

KORELASI LINIER ANTARA 2 VARIABEL

Korelasi Hubungan antara beberapa variabel

Contoh

- 1. Apakah siswa yang pandai dalam matematika pandai pula dalam fisisika*
- 2. Apakah tes masuk suatu sekolah menggambarkan kemampuan siswa sekolah tsb., setelah menerima pelajaran.*
- 3. Apakah hasil belajar seseorang ditentukan oleh IQ nya*
- 4. Apakah hasil jenis tanaman tergantung pada banyaknya pupuk*
- 5. Apakah taraf perkembangan intelektual siswa kelas I SMU mempengaruhi penguasaan konsep formal fisisika yang sedang dipelajari*

Hubungan antara variabel-variabel dalam contoh tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan matematis yang disebut persamaan regresi.

Persamaan Linier Regresi

- ✓ Jika persamaan linier, maka kedua variabel tsb berhubungan secara linier, artinya berkorelasi linier
- ✓ Jika persamaan tidak linier, maka korelasinya tidak linier.
- ✓ Ukuran yang dipakai untuk mengetahui sampai sejauh mana variabel-variabel tsb. berhubungan disebut koefisien korelasi.

Lambang untuk koefisien korelasi adalah : **ρ untuk populasi**

r untuk sampel

Harga r atau ρ paling kecil -1
paling besar +1

$$-1 \leq r \leq 1$$

$r = 1$ \Rightarrow korelasi positif sempurna

$r = -1$ \Rightarrow korelasi negatif sempurna

KATEGORI KOEFISIEN KORELASI

$\rho = 1$: korelasi positif sempurna

$0,80 \leq \rho < 1$: korelasi Tinggi sekali

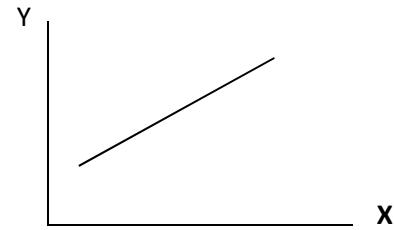
$0,60 \leq \rho < 0,80$: korelasi Tinggi

$0,40 \leq \rho < 0,60$: korelasi Sedang

$0,20 \leq \rho < 0,40$: korelasi Rendah

$0,00 < \rho < 0,20$: kor. Rendah sekali

$\rho = 0$: tidak mempunyai kor. Linier



$\rho = -1$: kor. Negatif sempurna

$-1 < \rho \leq -0,80$: korelasi Negatif tinggi sekali

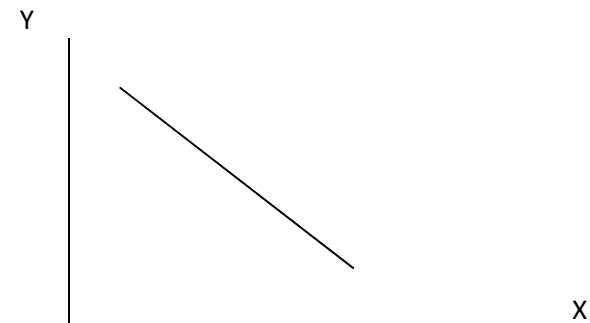
$-0,80 < \rho \leq -0,60$: korelasi Negatif tinggi

$-0,60 < \rho \leq -0,40$: korelasi Negatif sedang

$-0,40 < \rho \leq -0,20$: korelasi Negatif rendah

$-0,20 < \rho < 0$: korelasi Negatif rendah sekali

Makin jauh ρ dari 0 (nol), korelasinya makin tinggi



Langkah-langkah penentuan korelasi linier antara 2 variabel

Misal Ingin diteliti korelasi antara hasil Ujian Fisika dan matematika pada suatu sekolah

1. ***Tentukan hipotesis*** (Misalnya hasil kedua Ujian tsb. Berkorelasi tinggi : $0,60 \leq \rho < 0,80$)
2. ***Tentukan sampel yang representatif (jika diambil sampel)***
3. ***Tentukan persamaan regresi dari kedua variabel tsb***
4. ***Uji linieritas regresi***
5. ***Jika ternyata regresinya linier dilanjutkan dengan menghitung r.***
6. ***Uji $\rho \neq 0$***
 - Jika $\rho = 0$, berarti tidak mempunyai korelasi linier***
 - Jika $\rho \neq 0$, hitung interval harga***
7. ***Uji hipotesis***
8. ***Jika ternyata regresinya tidak linier, digunakan statistik nonparametrik***

Langkah 2: Menentukan sampel (Mis. Sampel dari hasil Ujian fisika dan matematika)

No Urut	Nilai Fisika	Nilai Matematika
1	6,4	6,8
2	7,1	7,8
3	6,0	5,3
4	7,2	6,9
5	3,3	3,8
6	5,8	6,5
7	6,7	6,3
8	7,1	6,8
9	7,5	8,0
10	4,9	5,2
11	4,5	4,6
12	6,2	6,5
13	5,9	6,4
14	4,9	5,1
15	3,9	4,3
16	5,8	6,0
17	7,2	7,4
18	4,3	4,5
19	5,6	5,5
20	6,1	5,4
21	6,7	6,1
22	6,2	5,8
23	4,1	4,4
24	4,6	5,0
25	5,6	5,5
26	5,4	5,3
27	5,3	4,9
28	5,8	6,1
29	7,0	6,8
30	5,7	6,0
31	6,8	6,3
32	3,1	3,6
33	6,4	5,8
34	5,7	6,1
35	6,7	6,3
36	5,6	4,9
37	5,4	4,8
38	6,3	6,1
39	5,7	5,9
40	5,1	5,5

Langkah 3: Penentuan persamaan regresi

Ternyata : pers. Regresinya adalah : $Y = 0,82 + 0,86X$

Langkah 4: Menguji (tes) linderitas regresi : Ternyata regresinya linier

Langkah 5: Menghitung koefisien korelasi

Langkah-Langkahnya :

1. Membuat distribusi frekuensi

Untuk nilai Físika $k = 1 + 3,3 \log n = 6,286 = 6,3$ diambil $k = 7$

$P = 7,5 - 3,1 / 7 = 0,628 = 0,63$ diambil $p = 0,7$

Distribusi frekuensinya :

Kelas	f_i
3,1 – 3,7	2
3,8 – 4,4	3
4,5 – 5,1	5
5,2 – 5,8	12
5,9 – 6,5	8
6,6 – 7,2	9
7,3 – 7,9	1
Jumlah	40

Distribusi frekuensi nilai Fisika

Kelas	f_i
3,1 – 3,7	2
3,8 – 4,4	3
4,5 – 5,1	5
5,2 – 5,8	12
5,9 – 6,5	8
6,6 – 7,2	9
7,3 – 7,9	1
Jumlah	40

Membuat distribusi frekuensi untuk nilai matematika :

Kelas	f_i
3,6 – 4,2	2
4,3 – 4,9	7
5,0 – 5,6	9
5,7 – 6,3	12
6,4 – 7,0	7
7,1 – 7,7	1
7,8 – 8,4	2
Jumlah	40

Membuat distribusi frekuensi yang terdiri dari 2 variabel (Nilai Fisika = X dan Matematika = Y).

Y \ X	X							$\Sigma(f_Y)$
	3,1 – 3,7	3,8 – 4,4	4,5 – 5,1	5,2 – 5,8	5,9 – 6,5	6,6 – 7,2	7,3 – 7,9	
3,6 – 4,2	2							2
4,3 – 4,9		3	1	3				7
5,0 – 5,6			4	3	2			9
5,7 – 6,3				5	3	4		12
6,4 – 7,0				1	3	3		7
7,1 – 7,7						1		1
7,8 – 8,4						1	1	2
$\Sigma(f_X)$	2	3	5	12	8	9	1	40

Bagaimana caranya mengisi tabel tersebut???

- ✓ Isi kolom jumlah (Σ) dan baris (Σ) sesuai dengan frekuensi dari distribusi masing-masing.
- ✓ Isi tiap sel yang mungkin berisi dengan memperhatikan pasangan-pasangan data yang diketahui, kemudian jumlahnya cocokkan dengan jumlah yang telah dibuat pada butir satu di atas.

2. Menghitung koefisien korelasi (cara Coding):

$$r = \frac{n \sum f C_x C_y - (\sum f_x C_x) (\sum f_y C_y)}{\sqrt{\{n \sum f_x C_x^2 - (\sum f_x C_x)^2\} \{n \sum f_y C_y^2 - (\sum f_y C_y)^2\}}}$$

n = banyaknya pasangan data

f = frekuensi tiap sel

C_x = koding untuk variabel x

C_y = koding untuk variabel y

f_x = frekuensi tiap kelas pada variabel x

f_y = frekuensi tiap kelas pada variabel y

Untuk dapat menghitung r dgn rumus coding di atas:

	X	3,4	4,1	4,8	5,5	6,2	6,9	7,6				
Y	C_x C_y	-3	-2	-1	0	1	2	3	f_y	$f_y C_y$	$f_y C_y^2$	$f C_x C_y$
8,1	3						1	1	2	6	18	15
7,4	2						1		1	2	4	4
6,7	1				1	3	3		7	7	7	9
6,0	0				5	3	4		12	0	0	0
5,3	-1			4	3	2			9	-9	9	2
4,6	-2		3	1	3				7	-14	28	14
3,9	-3	2							2	-6	18	18
	f_x	2	3	5	12	8	9	1	40	-14	84	62
	$f_x C_x$	-6	-6	-5	0	8	18	3	12			
	$f_x C_x^2$	18	12	5	0	8	36	9	88			
	$f C_x C_y$	18	12	6	0	1	16	9	62			

$$r = \frac{n \sum f C_x C_y - (\sum f_x C_x) (\sum f_y C_y)}{\sqrt{\{n \sum f_x C_x^2 - (\sum f_x C_x)^2\} \{n \sum f_y C_y^2 - (\sum f_y C_y)^2\}}}$$

$$r = \frac{40 (62) - 12 (-14)}{\sqrt{\{40(88) - (12)^2\} \{40(84) - (-14)^2\}}} = 0,81$$

Langkah 6: Uji $\rho \neq 0$

▪ Menghitung nilai t : $t = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ $t = \frac{0,81 \sqrt{40-2}}{\sqrt{1-(0,81)^2}} = 8,46$

▪ Menghitung nilai t dari daftar : $dk = n-2 \rightarrow dk = 40-2 \rightarrow dk = 38$
Mis : $\alpha = 0,005$, maka $t_{0,995(38)} = \dots ?$

Dari daftar didapat : $t_{0,995(30)} = 2,75$ $t_{0,995(40)} = 2,70$
 $t_{0,995(38)} = 2,75 - \frac{8}{10}(0,05) = 2,71$

Kriteria pengujian

Bila $t \geq t_{0,995}$ atau $t \leq -t_{0,995}$ maka $\rho \neq 0$

Bila $-t_{0,995} < t < t_{0,995(38)}$ maka $\rho = 0$

Ternyata $t > t_{0,995(38)}$, maka $\rho \neq 0$

Penentuan interval harga ρ

• Menentukan harga z : $z = 1,1513 \log \left(\frac{1+r}{1-r} \right)$
 $z = 1,1513 \log \left(\frac{1+0,81}{1-0,81} \right)$

$z = 1,1270$

(z = transformasi fisher)

•Menentukan interval harga μ_z :

mula mula dicoba dengan : $\alpha = 1\%$.

Jika ternyata dengan $\alpha = 1\%$ hipotesis ditolak, kemudian dicoba dengan $\alpha = 5\%$.

Rumus

$$Z - Z_{1/2\alpha} \sigma_z < \mu_z < Z + Z_{1/2\alpha} \sigma_z$$

- $Z_{1/2\alpha}$: nilai pada daftar z

σ_z : Standar deviasi setelah transformasi

μ_2 : Rerata setelah Transformasi

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$$

$$Z_{1/2\alpha} \sigma_z = Z_{0,005} \left(\frac{1}{\sqrt{40-3}} \right)$$

$$Z_{1/2\alpha} \sigma_z = 2,575 \left(\frac{1}{\sqrt{6,08276253}} \right) \longrightarrow = 0,4233$$

Masukan ke dalam persamaan μ_z

$$1,1270 - 0,4233 < \mu_z < 1,1270 + 0,4233$$

$$0,7037 < \mu_z < 1,5503$$

• Mencari interval harga ρ

$$\text{Rumus : } \mu_z = 1,1531 \log \left(\frac{1 + \rho}{1 - \rho} \right)$$

$$\text{Untuk } \mu_z = 0,7037 \text{ diperoleh } 0,7073 = 1,1513 \log \left(\frac{1 + \rho}{1 - \rho} \right)$$

$$\frac{1 + \rho}{1 - \rho} = 4,0853$$

$$1 + \rho = 4,0853 - 4,0853 \rho$$

$$5,0853 \rho = 3,0853$$

$$\rho = 0,61$$

Untuk $\mu_z = 1,5503$, didapat $\rho = 0,91$

Jadi Interval Harga ρ ADALAH : $0,61 < \rho < 0,91$

Langkah 7: Pengujian hipotesis

Salah satu harga ρ hasil perhitungan, yaitu yang terletak pada interval : $0,61 < \rho < 0,91$ memenuhi kriteria hipotesis, yaitu : $0,60 \leq \rho < 0,81$ maka hipotesis diterima, yaitu nilai ujian fisika dan matematika pada sekolah tsb berkorelasi tinggi

Selesai

25. Uji Keterkaitan

Korelasi : hubungan keterkaitan antara dua atau lebih variabel.
Angka koefisien korelasi (r) bergerak $-1 \leq r \leq +1$

POSITIF

makin besar nilai variabel 1
menyebabkan **makin besar**
pula nilai variabel 2
Contoh : makin banyak waktu
belajar, makin tinggi skor
Ulangan → **korelasi positif**
antara waktu belajar
dengan nilai ulangan

NEGATIF

makin besar nilai variabel 1
menyebabkan **makin kecil**
nilai variabel 2
contoh : makin banyak waktu
bermain, makin kecil skor
Ulangan → **korelasi negatif**
antara waktu bermain
dengan nilai ulangan

NOL

tidak ada atau tidak menentunya hubungan dua
variabel
contoh : pandai matematika dan jago olah raga ;
pandai matematika dan tidak bisa olah raga ; tidak
~~pandai matematika dan tidak bisa olah raga~~
→ **korelasi nol** antara matematika dengan olah
raga

26. Uji Keterkaitan

1. KORELASI PEARSON :

apakah di antara kedua variabel terdapat hubungan, dan jika ada hubungan bagaimana arah hubungan dan berapa besar hubungan tersebut.

Digunakan jika data variabel **kontinyu** dan **kuantitatif**

$$r = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

Di mana : $\sum XY$ = jumlah perkalian X dan Y

$\sum X^2$ = jumlah kuadrat X

$\sum Y^2$ = jumlah kuadrat Y

N = banyak pasangan nilai

Contoh :

10 orang siswa yang memiliki waktu belajar berbeda dites dengan tes IPS

Siswa : A B C D E F G H I J

Waktu (X) : 2 2 1 3 4 3 4 1 1 2

Tes (Y) : 6 6 4 8 8 7 9 5 4 6

Apakah ada korelasi antara waktu belajar dengan hasil tes ?

Siswa	X	X ²	Y	Y ²	XY
A					
B					
	$\sum X$	$\sum X^2$	$\sum Y$	$\sum Y^2$	$\sum XY$

27. Uji Keterkaitan

2. KORELASI SPEARMAN (rho) dan Kendall (tau) :

Digunakan jika data variabel **ordinal** (berjenjang atau peringkat). Disebut juga korelasi non parametrik

$$r_p = 1 - \frac{6\sum d^2}{N(N^2 - 1)}$$

Di mana : N = banyak pasangan
d = selisih peringkat

Contoh :

10 orang siswa yang memiliki perilaku (sangat baik, baik, cukup, kurang) dibandingkan dengan tingkat kerajinannya (sangat rajin, rajin, biasa, malas)

Siswa	:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Perilaku	:	2	4	1	3	4	2	3	1	3	2
Kerajinan	:	3	2	1	4	4	3	2	1	2	3

Apakah ada korelasi antara perilaku siswa dengan kerajinannya ?

Siswa	A	B	C	D	
Perilaku					
Kerajinan					
d					
d ²					$\sum d^2$