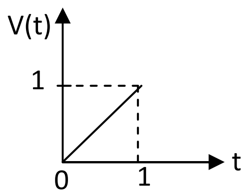
# Solusi Latihan II
# MATEMATIKA FISIKA III

1. Sebuah hambatan R dihubungkan seri dengan Induktor L membentuk suatu rangkaian RL seperti pada gambar berikut:


Jika pada rangkaian RL tersebut diberikan tegangan V(t) dengan fungsi




Tentukan arus listrik I(t) yang mengalir pada rangkaian RL tersebut!

**JAWAB:**

Dari hukum Kirchhoff diperoleh :

IR + LdI/dt = V(t)
dI/dt +IR/L = t/L

dengan menggunakan transformasi Laplace diperoleh

$\mathcal{L}$(dI/dt) + R/L $\mathcal{L}$(I) = $\mathcal{L}$(t/L)
P$\mathcal{L}$(I) + R/L $\mathcal{L}$(I)= $\mathcal{L}$(t/L)

Maka $\mathcal{L}$(I) = $\mathcal{L}$(t/L)/(P+R/L)
= $\mathcal{L}$(t/L). $\mathcal{L}$(exp(-Rt/L)) Skor 10

Dengan menggunakan teknik konvolusi diperoleh:

I (t)=1/L $\int_0^t \tau e^{-\frac{R}{L(t-\tau)}} d\tau$

I(t) =1/R (t + L/R – L/R exp(-Rt/L)) Skor 10

2. Tentukan solusi dari persamaan diferensial berikut:

a. $\frac{d^4y}{dt^4} - y = \delta(t-a)$ b. $y'' + 3y' - 4y = e^{3t}$

jika kondisi awal y(0) = 0

**JAWAB:**

A. $\frac{d^4y}{dt^4} - y = \delta(t-a)$

Dengan menggunakan transformasi Laplace maka diperoleh :

$P^4Y - P^3y_o - P^2y_o' - Py_o'' - Y = \exp(-pt_o)$

$y_o = y_o' = y_o'' = 0$

$(P^4-1)Y = \exp(-pt_o)$ skor 10

$Y = \exp(-pt_o)(-½(p^2+1) + ½(p^2-1))$

$y(t) = ½ (\sinh(t-t_o) - \sin(t-t_o))$ skor 10

B. $y'' + 3y' - 4y = e^{3t}$

Dengan menggunakan transformasi Laplace maka diperoleh :

$P^2Y + 3PY - 4Y = 1/(p-3)$

$Y = 1/(p-3)(p^2+3p-4)$ skor 10

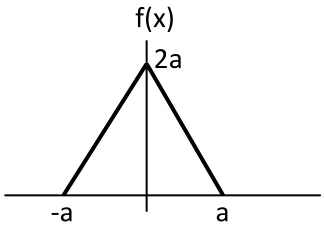
Dengan teknik konvolusi maka diperoleh :

$Y = L(\exp(3t))L(1/5(\exp(t)-\exp(-4t)))$

$y(t) = (1/5)\int_0^t e^{3(t-\tau)}(e^{\tau} - e^{-4\tau})d\tau$

$y(t) = \frac{1}{14}e^{3t} + \frac{1}{35}e^{-4t} - \frac{1}{10}e^{t}$ skor 10

3. Jika diketahui bahwa fungsi f(x) memenuhi




Tentukan solusi dari integral $\int_0^{\infty} \frac{1-\cos\frac{1}{2}\alpha}{\alpha^2} d\alpha$

**JAWAB:**

Menggunakan transformasi Fourier

$g(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a f(x)\cos(\alpha x)\,dx$ skor 10

$g(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a (-2x+2a)\cos(\alpha x)\,dx$

$g(\alpha)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ $(-2a/\alpha \sin\alpha a - 2/\alpha^2 \cos \alpha a + 2/\alpha^2 + 2a/\alpha \sin\alpha a)$

$f(x)= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\sim} g(\alpha)\cos(\alpha x)\, d\alpha$

$f(x)= \frac{4}{\pi}\int_0^{\sim}\frac{1-\cos\alpha a}{\alpha^2}\cos(\alpha x)\, d\alpha$

$\frac{\pi}{4} f(x)= \int_0^{\sim}\frac{1-\cos\alpha a}{\alpha^2}\cos(\alpha x)\, d\alpha$

Untuk a=1/2 , x = 0 maka f(x)=1

$\int_0^{\sim}\frac{1-\cos\alpha 1/2}{\alpha^2}\, d\alpha = \pi/4$ skor 10

4.Apabila diketahui f(x)= 1 untuk rentang -2<x<0 dan f(x) = -1 untuk rentang 0<x<2 ,tentukanlah solusi dari

$$\int_0^{\sim}\frac{(\cos 2\alpha - 1)\sin 2\alpha}{\alpha}\, d\alpha$$

## JAWAB:

Fungsi f(x) pada soal 4 merupakan fungsi ganjil sehingga dapat menggunakan transformasi fourier fungsi ganjil :

$g(\alpha)=\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{2} -\sin(\alpha x)dx$

$= \sqrt{\frac{2}{\pi}}\ \frac{\cos(2\alpha)-1}{\alpha}$ skor 10

$f(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\sim} g(\alpha)\sin(\alpha x)d\alpha$

$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\sim} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\ \frac{\cos(2\alpha)-1}{\alpha}\sin(\alpha x)d\alpha$

$= \frac{2}{\pi}\int_0^{\sim}\frac{\cos(2\alpha)-1}{\alpha}\sin(\alpha x)d\alpha$

$\int_0^{\sim}\frac{\cos(2\alpha)-1}{\alpha}\sin(\alpha x)d\alpha = \frac{\pi}{2}f(x)$

Untuk x=2 f(x) = - ½

Sehingga akan diperoleh : $\int_0^{\sim}\frac{\cos(2\alpha)-1}{\alpha}\sin(2\alpha)d\alpha = -\frac{\pi}{4}$ skor 10