

Hukum Gauss

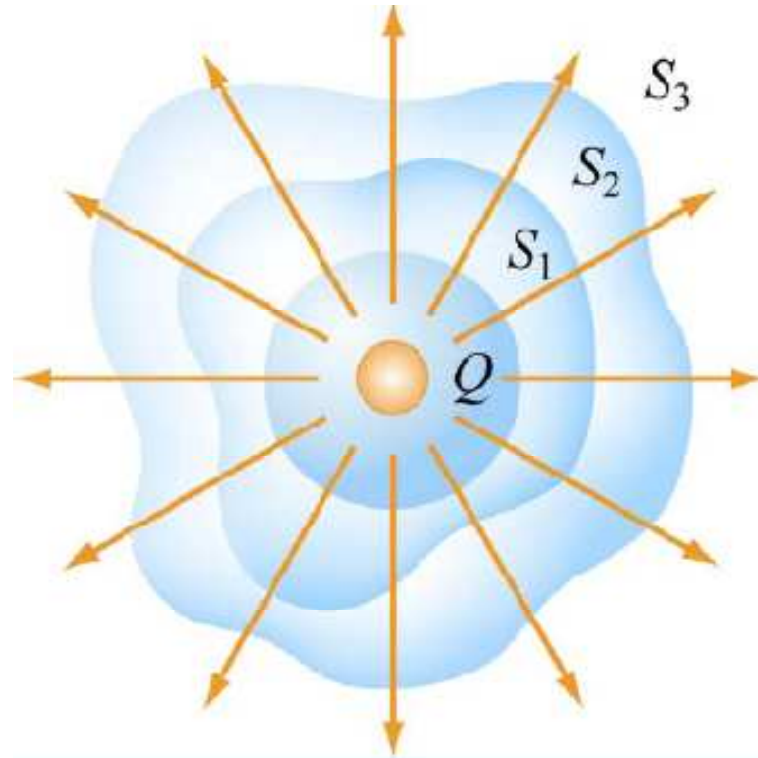
Minggu 3

2 x pertemuan

Hukum Gauss

- Persamaan Maxwell yang Pertama
- Digunakan untuk menentukan medan listrik **E** bila sumber muatan diketahui dan sebaliknya

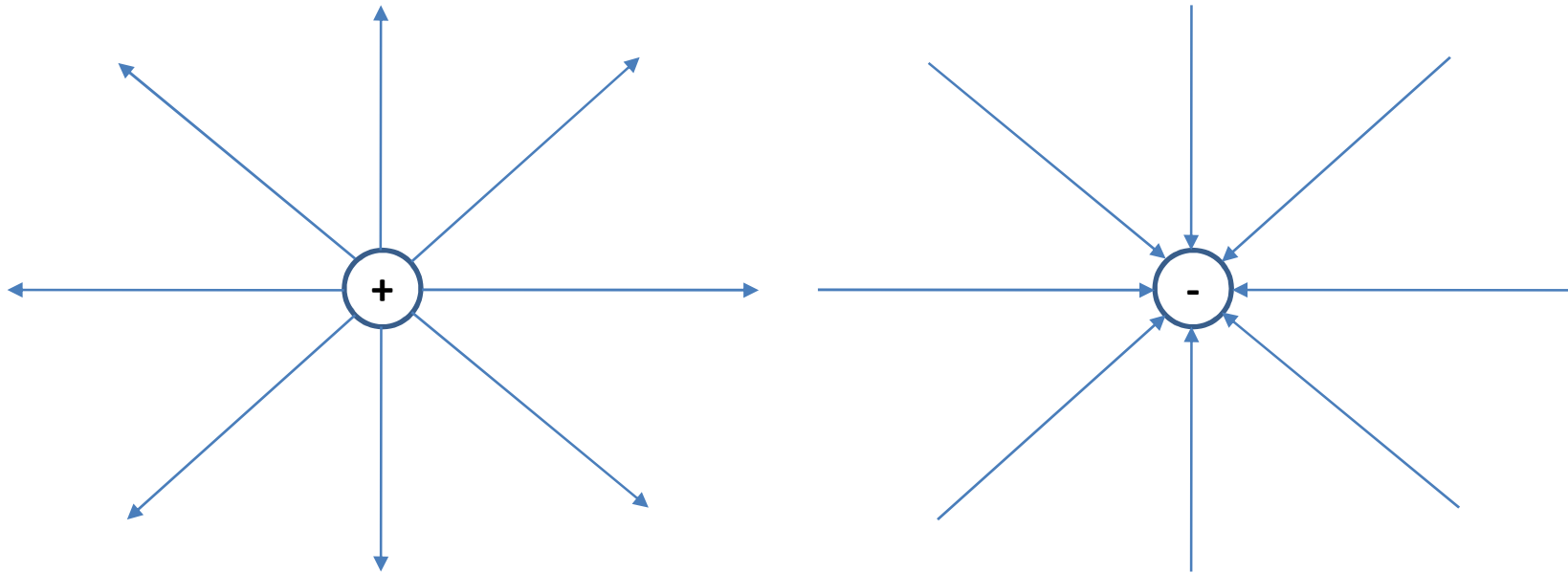
Ide-Hukum Gauss

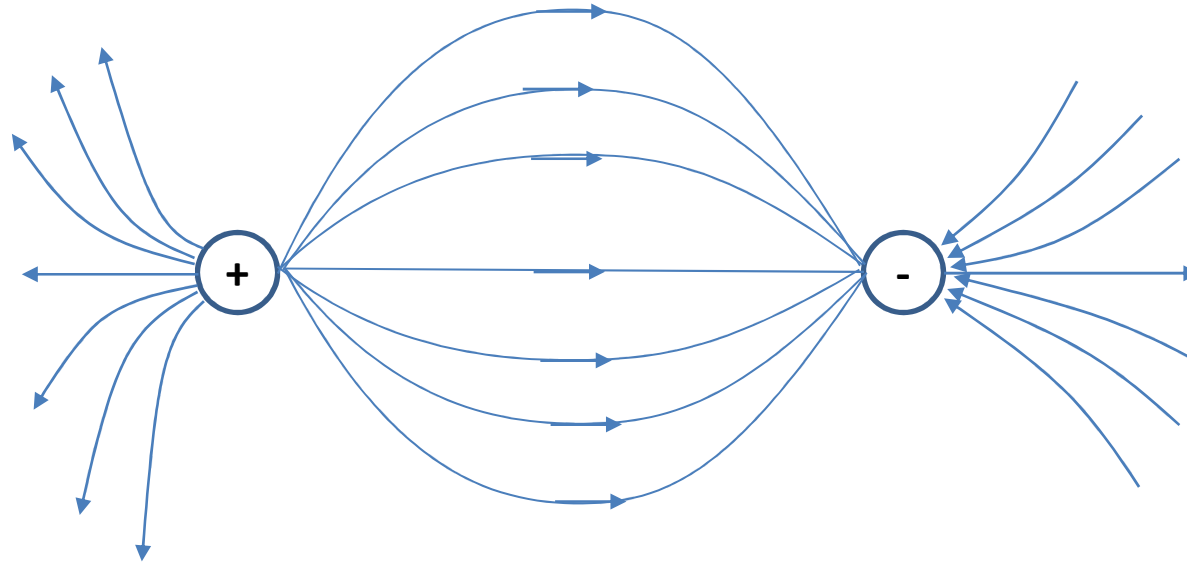


Total “flux” yang menembus setiap permukaan adalah sama dan hanya bergantung pada jumlah muatan di dalam permukaan tersebut

Konsep garis gaya

Garis gaya medan listrik = garis gaya listrik = garis gaya





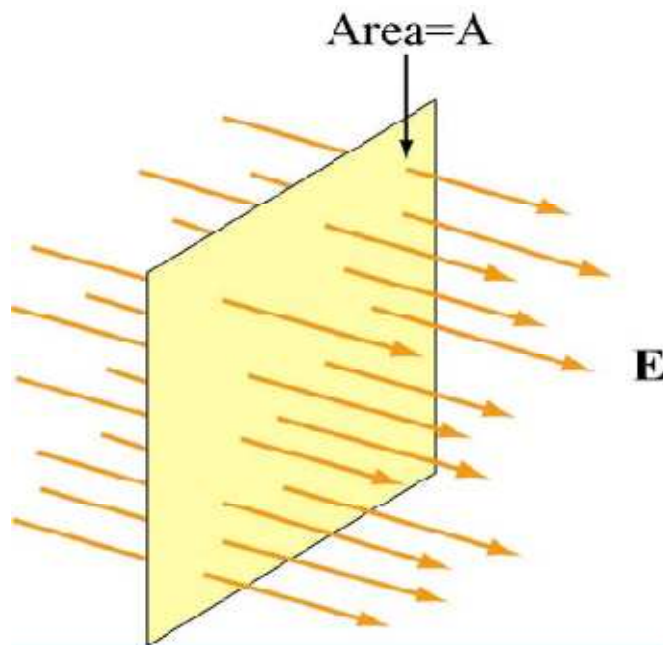
Garis khayal yang dibuat sedemikian rupa

1. Lurus/lengkung
2. Berasal dari muatan positif, berakhir di muatan negatif
3. Disinggung oleh arah medan listrik (E) di setiap titik pada garis tersebut
4. Antara satu dan lainnya tidak berpotongan
(E di setiap titik adalah resultan E di titik tersebut)
5. Makin jauh, makin renggang ($E \ll; E \sim$ kerapatan)
6. Total garis gaya listrik yang menembus suatu permukaan listrik (Fuks Listrik)
7. Jumlah garis gaya sebanding dengan besar muatan

Fluks Listrik Φ_E

- Total dari gaya yang menembus permukaan
- Isotropik = merambat ke segala arah dengan kecepatan cahaya tetap

Kasus I: \mathbf{E} merupakan medan vektor konstan tegak lurus suatu bidang dengan permukaan S dan luasnya A

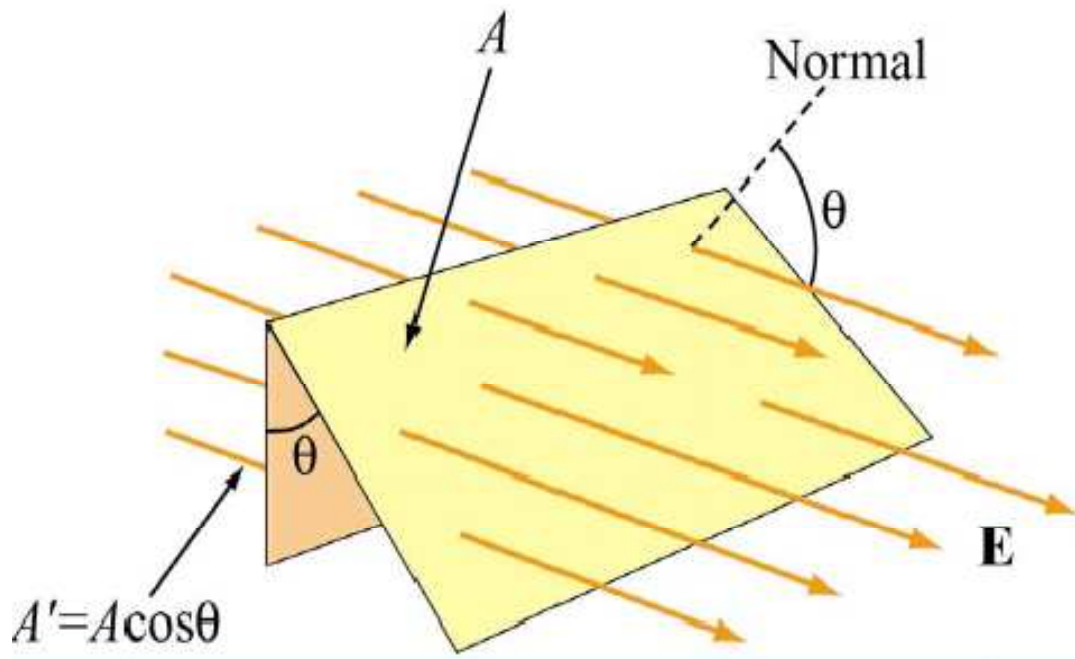


$$\Phi_E = \iint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

$$\Phi_E = +EA$$

Fluks Listrik Φ_E

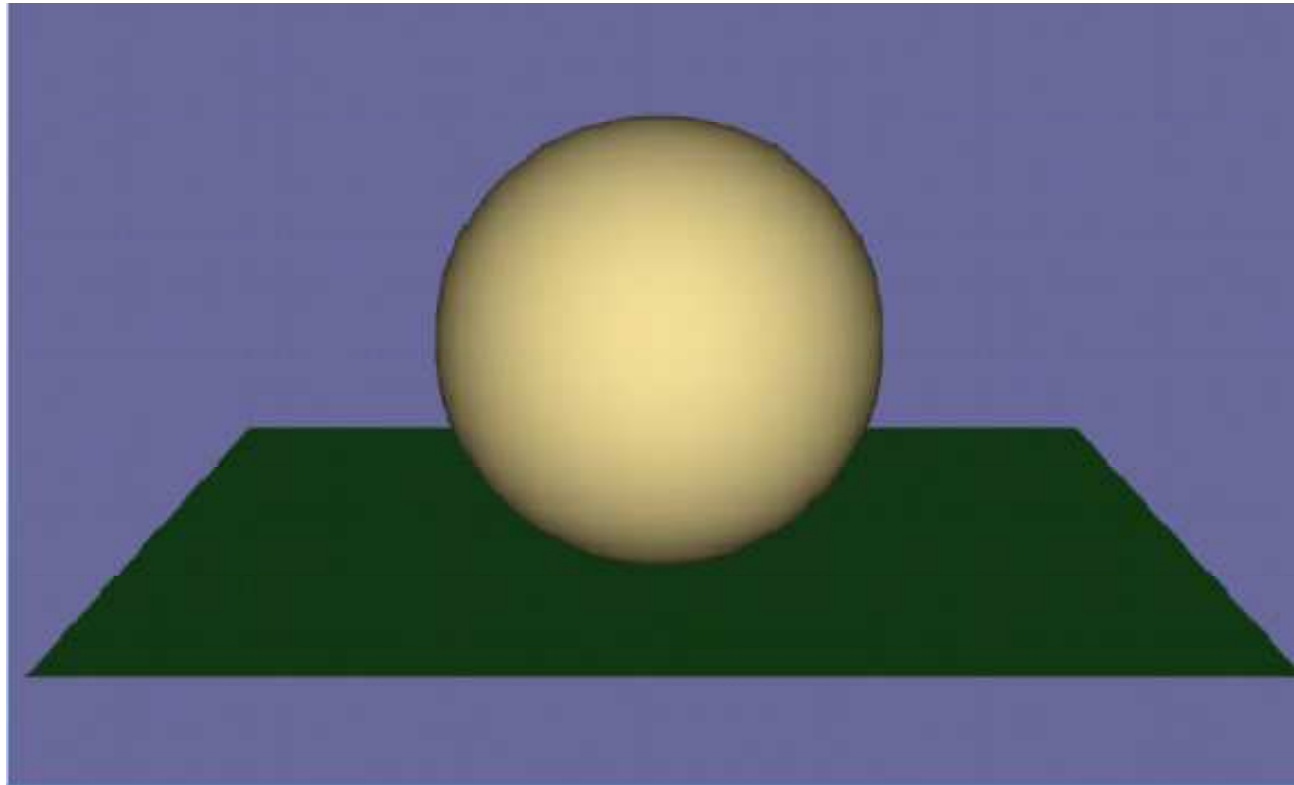
Kasus II: \mathbf{E} merupakan medan vektor konstan membentuk sudut θ terhadap bidang dengan permukaan S dan luasnya A



$$\Phi_E = \iint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

$$\Phi_E = EA \cos \theta$$

Permukaan Tertutup dan Terbuka

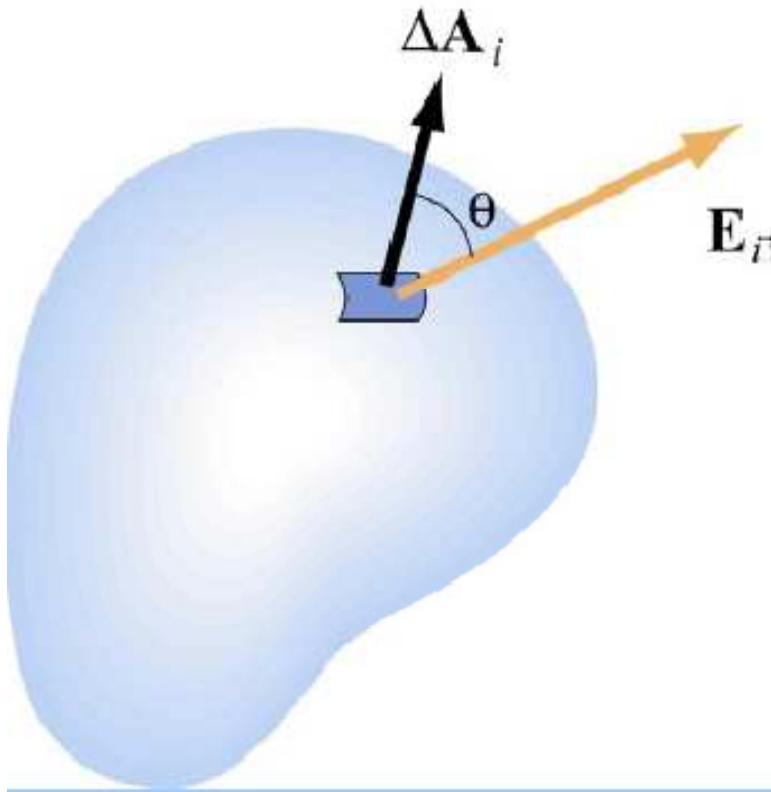


Sebuah plat persegi panjang adalah permukaan terbuka — tidak memiliki volume

Sebuah bola adalah permukaan tertutup — memiliki volume

Elemen Luas dA : Permukaan Tertutup

Untuk permukaan yang tertutup, $d\mathbf{A}$ adalah tegak lurus (normal) permukaan dan berarah ke luar (dari dalam ke luar)

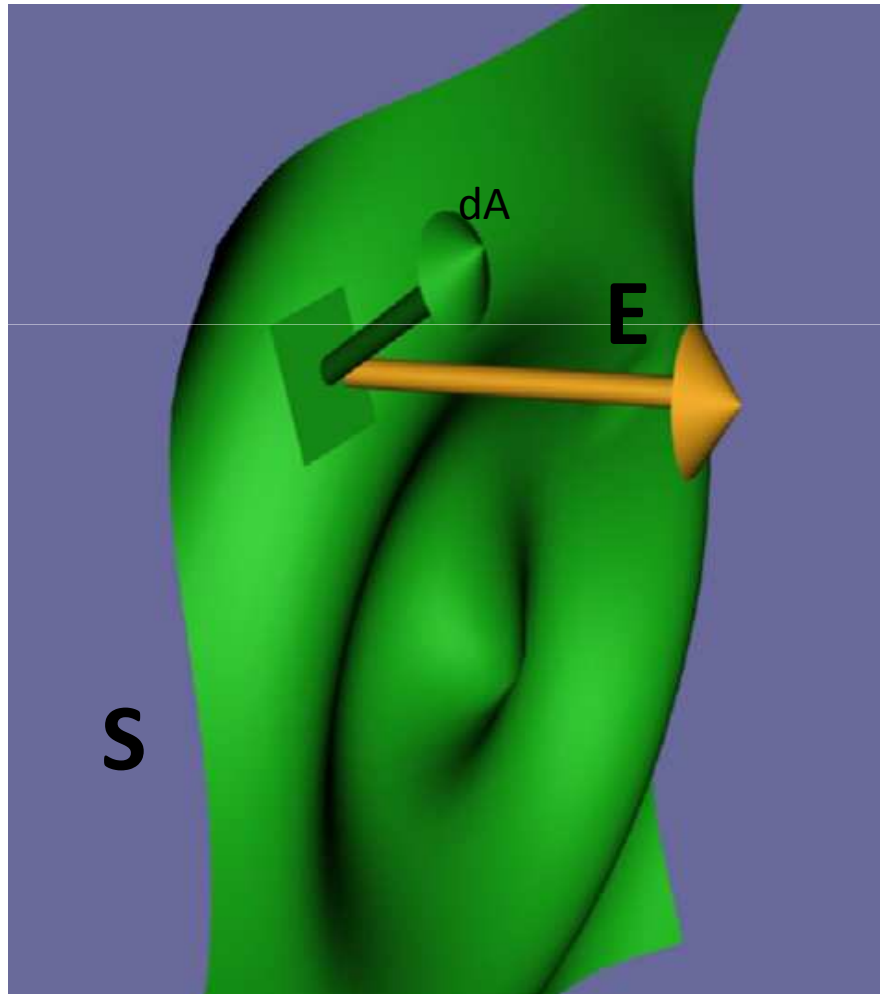


$\Phi_E > 0$ jika \mathbf{E} berarah keluar

$\Phi_E < 0$ jika \mathbf{E} berarah ke dalam

Fluks Listrik Φ_E

Kasus III: E tidak konstan, permukaan melengkung



$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_E = \iint d\Phi_E$$

Persamaan Hukum Gauss

$$\Phi_E = \oiint_{\text{closed surface } S} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

Fluks Listrik Φ_E (Integral permukaan dari \mathbf{E} mencakup permukaan tertutup S) adalah berbanding lurus dengan muatan yang berada di dalam volume yang diselimuti oleh S

Bagaimana Cara kerja Hukum Gauss..???

- Gambarkan sistem (distribusi) muatan sumber
- Gambarkan pola garis gaya muatan sumber
- Tentukan letak titik yang akan ditentukan medan listriknya
- Buat permukaan gauss melalui titik yang akan ditentukan kuat medan listriknya

Permukaan Gauss

- Permukaan khayal
 - Melingkupi muatan sumber
 - Sebanyak-banyak simetri dengan muatan sumber
- Selesaikan dengan persamaan Gauss

Aplikasi Hukum Gauss

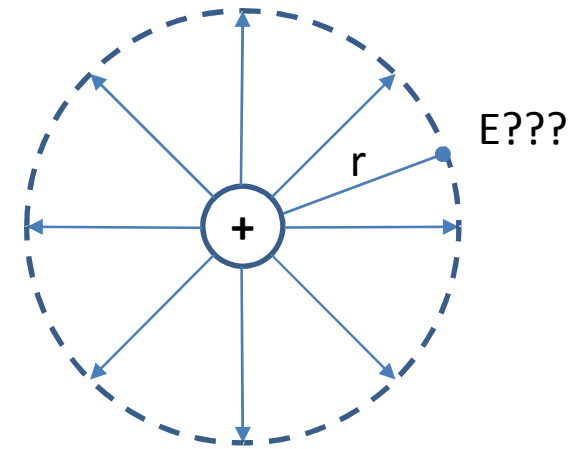
- 1. Muatan titik**
- 2. Distribusi muatan linier**
- 3. Distribusi muatan permukaan (dua dimensi)**

Muatan titik

Hukum Coloumb



$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$



Hukum Gauss



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0}$$

$$\int_0 E \cdot dA \cos \theta = \frac{\sum Q}{\epsilon_0}$$

$$\int_0 E \cdot dA \cos 0 = \frac{\sum Q}{\epsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \longrightarrow \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

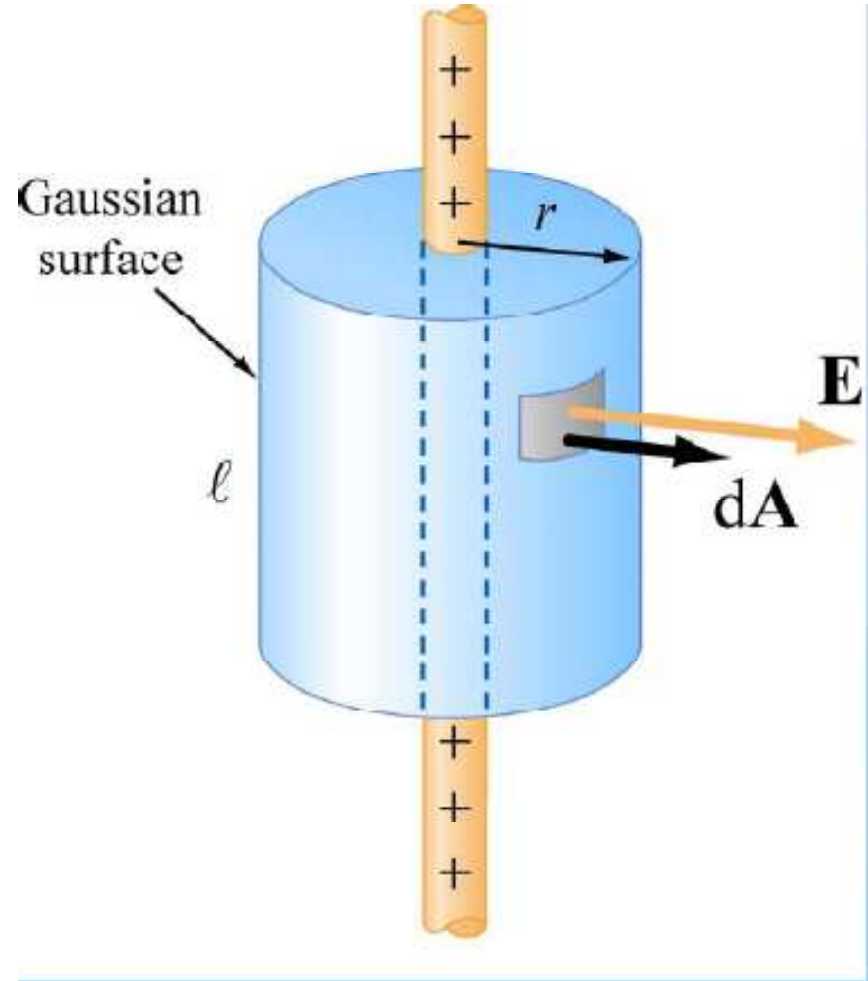
Distribusi Muatan Linier: Simetri Silinder

Simetri sumber adalah silinder

$$\vec{\mathbf{E}} = E \hat{\mathbf{r}}$$

Gunakan permukaan Gauss berbentuk Silinder

Cat:
Pemilihan r adalah sembarang tetapi merupakan radius yang akan dicari medan listrik \mathbf{E} nya. ℓ juga sembarang dan akan hilang.



Hukum Coloumb $\longrightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

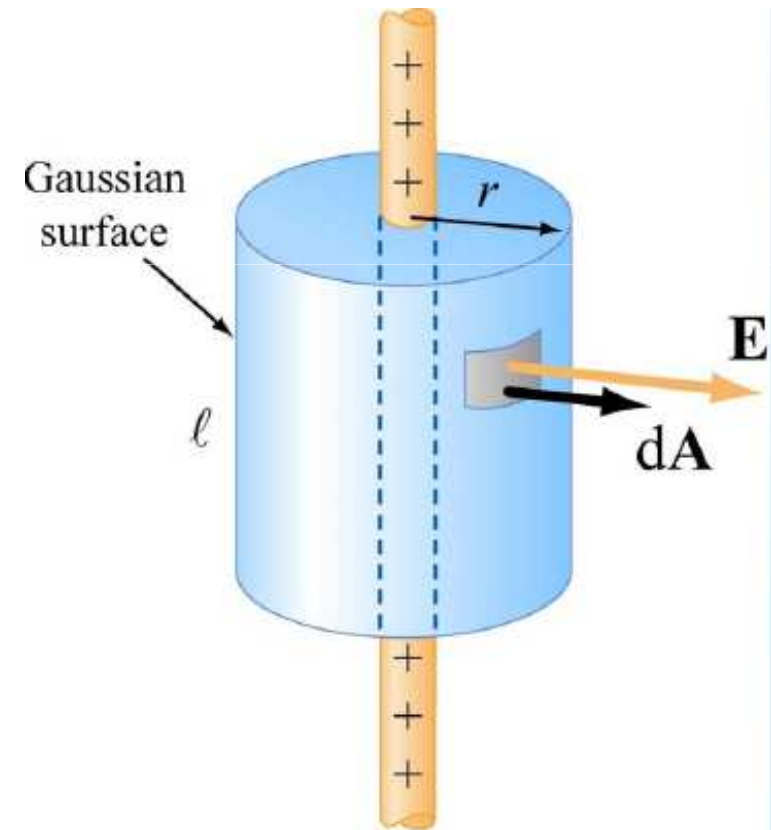
Gauss: Simetri Silinder

Muatan total yang terlingkupi:

$$q_{in} = \lambda \ell$$

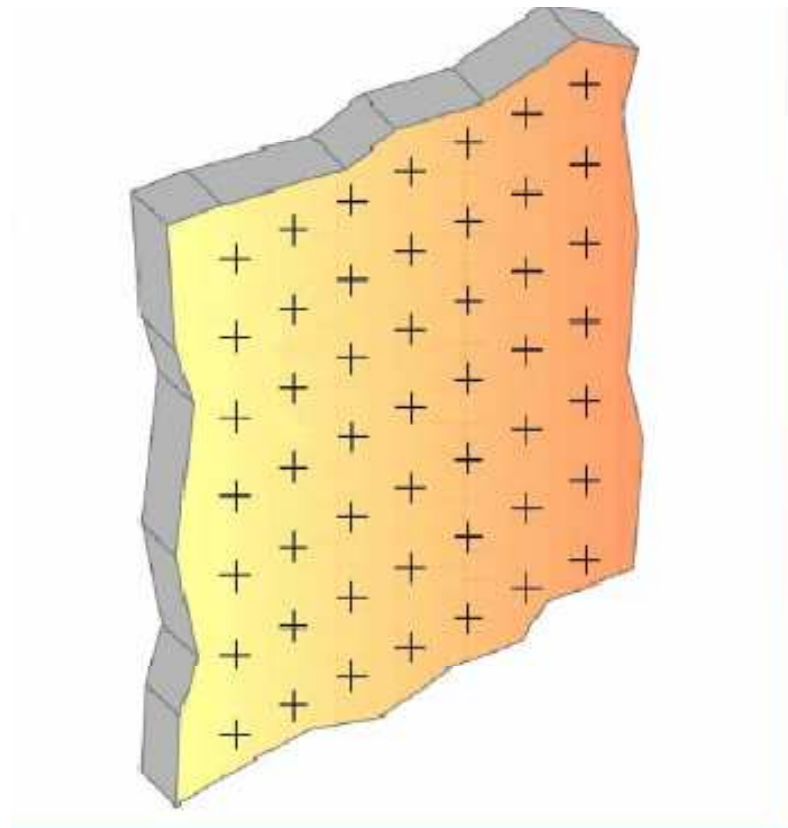
$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = E \oiint_S dA = EA \\ &= E(2\pi r \ell) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda \ell}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow \vec{\mathbf{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{\mathbf{r}}$$



Gauss: Simetri Bidang

Lempeng dengan luas takberhingga memiliki rapat muatan uniform σ .
Carilah E di luar lempeng!



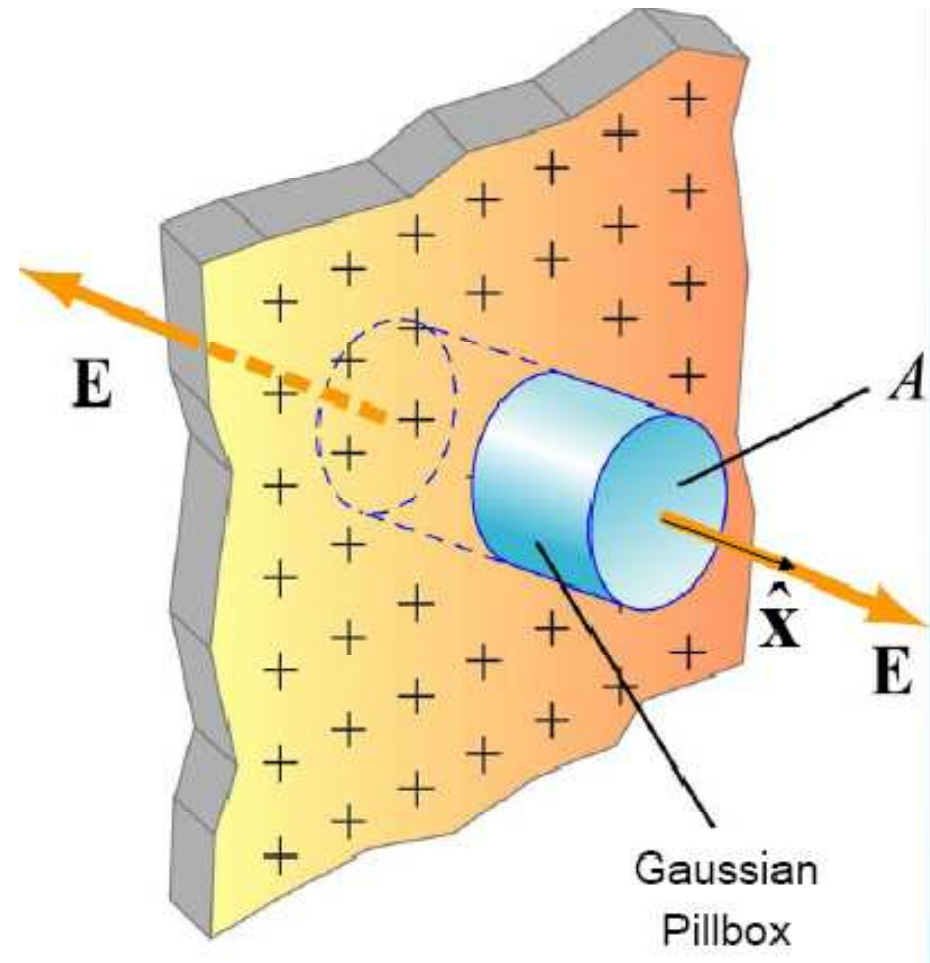
Gauss: Simetri Bidang

Simetri sumber adalah bidang

$$\vec{\mathbf{E}} = \pm E \hat{\mathbf{x}}$$

Gunakan permukaan Gauss Pillbox

Cat: A adalah sembarang (bentuk dan ukuran) dan akan hilang



Gauss: Simetri Bidang

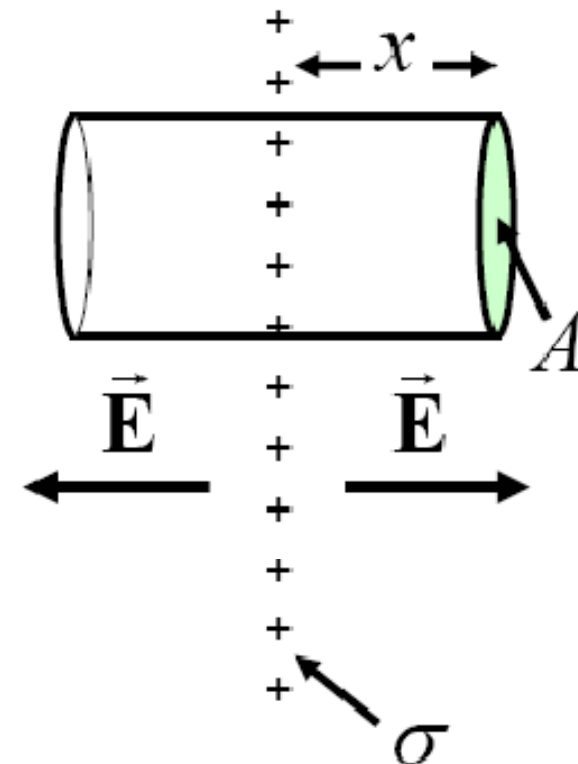
Muatan total yang terlingkupi:

$$q_{in} = \sigma A$$

CAT: Tidak ada fluks yang melalui sisi silinder

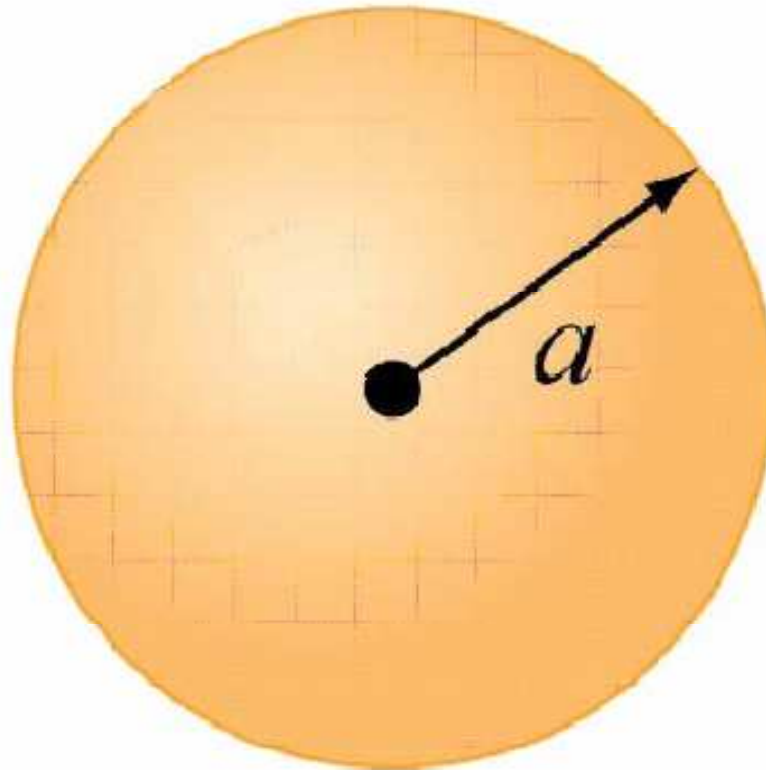
$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = E \oiint_S dA = EA_{Endcaps} \\ &= E(2A) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \Rightarrow \vec{\mathbf{E}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \begin{cases} \hat{\mathbf{x}} & \text{to right} \\ -\hat{\mathbf{x}} & \text{to left} \end{cases}$$



Gauss: Simetri Bola

Bola padat non-konduktor berradius a bermuatan total $+Q$ yang terdistribusi merata (uniform). Carilah E di semua daerah!

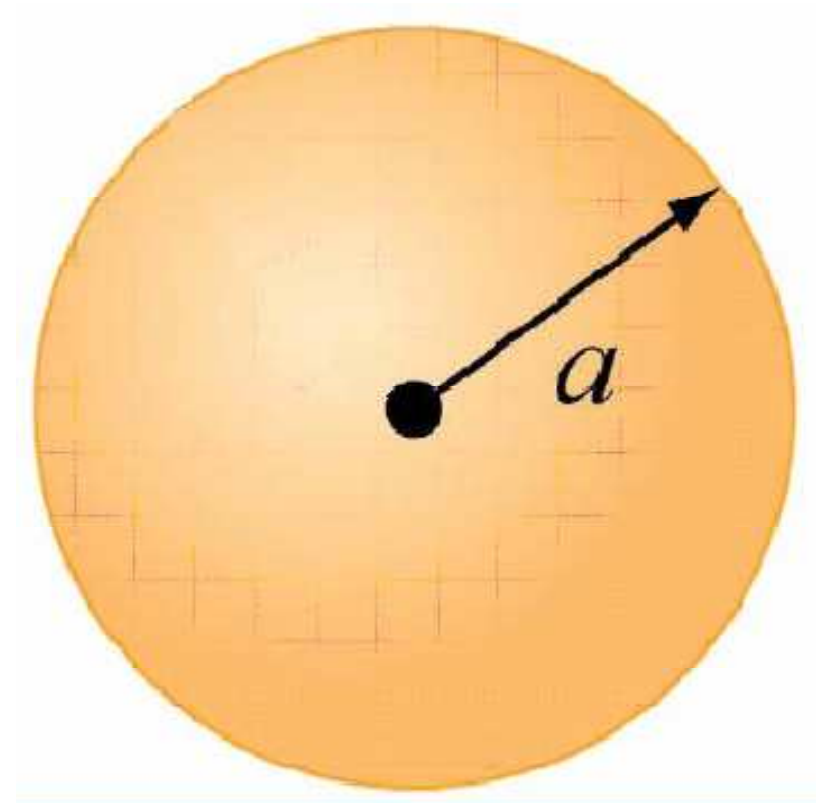


Gauss: Simetri Bola

Simetri sumber adalah bola

$$\vec{\mathbf{E}} = E \hat{\mathbf{r}}$$

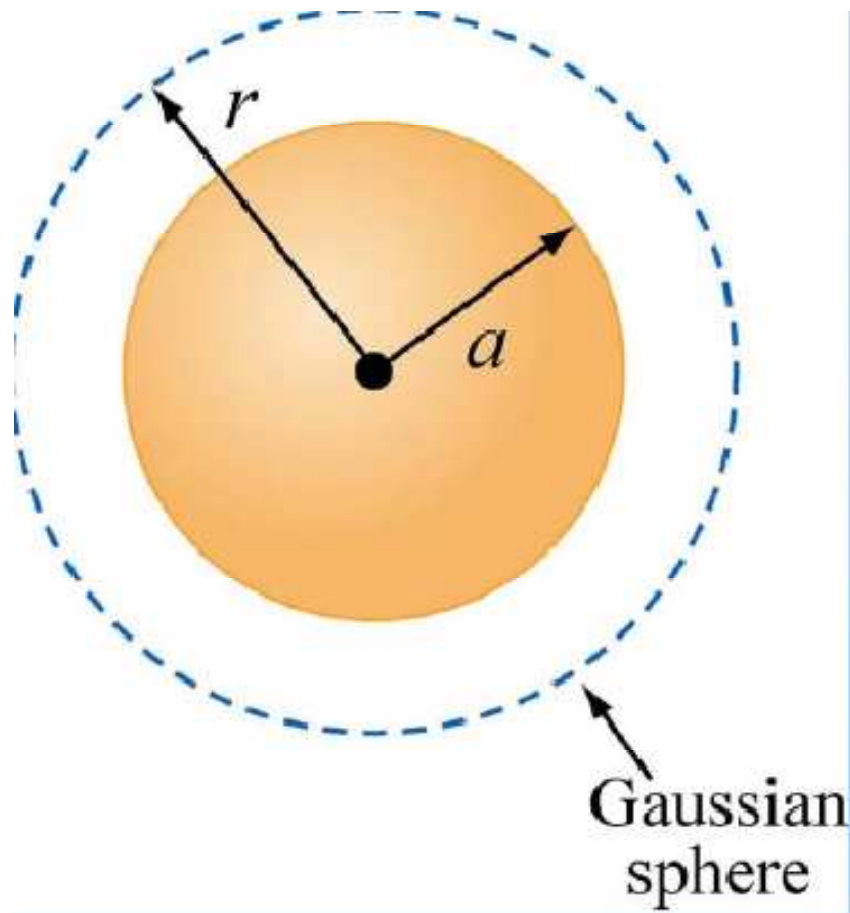
Gunakan permukaan Gauss berbentuk bola



Gauss: Simetri Bola

Daerah 1: $r > a$

Gambar permukaan Gauss di daerah 1 ($r > a$)



Cat:

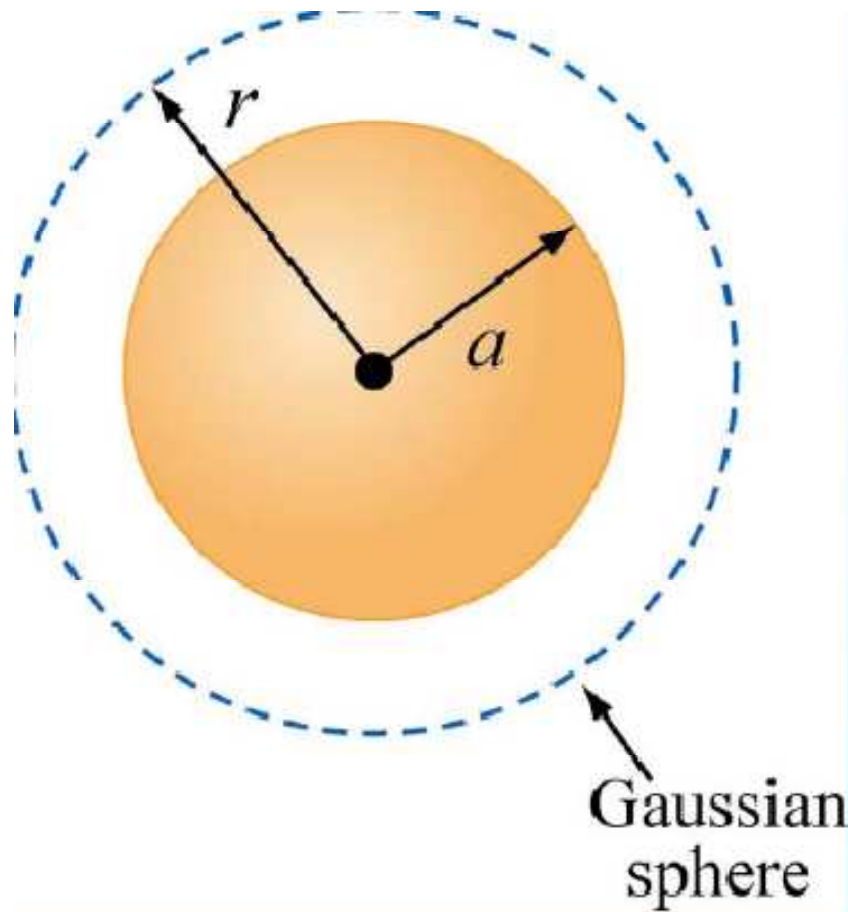
Pemilihan r adalah bebas tetapi merupakan radius yang akan dicari medan listrik \mathbf{E} nya.

Gauss: Simetri Bola

Daerah 1: $r > a$

Muatan total yang terlingkupi $q_{in} =$

$+Q$



$$\Phi_E = \oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = E \oiint_S dA = EA$$
$$= E(4\pi r^2)$$

$$\Phi_E = 4\pi r^2 E = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

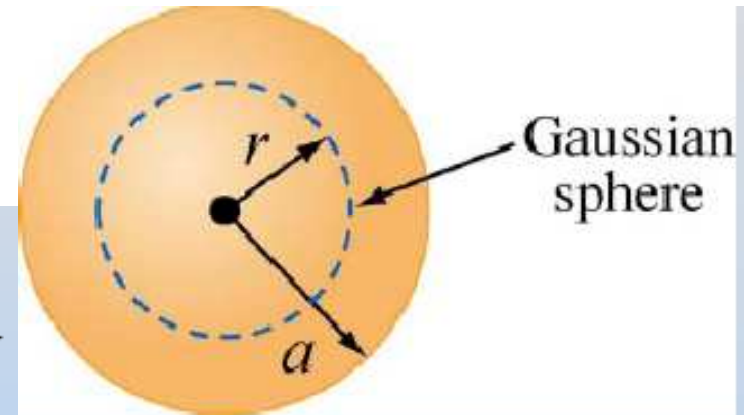
$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow \vec{\mathbf{E}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Gauss: Simetri Bola

Daerah 2: $r < a$

Muatan total yang terlingkupi:

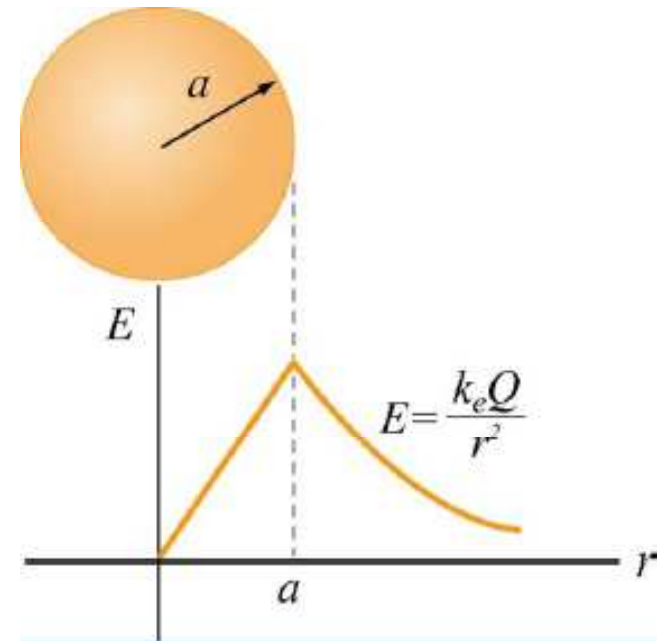
$$q_{in} = \left(\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi a^3} \right) Q = \left(\frac{r^3}{a^3} \right) Q \quad \text{OR} \quad q_{in} = \rho V$$



Gauss's law:

$$\Phi_E = E(4\pi r^2) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \left(\frac{r^3}{a^3} \right) \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{a^3} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{a^3} \hat{r}$$



Konduktor dan Insulator

Konduktor adalah sebuah benda yang memiliki muatan yang dapat bergerak bebas (electron-elektron yang terikat lemah pada atom)

Contoh: logam

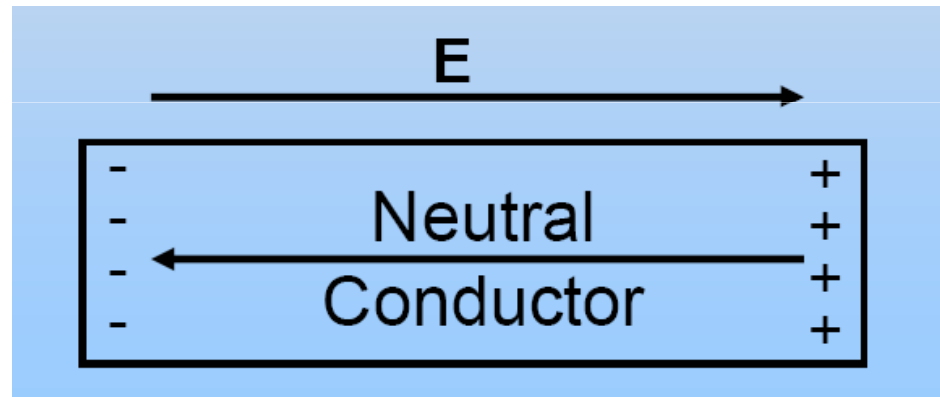
Insulator adalah sebuah benda yang tidak memiliki muatan yang dapat bergerak bebas (electron-elektron yang terikat kuat pada atom)

Contoh: plastik, kertas, kayu

Konduktor

Konduktor memiliki muatan bebas

- E bernilai nol di dalam Konduktor

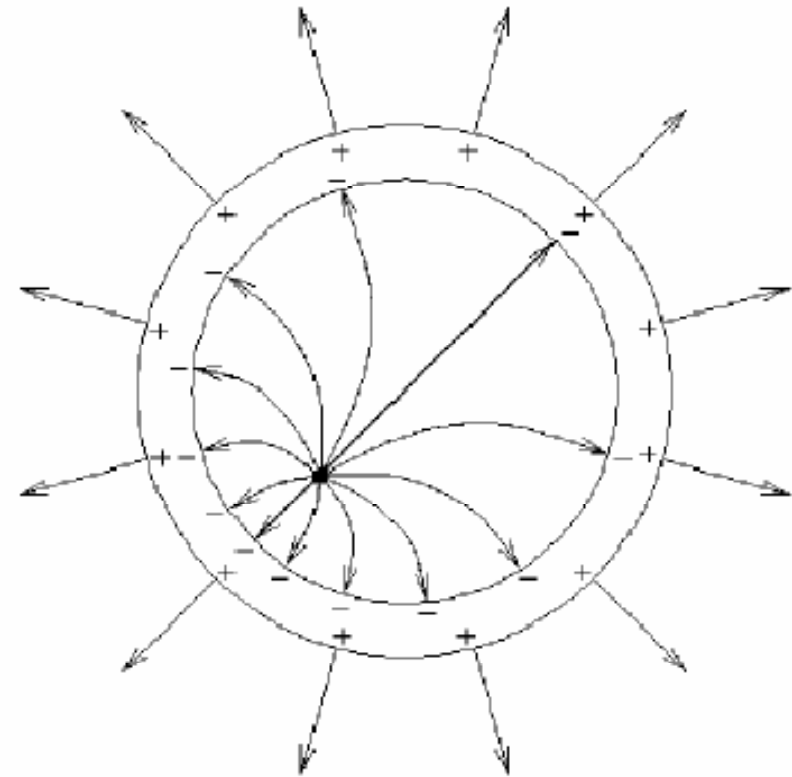
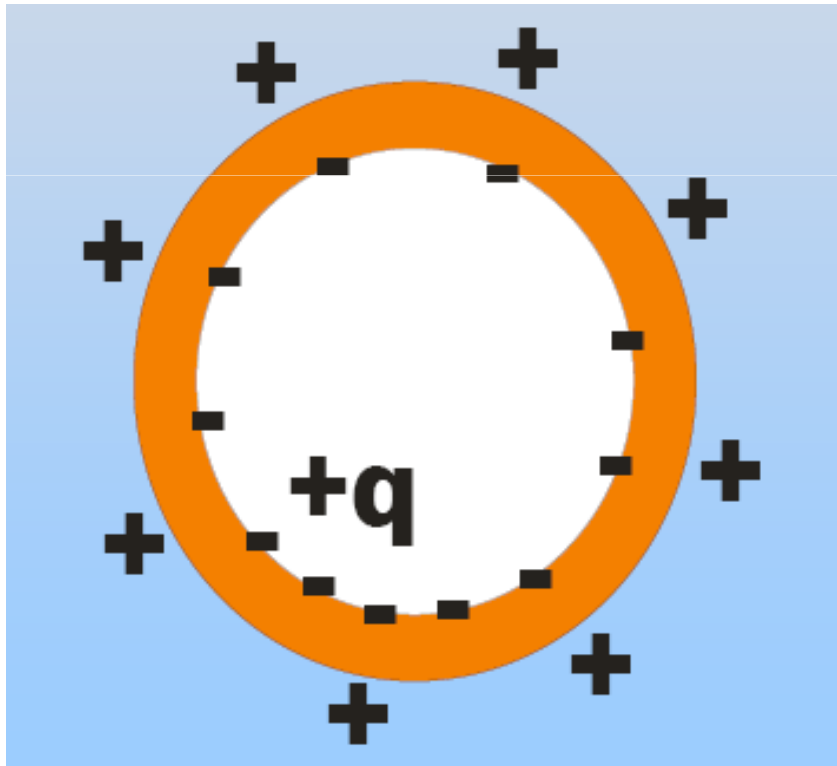


- Konduktor adalah objek equipotensial

Konduktor sebagai Penghalang

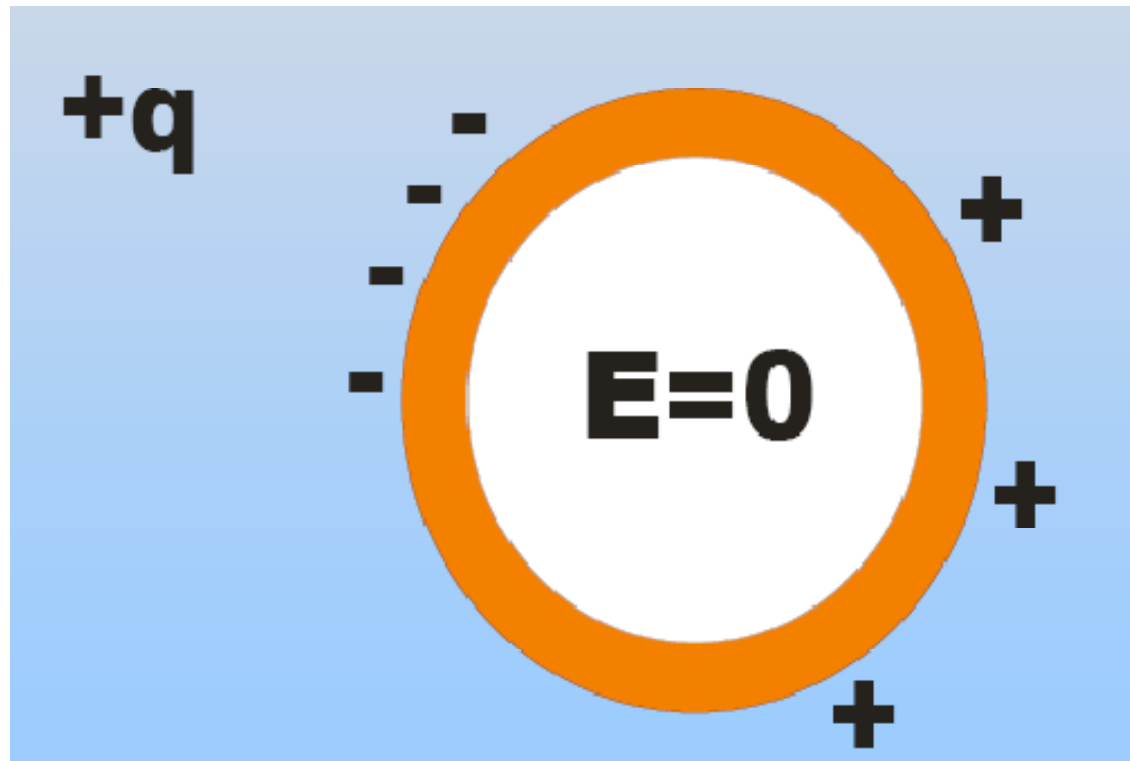
Konduktor Berongga

Muatan ditempatkan di dalam konduktor berongga. Apa yang terjadi dengan muatan-muatannya?



Konduktor Berongga

Muatan ditempatkan di luar konduktor berongga. Apa yang terjadi dengan muatan-muatannya?



Tugas 2
Buku Halliday & Resnick Jilid II
Hal 89 No. 17