

UKURAN PENYIMPANGAN (DISPERSI)

UKURAN PENYIMPANGAN (DISPERSI)

- Ukuran penyimpangan (dispersi) adalah ukuran variasi yang menyatakan derajat terpencarnya suatu kumpulan data kuantitatif.
- Yang termasuk ukuran dispersi ialah rentang, rentang antar kuartil, simpangan kuartil, atau deviasi kuartil, rata-rata simpangan, variansi, dan koefisien variasi.

RENTANG

1. Rentang = Data terbesar - Data terkecil

2. Rentang antar kuartil (RAK):

$$\text{RAK} = K3 - K1$$

3. Simpangan kuartil (SK):

$$\text{SK} = \frac{1}{2} (K3 - K1)$$

4. Rata-rata simpangan (RS):

Bila data hasil pengamatan: X_1, X_2, \dots, X_n .

Rata-rata = \bar{X} , maka:

$$RS = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

5. Simpangan baku (Deviasi standard) = S

- Bila sampel berukuran n dengan data X_1, X_2, \dots, X_n

- Rata-rata adalah : \bar{X} , maka:

$$RS = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}, \dots \cdot V(5)$$

- Rata-rata populasi = $\bar{\mu}$, simpangan baku = σ .
- S^2 adalah variansi sampel.
- σ^2 adalah variansi populasi.
- S dan S^2 merupakan statistik.
- σ dan σ^2 merupakan parameter.
- (Rumus V (5) Akar Diambil yang positif).

Contoh: Dari hasil pengukuran didapat data: 8, 7, 10, 11, 4.

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
8	0	0
7	-1	1
10	2	4
11	3	9
4	-4	16
Σ		30

$$\bar{X} = \frac{8+7+10+11+4}{5}$$

$$\bar{X} = \frac{40}{5}$$

$$\bar{X} = 8$$

$$\therefore, S = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \rightarrow S = \sqrt{\frac{30}{4}} \rightarrow S = 2.74$$

Maka $S^2 = 7.5$

Bentuk lain rumus variansi (S^2)

$$S^2 = \frac{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)}, \dots V(6)$$

Contoh:

$$\sum x_i^2 = 350; (\sum x_i)^2 = (40)^2$$

$$\therefore S^2 = \frac{5 \times 350 - (40)^2}{5(5-1)} \rightarrow S^2 = 7.5 \rightarrow S = 2.74$$

Untuk data dari sampel dalam daftar distribusi frekuensi:

$$S^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \text{atau:} \quad S^2 = \frac{n \sum f_i x_i^2 - (\sum f_i x_i)^2}{n(n-1)}$$

Dimana:

x_i = tanda kelas

f_i = frekuensi sesuai dengan tanda kelas x_i

$n = \sum f_i$

Contoh: Data 80 Mahasiswa:

NILAI	f_i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
31-40	2	35.5	-43.375	1881.39	3762.78
41-50	3	45.5	-30.375	922.64	2767.92
51-60	5	55.5	-20.375	415.14	2075.70
61-70	14	65.5	-10.375	107.64	1506.96
71-80	24	75.5	0.375	0.14	3.36
81-90	20	85.5	9.625	92.64	1852.80
91-100	12	95.5	19.625	385.14	4621.68
Jumlah	80	-	-	-	16591.20

$$S^2 = \frac{n \sum f_i x_i^2 - (\sum f_i x_i)^2}{n(n-1)}$$

$$S^2 = \frac{80 \times 476650 - (6070)^2}{80(79)}$$

$$S^2 = \frac{38132000 - 36844900}{6320}$$

$$S^2 = 203.6551$$

$$S = 14.27$$

(Berbeda karena ada pembulatan).

Cara Coding

$$S^2 = p^2 \left(\frac{n \sum f_i C_i^2 - (\sum f_i C_i)^2}{n(n-1)} \right), \dots \cdot V(9)$$

NILAI	f_i	x_i	C_i	C_i^2	$f_i C_i$	$f_i C_i^2$
31-40	2	35.5	-4	16	-8	32
41-50	3	45.5	-3	9	-9	27
51-60	5	55.5	-2	4	-10	20
61-70	14	65.5	-1	1	-14	14
71-80	24	75.5	0	0	0	0
81-90	20	85.5	+1	1	20	20
91-100	12	95.5	+2	4	24	48
Jumlah	80	-	-	-	3	161

$$S^2 = p^2 \left(\frac{n \sum f_i C_i^2 - (\sum f_i C_i)^2}{n(n-1)} \right)$$

$$S^2 = 10^2 \left(\frac{80 \times 161 - (3)^2}{80(79)} \right)$$

$$S^2 = 100(2.04)$$

$$S^2 = 204 \rightarrow S = 14.28$$

SIMPANGAN BAKU GABUNGAN

Contoh:

Hasil pengamatan pertama terhadap 14 objek memberikan $S = 2.75$, sedangkan pada pengamatan kedua kalinya terhadap 23 objek menghasilkan $S = 3.08$.

Berapakah $S_{gab} = \dots?$

$$S^2 = \frac{\sum(n_i - 1)S_i^2}{\sum n_i - k}$$

$$n_1 = 14 \rightarrow S_1 = 2.75$$

$$n_2 = 23 \rightarrow S_2 = 3.08$$

$$k = 2$$

$$\therefore S^2 = \frac{(14-1)(2.75)^2 + (23-1)(3.08)^2}{14 + 23 - 2}$$

$$S^2 = 8.7718 \rightarrow S = 2.96$$

Angka Baku (Standard) = Z

Untuk sampel berukuran n, data = X_1, X_2, \dots, X_n ,
dan rata-rata \bar{x}

simpangan baku = didapat angka standard:

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$$

Dimana : $i = 1, 2, 3, \dots, n$

- Angka didapat dari rumus disebut angka z atau z-score.
- Rata-rata $z_1, z_2, \dots, z_n = 0$
- Simpangan bakunya = 1.
- Untuk rata-rata = , simpangan baru S_0 , didapat angka baku (standard) dengan rumus:

$$z_i = \bar{x}_0 + s_0 \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)$$

- Angka baku dipakai untuk membandingkan keadaan distribusi sesuatu hal.

Contoh:

A mendapatkan nilai 86 pada ujian akhir matematika, dimana \bar{x} dan S kelompok, masing-masing 78 dan 10. Pada ujian akhir statistika dimana kelompok 84, dan simpangan baku 18, A mendapat nilai 92. Dalam mata ujian manakah A mencapai kedudukan yang lebih baik?

$$z_{MAT} = \left(\frac{86 - 78}{10} \right) = 0,8$$

$$z_{MAT} = \left(\frac{92 - 84}{18} \right) = 0,44$$

Jadi, A mendapat 0,8 S di atas \bar{x}

nilai matematika, dan 0,445 di atas \bar{x}

nilai statistika. Berarti kedudukan A lebih tinggi dalam matematika.

Untuk $\bar{x}_0 = 100$

dan $S_0 = 20$, maka:

$$z_{MAT} = 100 + 20 \left(\frac{86 - 78}{10} \right) = 116,00$$

$$z_{STAT} = 100 + 20 \left(\frac{92 - 84}{18} \right) = 108,89$$

Untuk rata-rata = 50, dan simpangan baku 10, didapat rumus T-Score:

$$T_i = 50 + 10 \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)$$

KOEFISIEN VARIASI (KV)

$$\text{DISPERSI RELATIF} = \frac{\text{DISPERSI ABSOLUT}}{\text{RATA - RATA}}$$

$$\text{KV} = \frac{\text{SIMPANGAN BAKU}}{\text{RATA - RATA}} \times 100\%$$

- ❑ KV tidak tergantung pada satuan yang digunakan
- ❑ Digunakan untuk membandingkan variasi (dispersi) relatif beberapa kumpulan data dengan satuan yang berbeda.
- ❑ (Dalam menentukan susunan kelompok siswa di dalam kelompok/kelasnya).

KATEGORI TAFSIRAN KV

No.	Kategori	Interpretasi
1	45,00 ke atas	Sangat heterogen
2	40,00 – 44,00	Heterogen
3	30,00 – 39,00	Normal
4	25,00 – 29,00	Homogen
5	Kurang dari 25,00	Sangat homogen

Contoh:

Semacam lampu elektron, rata-rata dapat dipakai selama 3500 jam dengan simpangan baku 1050 jam. Lampu model lain rata-ratanya 10000 jam dengan simpangan baku 2000 jam. Apakah yang dapat disimpulkan?

$$KV_I = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\% = \frac{1050}{3500} \times 100\% = 30\%$$

$$KV_{II} = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\% = \frac{2000}{10000} \times 100\% = 20\%$$

- Jadi, Lampu I mempunyai masa pakai normal.
- Lampu II mempunyai masa pakai sangat homogen.
- Ternyata L_{II} secara relatif mempunyai masa pakai yang lebih uniform (homogen).

RS untuk distribusi cukup miring: $RS = \frac{4}{5} S$

- RS untuk data yang telah disusun dalam daftar distribusi frekuensi:

$$RS = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

x_i = Tanda kelas interval

f_i = frekuensi yang sesuai dengan x_i

$$n = \sum f_i$$