

Kebergantungan Faktor Pengisian (Fill Factor) Sel Surya Terhadap Besar Celah Pita Energi Material Semikonduktor Pembuatnya : Suatu Tinjauan Matematika

Dadi Rusdiana

Jurusan Fisika FPMIPA UPI, Jl. Dr. Setiabudhi 229 Bandung (40154)

ABSTRAK

Telah dilakukan studi secara teoritis kebergantungan faktor pengisian sel surya terhadap energi gap material semikonduktor. Pengkajian dimulai dari persamaan umum untuk faktor pengisian yang meliputi, tegangan daya maksimum (V_m), arus daya maksimum (I_m), tegangan rangkaian terbuka (V_{oc}), dan arus terhubung singkat (I_{sc}). Kemudian dengan mensubstitusi karakteristik I-V dari sel surya sambungan p-n untuk kondisi daya maksimum dihasilkan persamaan yang dapat diinterpretasikan sebagai representasi parameter dari fungsi FF (v_{oc}) dimana v_m sebagai parameter. Dengan menggunakan metoda deret pangkat, fungsi FF tersebut dapat diselesaikan dan hasilnya menunjukkan bahwa faktor pengisian sel surya meningkat secara tajam hingga nilai energi gap sekitar 1,5 eV, lebih dari itu naik relatif kecil dan hingga nilai energi gap terbesar yang dihitung ternyata faktor pengisian nilainya relatif konstan. Gallium Arsenide (GaAs) diperkirakan sebagai material sel surya yang mempunyai efisiensi konversi paling tinggi dibandingkan dengan material lainnya.

Kata kunci : Faktor Pengisian, Energi Gap, Material Semikonduktor, Deret pangkat

1. PENDAHULUAN

Sel surya merupakan divais yang dapat mengkonversi secara langsung energi cahaya menjadi energi listrik, tanpa menghasilkan limbah atau residu yang dapat menimbulkan polusi, sehingga sel surya ini benar-benar merupakan sumber energi yang bersih. Agar sumber energi ini dapat lebih kompetitif dengan sumber energi lain, maka perlu terus diupayakan peningkatan efisiensinya. Salah satu besaran yang menjadi parameter unjuk kerja sel surya adalah faktor pengisian (fill faktor = FF). Fill faktor sel surya merupakan besaran tak berdimensi yang menyatakan perbandingan daya maksimum yang dihasilkan sel surya terhadap perkalian antara V_{oc} dan I_{sc} , menurut persamaan^[1] :

$$FF = \frac{V_m I_m}{V_{oc} I_{sc}} \quad (1)$$

dengan V_m = tegangan pada titik kerja maksimum

I_m = arus pada titik kerja maksimum

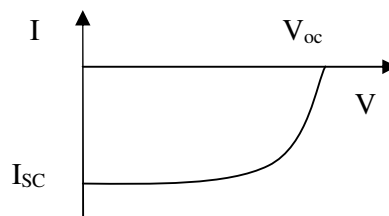
V_{oc} = tegangan rangkaian terbuka (open circuit voltage)

I_{sc} = arus hubung singkat (short circuit current)

Semakin besar harga FF suatu sel surya, maka unjuk kerja sel surya tersebut semakin baik, dan akan memiliki efisiensi konversi energi yang semakin tinggi. Berdasarkan persamaan (1) besarnya FF sangat tergantung pada nilai dari perkalian V_{oc} dan I_{sc} . Akan tetapi harga V_{oc} dan I_{sc} ini berhubungan erat dengan besarnya celah pita energi (E_g) material semikonduktor pembuatnya. Untuk suatu jenis material semikonduktor, terjadi keterbalikan harga V_{oc} dan I_{sc} ini. Material semikonduktor yang memiliki E_g besar akan memiliki harga V_{oc} besar tetapi harga I_{sc} nya kecil, dan sebaliknya. Adanya keterbalikan harga V_{oc} dan I_{sc} ini menyebabkan sulitnya memprediksi material manakah yang akan menghasilkan harga FF yang besar, apakah material yang memiliki E_g besar ataukah yang kecil. Oleh karena itu perlu dilakukan pengkajian secara seksama untuk mendapatkan gambaran serara grafis dari kebergantungan harga FF terhadap besarnya E_g material semikonduktor.

2. KAJIAN TEORITIS

Struktur sel surya konvensional merupakan dioda sambungan p-n dengan luas permukaan yang cukup besar. Dengan demikian karakteristik I-V dari sel surya sambungan p-n identik dengan karakteristik I-V dari dioda. Akan tetapi karena energi matahari dapat berperilaku sebagai tegangan bias maju, maka karakteristik I-V yang berlaku untuk sel surya adalah bagian karakteristik I-V untuk dioda yang diberi bias maju seperti terlihat pada gambar 1.



Gambar 1

Karakteristik I-V sel surya sambungan p-n

Persamaan untuk karakteristik I-V sel surya ideal dapat dirumuskan^[2] ;

$$I(V) = I_s \left\{ \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right\} - I_{ph} \quad (2)$$

dimana I_{ph} merupakan arus yang timbul akibat penyinaran dan I_s adalah arus saturasi. Dari persamaan (2) dapat diturunkan ungkapan untuk arus hubung singkat (I_{sc}) dan tegangan rangkaian terbuka (V_{oc}). Arus hubung singkat I_{sc} terjadi ketika nilai $V = 0$, sedangkan tegangan rangkaian terbuka (V_{oc}) terjadi ketika tidak ada arus yang mengalir ($I=0$), maka dari persamaan (2) dapat diperoleh ; :

$$I_{sc} = - I_{ph} \quad (3)$$

$$V_{oc} = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{I_{ph}}{I_s} + 1 \right) \quad (4)$$

Kerja (daya) keluaran maksimum dari sel surya (dan juga efisiensi) hanya dapat ditentukan dengan cara memaksimalkan daya $P=VI(V)$. dari matematika kita tahu bahwa daya maksimal dapat terjadi jika $\frac{dP}{dV} = 0$, sehingga dari persamaan (2) diperoleh;

$$\left(1 + \frac{qV_m}{kT} \right) \exp \left(\frac{qV_m}{kT} \right) = \frac{I_{ph}}{I_s} + 1 \quad (5)$$

Persamaan ini dapat dipecahkan untuk mencari V_m (tegangan untuk daya maksimum), dan jika hasilnya disubstitusikan ke persamaan (2) akan diperoleh ungkapan arus untuk daya maksimum sebagai fungsi tegangan untuk daya maksimum, $I_m = I(V_m)$, dan akhirnya dapat dirumuskan ungkapan untuk daya keluaran maksimum $P_m = -I_m V_m$.

Biasanya daya keluaran maksimum diungkapkan dalam ungkapan yang mengandung arus hubung singkat (I_{sc}) dan tegangan rangkaian terbuka (V_{oc}) seperti diungkapkan dalam persamaan (1):

$$P_m = - FF \times I_{sc} \times V_{oc} \quad (6)$$

Untuk menyederhanakan pengkajian kita gunakan notasi-notasi tegangan tak berdimensi sebagai berikut : $v = \frac{qV}{kT}$, $v_m = \frac{qV_m}{kT}$, dan $v_{oc} = \frac{qV_{oc}}{kT}$. Dengan menggunakan notasi-notasi ini, ungkapan untuk tegangan rangkaian terbuka dapat diubah menjadi :

$$v_{oc} = \ln \left(\frac{I_{ph}}{I_s} + 1 \right) \quad (7)$$

dari persamaan ini dapat ditentukan persamaan untuk arus saturasi (I_s) sebagai berikut :

$$I_s = \frac{I_{ph}}{\exp(v_{oc}) - 1} = \frac{-I_{sc}}{\exp(v_{oc}) - 1} \quad (8)$$

sehingga persamaan karakteristik I-V (pers. 2) dapat dituliskan sebagai :

$$\frac{I(v)}{I_{sc}} = \frac{\{\exp(v_{oc})\} - \{\exp(v)\}}{\exp(v_{oc}) - 1} \quad (9)$$

Kondisi untuk daya keluaran maksimum (pers.5) menjadi :

$$v_m + \ln(v_m + 1) = v_{oc} \quad (10)$$

Jika hubungan ini digunakan dalam persamaan (9) menghasilkan :

$$\frac{I_m}{I_{sc}} = \frac{v_m \{\exp(v_{oc})\} + \exp(v_{oc}) - \exp(v_{oc})}{(v_m + 1)\exp(v_{oc}) - 1} \quad (11)$$

Faktor pengisian sel surya (FF) dapat dicari dengan memasukan persamaan (10), dan (11) ke persamaan FF (persamaan 1), yang menghasilkan ;

$$FF = \frac{v_m^2 \exp(v_m)}{\{(v_m + 1)(\exp(v_m) - 1)\}\{v_m + \ln(v_m + 1)\}} \quad (12)$$

Persamaan ini dapat diinterpretasikan sebagai suatu representasi parameter dari fungsi FF(v_{oc}) dimana v_m sebagai parameter. Untuk melihat kebergantungan FF terhadap v_{oc} , maka persamaan (12) dapat diekspansi dalam bentuk deret pangkat. Dari persamaan (10) diketahui bahwa untuk harga v_{oc} yang besar, maka v_m juga besar, dan karenanya akan mendominasi harga $\ln(v_m + 1)$. Dengan demikian untuk v_{oc} yang besar $v_m \approx v_{oc}$ persamaan (10) di atas dapat ditulis dalam bentuk lain, yaitu :

$$v_m = v_{oc} - \ln(v_m + 1) \quad (13)$$

jika v_m pada ruas kanan persamaan (13) disubstitusi dengan keseluruhan ruas kanan persamaan (13), akan diperoleh :

$$v_m = v_{oc} - \ln v_{oc} - \ln \left\{ 1 - \frac{1}{v_{oc}} \ln(v_m + 1) + \frac{1}{v_{oc}} \right\} \quad (14)$$

dengan menggunakan uraian deret pangkat dari fungsi logaritma seperti berikut^[2] :

$$\ln(1 + x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \dots$$

persamaan (14) dapat diuraikan dalam bentuk sebagai berikut :

$$v_m = v_{oc} - \ln v_{oc} + \frac{1}{v_{oc}} \{\ln(v_m + 1) - 1\} + \frac{1}{2} \frac{1}{v_{oc}^2} [\{\ln(v_m + 1)\}^2 - 2\ln(v_m + 1) + 1] + \dots \quad (15)$$

dengan mensubstitusikan lagi setiap v_m pada ruas kanan persamaan (15) dengan $v_m = v_{oc} - \ln(v_m + 1)$ dan mengekspansi kembali fungsi logaritmik yang muncul, akan didapat :

$$\begin{aligned}
v_m = v_{oc} - \ln v_{oc} + \frac{1}{v_{oc}} \{ \ln v_{oc} - 1 \} + \frac{1}{v_{oc}^2} \left[\frac{1}{2} (\ln v_{oc})^2 - 2 \ln v_{oc} + \frac{3}{2} \right] + \\
+ \frac{1}{v_{oc}^3} \left\{ \frac{1}{3} (\ln v_{oc})^3 - \frac{5}{2} (\ln v_{oc})^2 + 5 \ln v_{oc} - \frac{17}{16} \right\} + \\
+ \frac{1}{v_{oc}^4} \left\{ \frac{1}{4} (\ln v_{oc})^4 - \frac{17}{6} (\ln v_{oc})^3 + \frac{19}{2} (\ln v_{oc})^2 - 13 \ln v_{oc} + \frac{73}{12} \right\} + \dots \quad (16)
\end{aligned}$$

jika persamaan (16) ini disubstitusikan ke persamaan (11) dan (12) akan memberikan bentuk-bentuk uraian untuk FF sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
FF = \frac{\exp(v_{oc})}{\exp(v_{oc}) - 1} \left[1 - \frac{1}{v_{oc}} (\ln v_{oc} + 1) - \frac{1}{v_{oc}^2} \ln v_{oc} + \right. \\
+ \frac{1}{v_{oc}^3} \left\{ \frac{1}{2} (\ln v_{oc})^2 - \ln v_{oc} + \frac{1}{2} \right\} + \\
+ \frac{1}{v_{oc}^4} \left\{ \frac{1}{3} (\ln v_{oc})^3 - \frac{3}{2} (\ln v_{oc})^2 + 2 \ln v_{oc} - \frac{5}{6} \right\} + \\
\left. + \frac{1}{v_{oc}^5} \left\{ \frac{1}{4} (\ln v_{oc})^4 - \frac{11}{6} (\ln v_{oc})^3 + 4 (\ln v_{oc})^2 - 4 \ln v_{oc} + \frac{19}{12} \right\} + \dots \right] \quad (17)
\end{aligned}$$

Untuk harga v_{oc} besar, uraian deret (persamaan 17) dapat dipotong setelah suku $\frac{\ln v_{oc}}{v_{oc}^2}$. pemotongan ini akan menghasilkan formula pendekatan untuk FF menjadi sangat ringkas, yaitu :

$$FF(v_{oc}) \approx \left\{ \left(1 - \frac{\ln v_{oc}}{v_{oc}} \right) \left(1 - \frac{1}{v_{oc}} \right) \right\} \{ 1 - \exp(-v_{oc}) \}^{-1} \quad (18)$$

Jika nilai-nilai FF untuk harga v_{oc} kecil diperlukan (yang sebenarnya sangat tak mungkin), maka ungkapan deret yang diberikan oleh persamaan (18) dapat diganti dengan dengan deret pangkat berikut :

jika $v_{oc} \rightarrow 0$ maka dari persamaan (10) terlihat bahwa $v_m \rightarrow 0$, dan ruas kanan persamaan (10) dapat diuraikan dalam deret pangkat dalam v_m seperti berikut :

$$v_{oc} = v_m + v_m - \frac{1}{2} v_m^2 + \frac{1}{3} v_m^3 - \frac{1}{4} v_m^4 + \dots \quad (19)$$

untuk membalikan ini, masing-masing v_m pada ruas kanan persamaan (19) disubstitusi dengan :

$$v_m = a_1 v_{oc} + a_2 v_{oc}^2 + a_3 v_{oc}^3 + a_4 v_{oc}^4 + \dots \quad (20)$$

yang menghasilkan ;

$$v_{oc} = 2a_1v_{oc} + \left(2a_2 - \frac{1}{2}a_1^2\right)v_{oc}^2 + \left(2a_3 - a_1a_2 + \frac{1}{3}a_1^3\right)v_{oc}^3 + \dots \quad (21)$$

jika koefisien-koefisien yang bersesuaian dari v_{oc} yang pangkat sama pada kedua ruas persamaan (21) disamakan, maka akan diperoleh harga-harga a_1 , a_2 , a_3 , dan seterusnya sebagai berikut : $a_1 = 1/2$, $a_2 = 1/16$, $a_3 = -1/192$, dst . Sehingga persamaan (20) menjadi ;

$$v_m = \frac{1}{2}v_{oc} + \frac{1}{16}v_{oc}^2 - \frac{1}{192}v_{oc}^3 - \frac{1}{3072}v_{oc}^4 + \frac{13}{61440}v_{oc}^5 - \dots \quad (22)$$

bila hasil ini disubstitusikan ke persamaan (11) dan (12), dengan menggunakan uraian deret :

$$\frac{\exp(v_{oc})}{\exp(v_{oc})-1} = \frac{1}{v_{oc}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{12}v_{oc} - \frac{1}{720}v_{oc}^2 + \dots \quad (23)$$

akan menghasilkan :

$$FF = \frac{1}{4} + \frac{1}{16}v_{oc} + \frac{1}{256}v_{oc}^2 - \frac{1}{1024}v_{oc}^3 + \dots \quad (24)$$

Dengan demikian telah diperoleh ungkapan deret untuk FF yang berlaku untuk semua nilai v_{oc} dalam rentang 0 sampai $+\infty$, yaitu gabungan dari persamaan (18) dan (24) sebagai berikut :

$$FF(v_{oc}) \approx \frac{1}{4} + \frac{1}{16}v_{oc} + \frac{1}{256}v_{oc}^2 - \frac{1}{1024}v_{oc}^3 \quad \text{untuk } v_{oc} \leq 4,17$$

$$FF(v_{oc}) \approx \left\{ \left(1 - \frac{\ln v_{oc}}{v_{oc}}\right) \left(1 - \frac{1}{v_{oc}}\right) \right\} \{1 - \exp(-v_{oc})\}^{-1} \quad \text{untuk } v_{oc} \geq 4,17 \quad (25)$$

batas 4,17 telah dipilih agar kedua formula pendekatan pada persamaan (25) menjadi fungsi yang kontinu untuk v_{oc} , karena kedua formula pendekatan di atas akan menghasilkan harga FF yang sama untuk harga $v_{oc} = 4,17$.

Seperti telah diungkapkan di muka bahwa :

$$v_{oc} = \frac{qV_{oc}}{kT} = 38,6qV_{oc}$$

pada tempertur kamar (300 K).

Tegangan rangkaian terbuka (V_{oc}) berkaitan erat dengan E_g material semikonduktor, menurut hubungan^[1] :

$$V_{oc} = \frac{1}{q} \left\{ E_g + kT \ln \frac{I_{ph}}{I_s} \right\} \quad (26)$$

dalam notasi tanpa dimensi persamaan (26) dapat diubah menjadi :

$$v_{oc} = \frac{1}{kT} \left\{ E_g + kT \ln \frac{I_{ph}}{I_s} \right\} \quad (27)$$

untuk kasus injeksi rendah (low injection), harga $\frac{I_{ph}}{I_s}$ sangat rendah [2], sehingga suku kedua pada ruas kanan persamaan (27) dapat diabaikan, sehingga persamaan (27) menjadi :

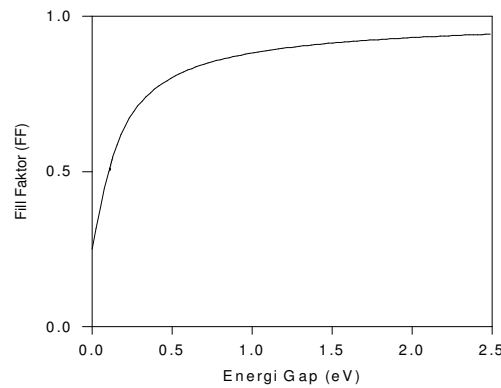
$$v_{oc} = \frac{E_g}{kT} = 38,6E_g \quad (28)$$

dengan demikian jika persamaan (28) ini disubstitusikan ke persamaan (25) akan diperoleh FF (E_g) seperti berikut ini :

$$FF(E_g) \approx \frac{1}{4} + \frac{1}{16}(38,6E_g) + \frac{1}{256}(38,6E_g)^2 - \frac{1}{1024}(38,6E_g)^3 \quad \text{untuk } E_g \leq 0,1 \text{ eV}$$

$$FF(E_g) \approx \left\{ \left(1 - \frac{\ln 38,6E_g}{38,6E_g} \right) \left(1 - \frac{1}{38,6E_g} \right) \right\} \left\{ 1 - \exp(-38,6E_g) \right\}^{-1} \quad \text{untuk } E_g \geq 0,1 \text{ eV} \quad (29)$$

dari kedua formula pada persamaan 30 ini dapat di plot suatu grafik hubungan FF terhadap E_g yang berlaku untuk nilai E_g dari 0 hingga $+\infty$, seperti pada gambar 2.



Gambar 2

Grafik fill faktor sebagai fungsi energi gap

3. PEMBAHASAN

Dari grafik hubungan faktor pengisian (FF) sel surya terhadap celah pita energi (E_g) material semikonduktor (gambar 2) terlihat bahwa terjadi peningkatan harga FF seiring dengan meningkatnya harga E_g bahan semikonduktor. Peningkatan FF secara tajam terjadi hingga harga E_g 1,5 eV, lebih dari itu peningkatannya sangat kecil bahkan

cenderung konstan. Harga FF yang optimum diprediksi terjadi untuk rentang energi gap 1,0 eV hingga 1,5 eV. Karena meskipun terjadi peningkatan nilai FF untuk E_g lebih besar dari 1,5 eV, tapi jika dibandingkan dengan besarnya biaya (*cost*) untuk pembuatan material-material semikonduktor berenergi gap besar ($\geq 1,5$ eV), peningkatan yang relatif kecil tersebut menjadi tidak berarti. Secara ekonomis dapat dikatakan tidak efisien. Bahan-bahan semikonduktor yang harga E_g nya terletak antara 1,0 eV dan 1,5 eV adalah Silikon (Si), Galium Arsenat (GaAs), dan Indium Pospat (InP).

4. KESIMPULAN

Material-material semikonduktor yang memiliki celah pita energi antara 1,0 eV hingga 1,5 eV antara lain Si, GaAs, InP dan CdTe sangat potensial untuk bahan pembuat sel surya yang akan menghasilkan efisiensi konversi optimum. GaAs merupakan material kompon yang diprediksi memiliki efisiensi konversi paling tinggi jika dibuat sel surya sambungan p-n.

REFERENSI

- [1]. Hans Joachim Moller (1993), **Semiconductors For Solar Cells**, Artech House, Inc., London.
- [2]. Mary L. Boas (1983), **Mathematical Methods In The Physical Sciences**, John Wiley & Sons, New York.
- [3]. Alexis De Vos (1983), **The Fill Factor of Solar Cell From a Mathematical Point of View**, Solar Cell, 8, pp. 283 – 296.