# Dinamika Gelombang

Mata Kuliah Gelombang-Optik

Topik 3

Bagian 1

andhysetiawan

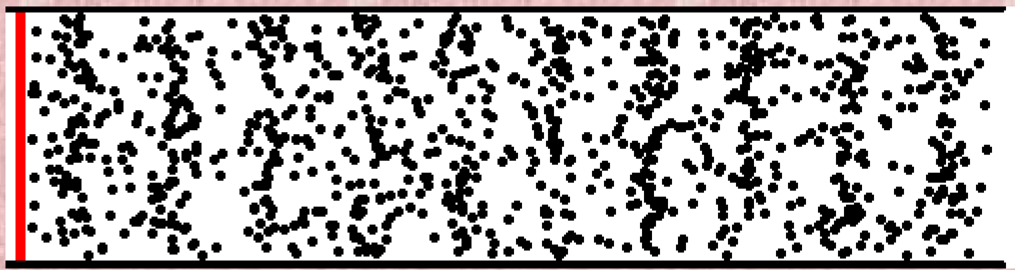
# Sub Topik

- Gelombang pada pegas
- Gelombang pada tali
- Gelombang pada batang logam

# A. Pendahuluan

➢Dinamika Gelombang membahas proses perambatan gelombang dihubungkan dengan sumber penyebabnya, yaitu interaksi antara komponen-komponen fungsi gelombang dengan mediumnya.

➢Ditinjau dari segi dinamikanya, gelombang dikelompokkan menjadi gelombang mekanik dan gelombang elektromagnetik. Pembahasan dibatasi hanya untuk gelombang mekanik saja,



➢Gelombang mekanik merambat karena pergeseran suatu bagian medium elastis dari kedudukan setimbangnya. Mediumnya sendiri tidak ikut bergerak bersama gerak gelombang, tetapi hanya berosilasi dalam ruang atau lintasan yang terbatas.

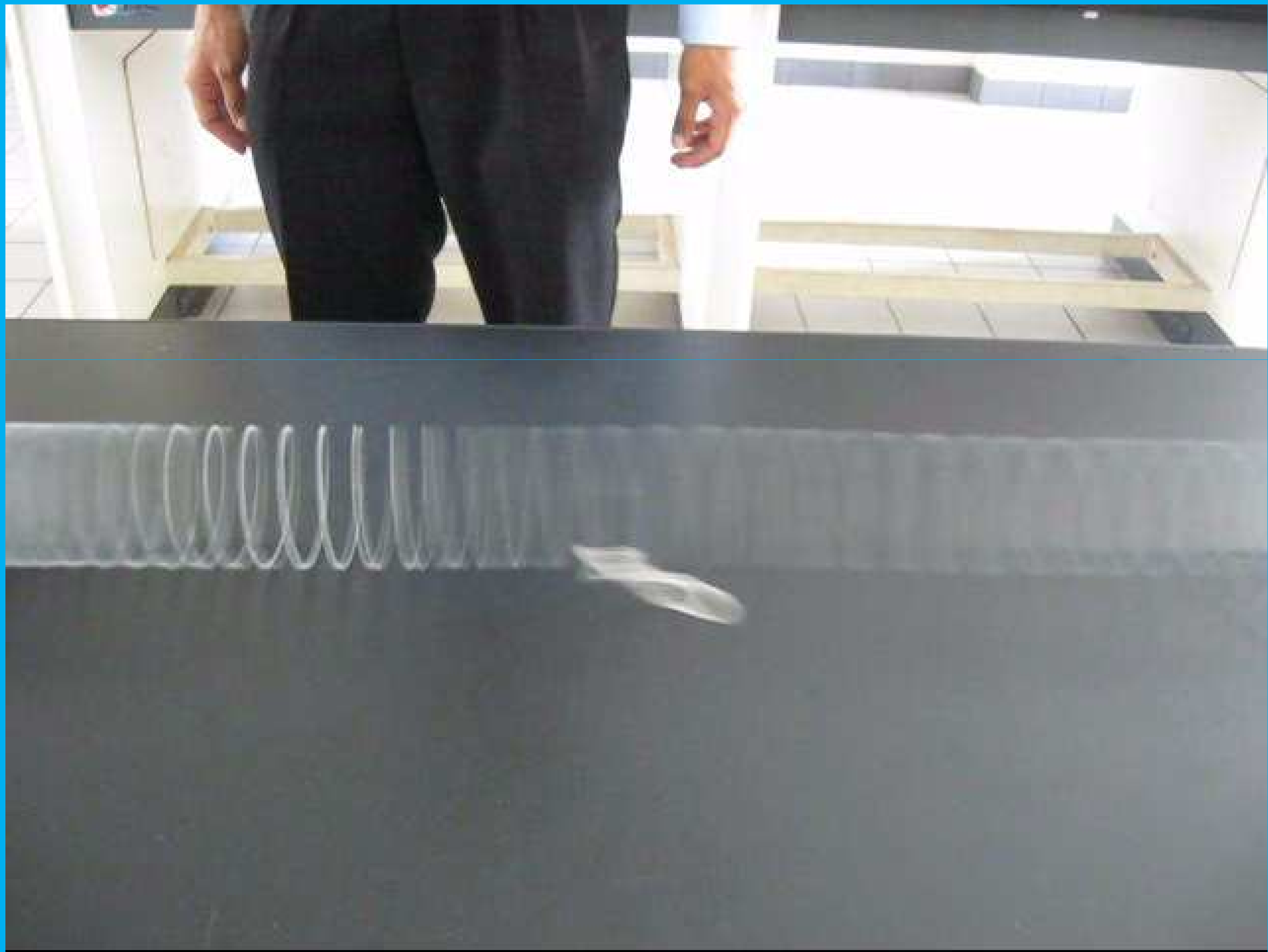
## B. Gelombang Dalam Medium Elastis

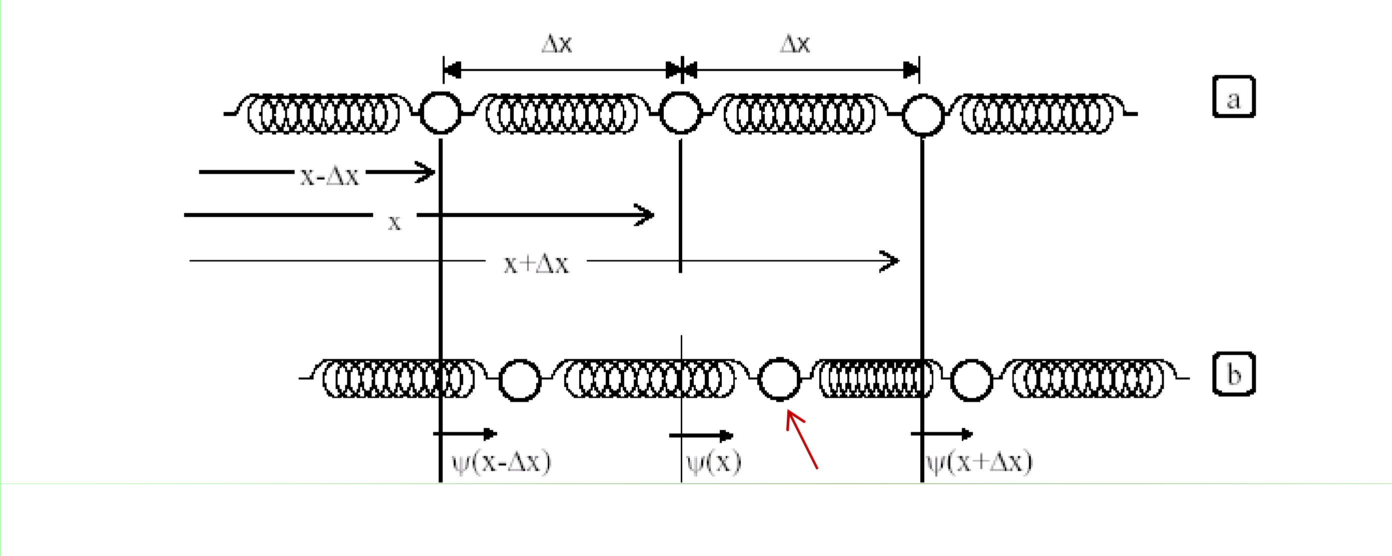
➢Gelombang mekanik dapat merambat di dalam medium, bila mediumnya bersifat elastis.

**Elastis**

Bila ada gaya luar, medium tersebut mampu mengembang atau memampat, dan setelah gaya luar dihilangkan, medium mampu mengembalikan atau memulihkan keadaannya seperti semula.

# B.1 Gelombang pada Pegas






**Dari Gambar, tinjau elemen massa yang ditunjuk panah merah:**

**Gaya pulih oleh elemen pegas sebelah kiri** $f_{pl} = -k(\psi(x) - \psi(x - \Delta x))$

**Gaya pulih oleh elemen pegas sebelah kanan** $f_{pr} = -k(\psi(x) - \psi(x + \Delta x))$

**Sehingga:**

$$\sum F = f_{pl} + f_{pr} = -k(\psi(x) - \psi(x - \Delta x)) - k(\psi(x) - \psi(x + \Delta x))$$

**Hukum II Newton :** ma = ΣF

$$m\frac{d^2\psi(x)}{dt^2}=-k(\psi(x)-\psi(x-\Delta x))-k(\psi(x)-\psi(x+\Delta x))$$

$$m\frac{d^2\psi(x)}{dt^2}=-2k\psi(x)+k(\psi(x-\Delta x)+\psi(x+\Delta x))$$

Ingat Deret Taylor

$$\Psi(x+\Delta x)=\Psi(x)+\frac{\partial\Psi(x)}{\partial x}\Delta x+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\Psi(x)}{\partial x^2}(\Delta x)^2$$

$$\Psi(x-\Delta x)=\Psi(x)-\frac{\partial\Psi(x)}{\partial x}\Delta x+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\Psi(x)}{\partial x^2}(\Delta x)^2$$

$$\Psi(x+\Delta x)+\Psi(x-\Delta x)=2\Psi(x)+\frac{\partial^2\Psi(x)}{\partial x^2}(\Delta x)^2$$

$$m\frac{d^2\psi(x)}{dt^2}=-2k\psi(x)+\left(2k\psi(x)+k(\Delta x)^2\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}\right)$$

$$m\frac{d^2\psi(x)}{dt^2} = -2k\psi(x) + \left(2k\psi(x) + k(\Delta x)^2 \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}\right)$$

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dt^2} = \frac{k}{m}(\Delta x)^2 \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2}$$

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} - \frac{m}{k(\Delta x)^2}\frac{d^2\Psi(x)}{dt^2} = 0$$

**Persamaan Umum Gelombang :**

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} - \frac{1}{v^2}\frac{d^2\Psi}{dt^2} = 0$$

**Maka Cepat Rambat Gelombang :**

$$v = \Delta x\sqrt{\frac{k}{m}}$$

## Cepat Rambat Gelombang :

$$v = \Delta x \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{k\Delta x}{m / \Delta x}}$$

$$K = k\Delta x$$

Modulus Elastisitas Pegas

$$\rho = \frac{m}{\Delta x}$$

Rapat Massa Pegas

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

Modulus Elastisitas ( *K)* → Konstanta Pegas yang ternormalisasi

$$F = k\Delta\ell$$

↓

$$F = k\ell\frac{\Delta\ell}{\ell}$$

↓

$$F = K\frac{\Delta\ell}{\ell}$$

k = Konstanta Pegas

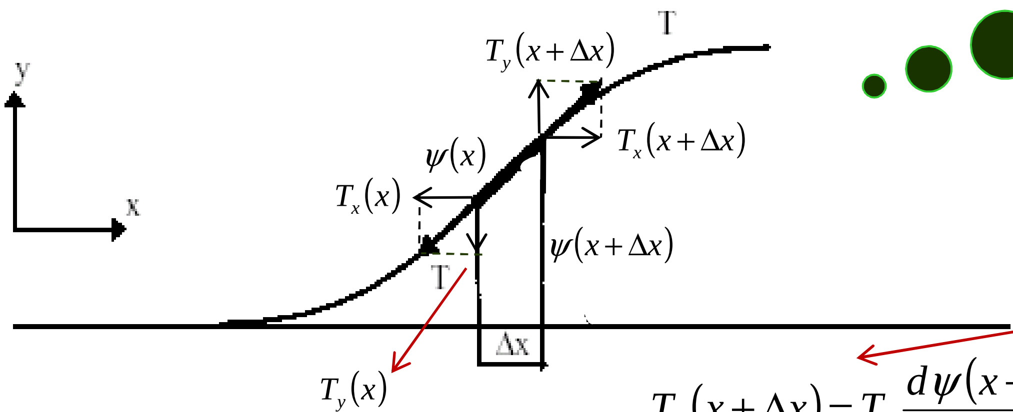
$\ell = \text{panjang pegas}$

$\Delta\ell = \text{perubahan panjang}$

Maka : $\frac{\Delta\ell}{\ell}$ → Besaran yang ternormalisasi

*K* bergantung pada bahan dan bentuk pegas, tidak bergantung pada panjang pegas

## B.2. Gelombang Pada Tali




Perhatikan Gambar! Sebuah tali dengan tegangan $T_0$, salah satu ujungnya digerakan naik turun sehingga pada tali merambat gelombang

Besarnya $T_x(x)=T_x(x+\Delta x)=T_0$

$$\frac{d\psi(x+\Delta x)}{dx}=\frac{T_y(x+\Delta x)}{T_x(x+\Delta x)}=\frac{T_y(x+\Delta x)}{T_0}$$

$$T_y(x+\Delta x)=T_0\frac{d\psi(x+\Delta x)}{dx}$$

$$\frac{d\psi(x)}{dx}=\frac{T_y(x)}{T_x(x)}=\frac{T_y(x)}{T_0}$$

$$T_y(x)=T_0\frac{d\psi(x)}{dx}$$

Hukum II Newton : $$\rho\Delta x\frac{d^2\psi(x)}{dt^2}=T_y(x+\Delta x)-T_y(x) \Longrightarrow \rho\Delta x=m$$

$$\rho\Delta x\frac{d^2\psi(x)}{dt^2}=\left[\frac{dT_y(x)}{dx}\Delta x-T_y(x)\right]-T_y(x)$$

Ekspansi ke Deret Taylor

$$\rho\frac{d^2\psi(x)}{dt^2}=\frac{dT_y(x)}{dx}$$

$$\rho\frac{d^2\psi(x)}{dt^2}=T_0\frac{d}{dx}\left(\frac{d\psi(x)}{dx}\right)$$

$$\rho\frac{d^2\psi(x)}{dt^2}=T_0\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}$$

$$\rho \frac{d^2\psi(x)}{dt^2} = T_0 \frac{d^2\psi(x)}{dx^2}$$

$$\frac{d^2\psi(x)}{dt^2} - \frac{T_0}{\rho}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = 0$$

**Persamaan Umum Gelombang :**

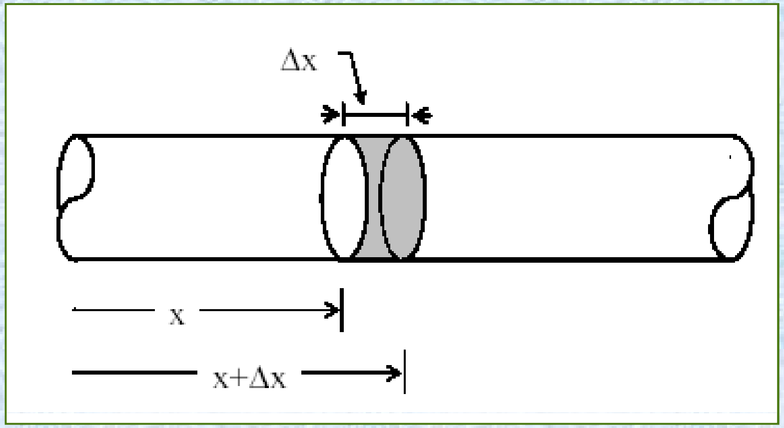
$$\boxed{\frac{d^2\Psi}{dt^2} - v^2 \frac{d^2\Psi}{dx^2} = 0}$$

Cepat Rambat Gelombang

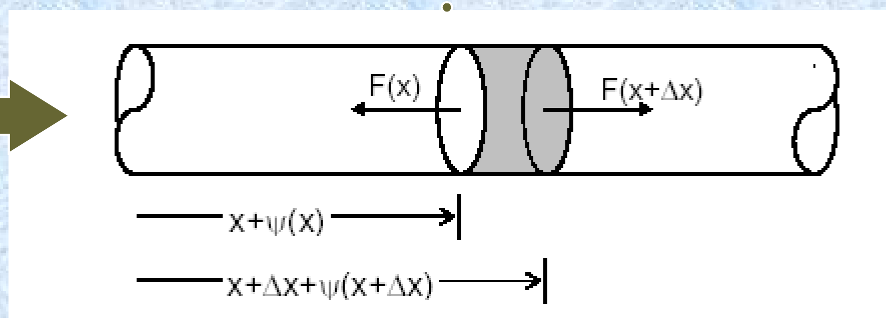
$$v = \sqrt{\frac{T_0}{\rho}}$$

## B.3. Gelombang Pada Batang Logam

Mengalami deformasi




*Batang logam dalam Keadaan setimbang*



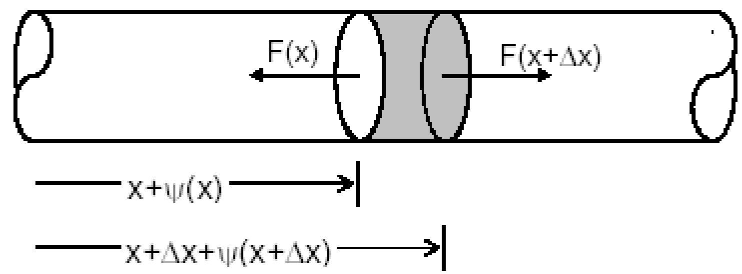

*Besaran pada batang logam:*

**A = Luas tampang lintang**

**Y = Modulus Young**

$\rho =$ rapat massa

Dari gambar didapat:




**Persamaan gerak elemen batang logam**

$$\rho \Delta x A \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = F(x+\Delta x) - F(x)$$

Deret Taylor

$$F(x+\Delta x) = F(x) + \frac{dF(x)}{dx}\Delta x + \frac{1}{2}\frac{d^2F(x)}{dx^2}(\Delta x)^2$$

**Hukum Hooke**

$$\frac{F}{A} = Y\frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = YA\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

$$\rho \Delta x A \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \Delta x \frac{\partial F}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{Y}{\rho}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = 0$$

Cepat rambat gelombang di dalam batang logam

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Dari Hukum Hooke diperoleh:

$$p(x,t) = Y\frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

Ungakapan gelombang tekanan

Untuk gelombang berbentuk

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 \cos(kx - \omega t)$$

Diperoleh:

Gelombang tekanan

$$p(x,t) = \Psi_0 Y \sin(kx - \omega t)$$

Gayanya

$$F(x,t) = \Psi_0 YA \sin(kx - \omega t)$$

**Suatu batang logam (densitas 7200 kg/m$^3$, modulus Young 2.10$^{11}$ N/m$^2$) dilalui gelombang sinusoidal dengan frekuensi sudut 2 kHz. Perkirakan, berapakah besarnya bilangan gelombang *k*.**

**Jawab:**