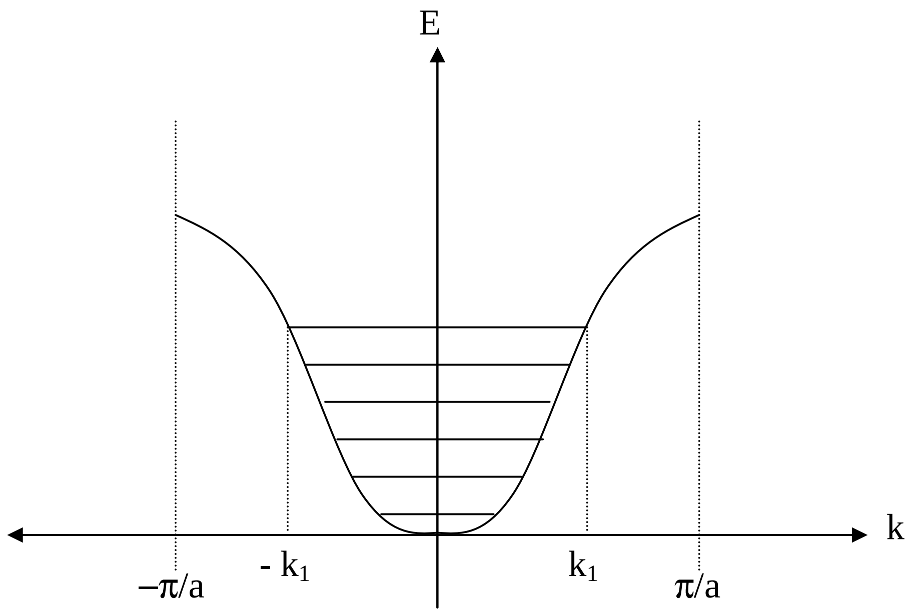
Contoh-2: Tentukan jumlah elektron dalam setiap pita energi.

Jawab: dari jawaban contoh-1 di atas kita memperoleh jumlah fungsi gelombang per pita energi sama dengan N. Karena setiap fungsi gelombang boleh ditempati oleh 2 buah elektron yang spinnya berlawanan, maka jumlah elektron dalam setiap pita energi adalah sama dengan 2N. Hal ini sangat bermanfaat dalam menjelaskan kristal konduktor, isolator, dan semikonduktor.

3. Konduktor, Semikonduktor, dan Isolator.

Untuk membedakan isolator, semikonduktor, dan konduktor dengan menggunakan teori pita energi, terlebih dahulu kita pikirkan sebuah pita energi yang diisi elektron sampai pada nilai $k_1 < \pi/a$ tertentu (dimana $\pm\ \pi/a$ menyatakan nilai maksimum vektor gelombang untuk daerah Brillouin pertama) seperti ditunjukkan pada Gambar 3.

E_1



Gambar 3. Sebuah pita energi. Pita energi yang ditunjukkan ini adalah merupakan pita energi pertama (untuk daerah Brillouin pertaman). Kita misalkan elektron hanya menempati pita energi itu sampai E_1, yaitu untuk vektor gelombang k_1.

Hal yang menarik perhatian kita dari pita energi ini adalah jumlah elektron bebas yang akan bertanggung jawab atas konduktivitas dari pita energi tersebut. Sebelum kita menghitung jumlah elektron konduksi ini, marilah kita tentukan massa efektif sebuah elektron dalam sebuah pita energi.

Sesungguhnya baik massa elektron maupun massa hole dalam persamaan-persamaan di atas adalah merupakan massa efektif untuk masing-masing partikel. Apakah massa efektif itu ? Untuk menjawabnya marilah kita ikuti uraian di bawah ini. Kecepatan kelompok (group velocity) biasa didefinisikan sebagai berikut:

$$v_g = d\omega/dk, \qquad (40)$$

dimana ω adalah frekuensi sudut, dan k adalah vektor gelombang. Kita mengetahui bahwa frekuensi sudut yang dikaitkan dengan energi adalah sebagai berikut:

$$\omega = E/\hbar \qquad (41)$$

dimana E merupakan fungsi k, sehingga kecepatan kelompok menjadi :

$$v_g = d\omega/dk = (1/\hbar)\ dE/dk \qquad (42)$$

Jika kita diferensialkan persamaan (42) terhadap waktu (t), kita akan memperoleh :

$$\frac{d}{dt} v_g = (1/\hbar)\ \frac{d^2E}{dk.dt} \qquad (43)$$

atau

$$\frac{d}{dt} v_g = (1/\hbar)\ \frac{d^2E}{dk^2}\ \frac{dk}{dt} \quad . \qquad (44)$$

Kita dapat mengaitkan dk/dt dengan gaya listrik yang bekerja pada sebuah elektron bebas sebagai berikut. Usaha yang dilakukan pada sebuah elektron oleh medan listrik dalam selang waktu δt adalah:

$$\delta E = \mathbf{F}.\ \boldsymbol{\delta s} \qquad (45)$$

dimana dE adalah usaha, **F** = vektor gaya listrik yang berkerja pada elektron, dan **δs** adalah vektor perpindahan dalam selang waktu dt. Gaya listrik F biasa ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{F} = -e.\boldsymbol{\varepsilon}, \tag{46}$$

dimana e adalah muatan listrik elektron, dan **ε** adalah medan listrik, sehingga persamaan (45) menjadi :

$$\delta E = -e.\ \boldsymbol{\varepsilon}\ .\ \boldsymbol{\delta s}. \tag{47}$$

Tetapi **δs** adalah sama dengan hasil kali antara kecepatan kelompok v_g dengan selang waktu δt. Jadi usaha yang dilakukan pada elektron tersebut adalah:

$$\delta E = -e.\ \varepsilon.\ v_g.\ \delta t. \tag{48}$$

Kita tahu bahwa

$$\delta E = (dE/dk)\ \delta k \tag{49}$$

dan dari persamaan (3) kita tahu bahwa $dE/dk = \hbar\ v_g$, sehingga persamaan (10) menjadi:

$$\delta E = \hbar\ .\ v_g\ .\ \delta k \tag{50}$$

Karena persamaan (9) sama dengan persamaan (11), maka Anda dapat memahami bahwa:

$$\delta k = -(e.\varepsilon/\hbar)\ \delta t \tag{51}$$

atau

$$dk/dt = -\ (e.\varepsilon/\hbar) = F/\hbar \tag{52}$$

Sekarang cobalah substitusikan persamaan (13) ke dalam persamaan (5). Anda akan memperoleh hasil sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt}v_g = (1/\hbar)\ \frac{d^2E}{dk^2}\ (F/\hbar) \qquad (53)$$

atau

$$F = \hbar^2\ \frac{1}{d^2E/dk^2}\ \frac{d}{dt}v_g \qquad (54)$$

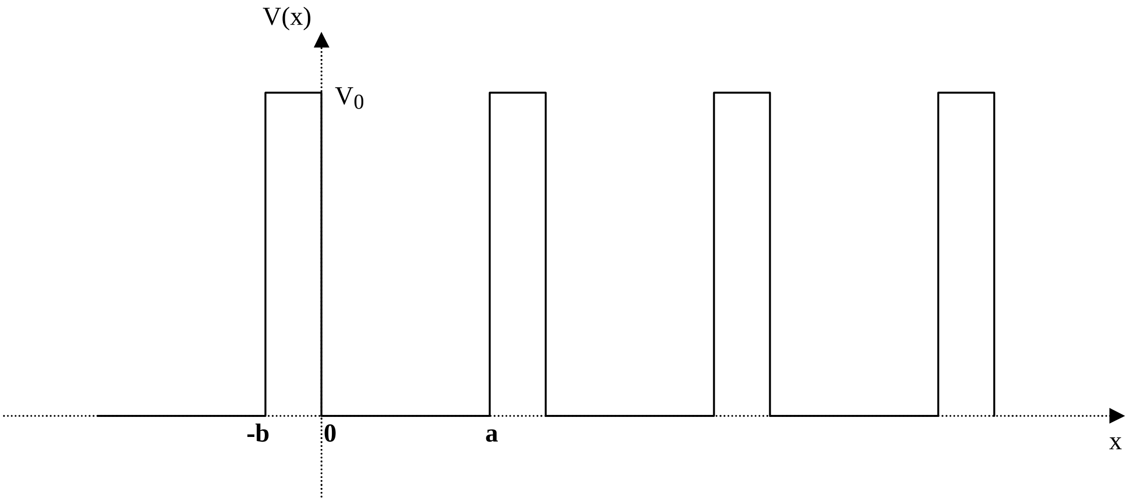
Cobalah Anda amati persamaan (15) di atas ! Anda lihat bahwa karena F = gaya, dan $\frac{d}{dt}v_g$ sama dengan percepatan, maka sisanya dari persamaan (43) haruslah sama dengan massa, supaya memenuhi persamaan kedua Newton, yaitu F = m . a. Jadi, dari persamaan (43) kita dapat mendefinisikan massa lain yang biasa disebut sebagai ***massa efektif*** sebagai berikut:

$$m^* = \ \hbar^2\ \frac{1}{d^2E/dk^2}\ . \qquad (55)$$

Ingat bahwa $\frac{1}{d^2E/dk^2}$ tidak boleh diganti menjadi dk^2/d^2E.

Rangkuman.

1. Model Kronig-Penney menjelaskan tingkah laku elektron dalam sebuah energi potensial yang periodik dengan perioda a + b, dengan menganggap energi potensial periodik itu merupakan deretan sumur energi potensial persegi seperti ditunjukkan pada Gambar berikut.



2. Fungsi-fungsi gelombang elektron diperoleh dari persamaan Schrodinger untuk kedua daerah ($0 < x < a$, dan $-b < x < 0$) sebagai berikut:

   a. untuk $0 < x < a$.

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \alpha^2 \psi(x) = 0$$

   b. untuk $-b < x < 0$.

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} - \beta^2 \psi(x) = 0,$$

   dimana $\alpha^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$ dan $\beta^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)$ adalah dua besaran real dan $\psi(x) = e^{\pm ikx} u_k(x)$ adalah fungsi Bloch.

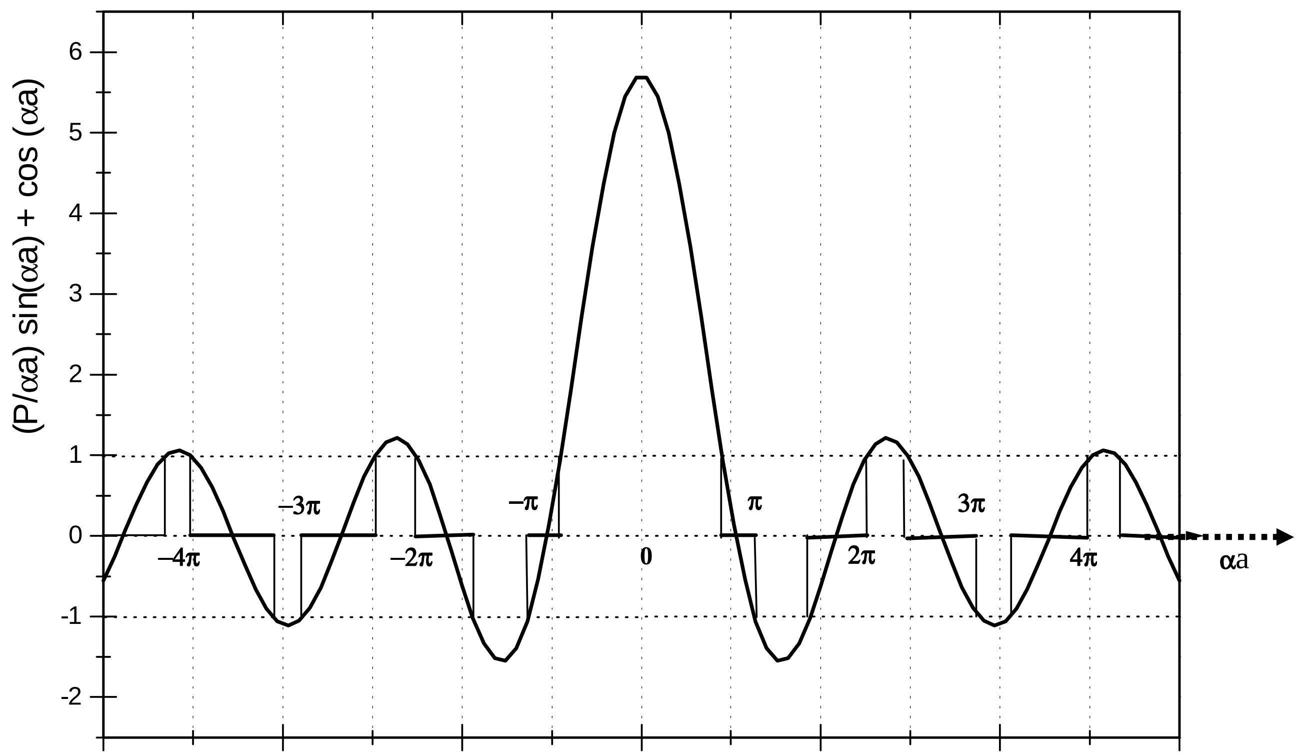
3. Persamaan determinan yang dapat digunakan untuk menentukan fungsi gelombang adalah

$$\frac{\alpha^2+\beta^2}{2\alpha\beta}\ \sinh(\beta b)\sin(\alpha a)+\cosh(\beta b)\cos(\alpha a)=\cos k(a+b).$$

Kasus yang dipilih oleh Kronog dan Penney dalam menyederhanakan persamaan determinan tersebut adalah untuk V_0 cenderung menuju tak hingga dan nilai b menuju nol, tetapi hasil kali V_0b tetap terhingga. Hasil kali V_0b (untuk V_0 ---> ∞ dan b ---> 0) disebut *kekuatan penghalang (barrier strength)*. $P = (mV_0ba/\hbar^2)$ adalah sama dengan luas energi potensial penghalang V_0b.

4. Jika nilai P membesar berarti elektron terikat secara kuat pada sebuah sumur tertentu.
5. Persamaan yang merupakan syarat agar solusi untuk persamaan gelombang itu ada adalah :

   $(P/\alpha a)\sin(\alpha a)+\cos(\alpha a)=\cos(ka)$.
6. Nilai-nilai αa yang menghasilkan nilai $(P/\alpha a)\sin(\alpha a)+\cos(\alpha a)$ berada dalam rentang antara –1 dan +1 ditunjukkan dalam Gambar bawah ini.



Grafik $(P/\alpha a) \sin(\alpha a) + \cos(\alpha a)$ sebagai fungsi αa untuk $P = 3\pi/2$. Nilai-nilai αa yang menghasilkan nilai $(P/\alpha a) \sin(\alpha a) + \cos(\alpha a)$ berada dalam rentang –1 dan +1 ditunjukkan oleh potongan (segmen) garis-garis tebal dalam sumbu αa. Karena α^2 sebanding dengan energi, maka sumbu horizontal juga secara tidak langsung menyatakan sumbu energi.

7. Dari Gambar di atas Anda dapat melihat bahwa ternyata dengan menggunakan model Kronig- Penney itu sumbu energi di bagi menjadi daerah-daerah yang diizinkan dan daerah terlarang bagi elektron. Panjang segmen garis tebal (yang berarti sebanding dengan rentang energi) itu sebanding dengan nilai αa. Artinya, makin besar nilai αa makin panjang rentang energi yang diizinkan. Jadi, dengan mengacu pada Gambar di atas kita dapat menarik 3 kesimpulan berikut:
   a. Spektrum energi elektron terdiri atas pita-pita energi yang diizinkan dan pita-pita energi yang terlarang.
   b. Lebar pita energi yang diizinkan sebanding dengan nilai αa, artinya makin besar nilai αa makin besar pula lebar pita energi.
   c. Lebar suatu pita energi yang diizinkan berbanding terbalik dengan nilai P, yaitu dengan energi ikat elektron. Makin besar P makin kecil lebar pita energi yang diizinkan.
8. Jika P ===> ∞, maka rentang energi yang diizinkan berubah menjadi spektrum garis, dan

   solusinya ada untuk $\alpha = \underline{+}\, n\pi/a$ atau $\alpha^2 = n^2 \pi^2/a^2 = \dfrac{2m}{\hbar^2} E$.

9. Jika P ===> 0, maka energi elektron menjadi

   $E = \hbar^2 k^2 / 2m$, dan $\alpha = k$, dan elektron menjadi elektron bebas.

10. Persamaan yang menyatakan jumlah fungsi gelombang dalam rentang dk adalah

    $dn = (L/2\pi)\, dk$.

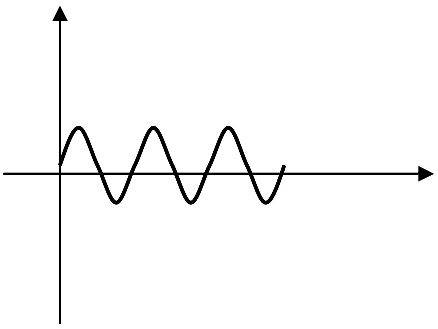
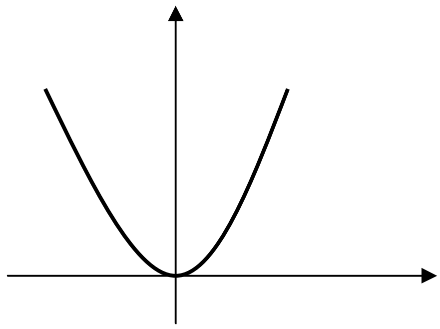
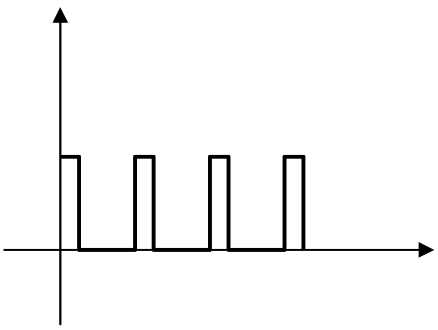
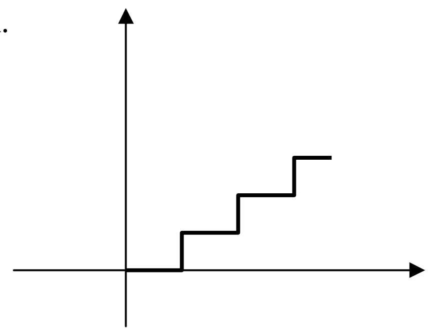
    dimana L menyatakan panjang kristal.

11. Massa efektif sebuah partikel (elektron atau hole, misalnya) dinyatakan sebagai berikut:

$$m^* = \hbar^2 \frac{1}{d^2E/dk^2}.$$

Tes Formatif –2.

Petunjuk: Jawablah semua pertanyaan/saol di bawah ini dengan cara memberi tanda silang (X) pada huruf di depan pilihan yang disediakan.

1. Model Kronig-Penney digunakan untuk menjelaskan tingkah laku elektron dalam energi potensial periodik dengan perioda
   a. b
   b. a + b
   c. a – b
   d. b – a
2. Bentuk energi potensial yang digunakan oleh Kronig- Penney adalah
   a.
   
   b.
   
   c.
   
   d.
   
3. Kekuatan penghalang didefinisikan sebagai berikut:

a. V_0b

b. V_0 /b.

c. V_0 + b

d. V_0 - b

4. Nilai P = $(mV_0ba/\hbar^2)$ sebanding dengan nilai

   a. energi potensial elektron.

   b. energi kinetik elektron.

   c. energi ikat elektron.

   d. energi mekanik elektron.

5. Jika P ===> 0 maka pernyataan berikut yang benar adalah:

   a. Elektron terikat pada salah satu sumur potensial.

   b. Pita energi yang diizinkan menjadi spektrum garis.

   c. Energi elektron akan sama dengan $\hbar^2k^2/ 2m$.

   d. Fungsi gelombang tidak sama dengan nol jika $\alpha = \pm n\pi/a$.

6. Pita energi yang diizinkan untuk elektron dibatasi oleh nilai

   $(P/\alpha a) \sin (\alpha a) + \cos (\alpha a)$ yang sama dengan

   a. 0.

   b. +1

   c. – 1

   d. $\pm$ 1

7. Pita energi yang dilarang untuk elektron dibatasi oleh nilai

   $(P/\alpha a) \sin (\alpha a) + \cos (\alpha a)$ yang sama dengan

   a. 0

b. lebih kecil dari – 1

c. lebih kecil dari + 1

d. lebih besar dari – 1.

8. Lebar pita energi yang diizinkan sebanding dengan

a. α/a.

b. αa.

c. α + a.

d. α - a

9. Jumlah fungsi gelombang per pita energi untuk kristal satu dimensi yang panjangnya L dan konstanta kisi a dengan jumlah sel primitif sebanyak N adalah:

a. N.

b. N/2

c. 2N

d. N/4

10. Jumlah fungsi gelombang per pita energi untuk kristal satu dimensi yang panjangnya L dan konstanta kisi a dengan jumlah sel primitif sebanyak N adalah:

a. N.

b. N/2

c. 2N.

d. N/4

Tindak Lanjut (Balikan):

Cocokanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif 1 pada akhir modul ini, dan berilah skor (nilai) sesuai dengan bobot nilai setiap soal yang dijawab dengan benar. Kemudian jumlahkan skor yang Anda peroleh lalu gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan (TP) Anda terhadap materi KB-1 ini.

Rumus (TP) = (jumlah skor yg diperoleh/skor total) x 100 %

Arti TP yang Anda peroleh adalah sebagai berikut :

90 % - 100 % = baik sekali.

80 % - 89 % = baik

70 % - 79 % = cukup

< 70 % = rendah.

Apabila TP Anda $\geq$ 80 %, maka Anda boleh melanjutkan pada materi KB 1 Modul Nomor 6, dan Selamat !!, Tetapi jika TP Anda < 80 %, Anda harus mengulang materi KB-2 modul nomor 5 di atas terutama bagian-bagian yang belum Anda kuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif-1.

1. B.
2. A.
3. A.
4. C.
5. D.
6. B.
7. C.
8. B.
9. C,

   sebab jika energi potensial elektron konduksi sama dengan $U(x) = U \cos 2\pi x/a$, maka nilai celah energi kristal tersebut sama dengan U. Jadi untuk $U(x) = 4 \cos 2\pi x/a$, maka nilai celah energinya sama dengan 4 elektron volt.
10. B.

Kunci Jawaban Tes Formatif-2

1. B.
2. C.
3. A.
4. C.
5. C.
6. D.
7. B.
8. B.
9. A.
10. C.

Daftar Pustaka

1. Charle Kittel, Introduction to Solid State Physics, sixth ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1986.
2. R. K. Puri dan V. K. Babbar, Solid State Physics, S. Chand & Company Ltd., Ram Nagar, New Delhi, 1997.
3. M. A. Omar, Elementary Solid State Physics, Addison-Wesley Publ. Company, London, 1975.
4. Ashcroft/Mermin, Solid State Physics, Saunders College, Philadelphia, 1976.