

PELUANG

Berapa peluang Anda
selesai S-1?

Peluang

Ukuran/derajat ketidakpastian suatu peristiwa

Peluang (*probability*)

Kemungkinan (*possibility*)

Peristiwa sesuatu yang mungkin dapat terjadi

Misal :

Mengundi mata uang

Mencatat banyaknya kendaraan yang lewat

Definisi Peluang

Klasik

Empiris

Modern

Mata uang

Muka (M)

Belakang (B)

1 x lempar ?

Jumlah peristiwa yang mungkin muncul

M atau B

$$N = 2$$

2x lempar ??

MM MB BM BB

$$N = 4$$

3x lempar ???

MMM MMB MBM BMM

MBB BMB BBM BBB

$$N = 8$$

Definisi Klasik

Jika peristiwa E terjadi sebanyak h kali dari N peristiwa

$$P(E) = \frac{h}{N}$$

Peristiwa tidak terjadi E ditulis $P(\bar{E}) = P(\text{not } E) = P(\infty E)$

Kesimpulan : “Masing-masing terjadi dengan kesempatan yang sama”

- Bersifat samar-samar
- Perlu diperbaharui
- Frekuensi relatif

Frekuensi Relatif

Definisi Empiris

1000 x lemparan mata uang, misal muncul muka (M) sebanyak 529 x

$$\text{frekuensi relatif} = \frac{529}{1000} = 0,529$$

2000 x lemparan mata uang, muncul muka (M) sebanyak 1022 x

$$\text{frekuensi relatif} = \frac{1022}{2000} = 0,511$$

Jika dilakukan terus menerus $f_{\text{rel}} = 0,5 \longrightarrow$ Harga limit

Peluang : Limit dari frekuensi relatif

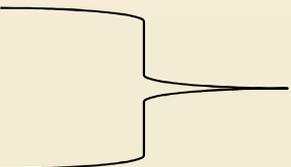
Harga limit tidak selalu ada

Peluang diaksiomakan : tidak terdefinisi

Peristiwa yang saling eksklusif

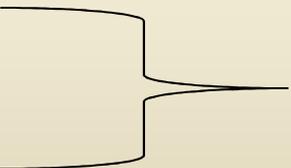
Dua peristiwa saling eksklusif jika : peristiwa yang satu menghindarkan terjadinya peristiwa lain

A terjadi
b tidak



$P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B)$

E terjadi
 \bar{E} tidak



E dan \bar{E} saling komplementen
 $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

contoh

Sebuah dadu dilempar

Peluang muncul angka 1 atau angka 2

$$P(1 \text{ atau } 2) = P(1) + P(2) = 1/6 + 1/6 = 1/3$$

Peluang muncul angka 1 atau bukan angka 2

$$P(1 \text{ atau } \bar{1}) = P(1) + P(\bar{1}) = 1/6 + 5/6 = 1$$

Hubungan Inklusif

A dan B mempunyai hubungan inklusif apabila berlaku hubungan A atau B atau keduanya

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ dan } B)$$

Contoh : Dari tumpukkan kartu Bridge diambil secara acak 1 kartu. Berapa peluang untuk menarik kartu “Ace-Heart”

Jumlah kartu Bridge ada 52 yang terdiri dari 4 kelompok (Spade, Heart, diamond, dan Club). Masing-masing kelompok terdiri dari 13 kartu (Ace (A), K, Q, J, 10, 9, 8, ... 1)

Peluang untuk mengambil salah satu kartu? $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

Jika A = kartu "Ace" ada 4 kartu "Ace" dari 52 kartu $P(A) = \frac{4}{52}$

"Heart" ada 13 kartu dari 52 kartu $P(H) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

$$P(A + H) = P(A) + P(H) - P(A \text{ dan } H)$$

$$P(A + H) = \left(\frac{4}{52}\right) + \left(\frac{13}{52}\right) - \left(\frac{1}{52}\right) = \left(\frac{16}{52}\right) = \left(\frac{4}{13}\right)$$

Hubungan Bersyarat

Peristiwa yang satu menjadi syarat terjadinya peristiwa yang lain atau peristiwa yang satu didahului terjadinya peristiwa yang lain

$P(A|B)$ A didahului B atau B mendahului A

$P(E_1|E_2)$ E_1 didahului E_2 atau E_2 mendahului E_1

Independen (bebas)

Peristiwa yang mendahului tidak mempengaruhi yang berikutnya

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(E_1|E_2) = P(E_1)$$

Dependen (terikat)

Peristiwa yang mendahului mempengaruhi yang berikutnya

$$P(A|B) \neq P(A)$$

Contoh

- Peluang A dan B hidup 20 tahun lagi masing-masing 0,40 dan 0,20. Berapa peluang keduanya hidup 20 tahun lagi?

masa hidup A dan B saling bebas (independen)

$$P(A \text{ dan } B) = (0,40)(0,20) = 0,08$$

- Sebuah kotak berisi 10 kelereng merah, 18 kelereng hijau, dan 22 kelereng kuning. Isi kotak diaduk, lalu seseorang mengambil dua buah kelereng bergantian secara acak (kelereng yang diambil pertama tidak dikembalikan lagi ke dalam kotak). Berapa peluang terambilnya pertama kelereng merah dan yang terambil kedua kelereng hijau?

Terambilnya kelereng pertama (warna merah merupakan syarat terambilnya kelereng kedua (hijau)).

M = kelereng warna merah

H = kelereng warna hijau

M dan H dua peristiwa yang dependen (terikat)

$$P(H|M) = P(A)P(H|M) = \left(\frac{10}{10+18+22} \right) \left(\frac{18}{9+18+22} \right) = \frac{18}{245}$$

Ekspektasi

Misal : K = Jumlah peristiwa yang dapat terjadi dari sebuah eksperimen

P_1, P_2, \dots, P_K = Probabilitas terjadinya tiap peristiwa

d_1, d_2, \dots, d_K = Satuan-satuan tiap peristiwa dengan probabilitas yang bersangkutan, harganya bisa 0, >0 , atau <0

$$P_1 + P_2 + \dots + P_K = 1$$

$$\xi = P_1 d_1 + P_2 d_2 + \dots + P_k d_k = \sum_{i=1}^k P_i d_i$$

Contoh:

- A dan B melakukan taruhan dengan undian dengan sebuah mata uang logam. Jika dalam undian tersebut nampak muka G, A membayar kepada B sebesar Rp. 5,-. Jika yang nampak muka H, B membayar kepada A sebesar Rp. 5,-.

Probabilitas A menang = $1/2$

Probabilitas A kalah = $1/2$

$$\text{Ekspektasi A : } \xi = P_1 d_1 + P_2 d_2 = \frac{1}{2} (Rp.5) + \frac{1}{2} (-Rp.5) = 0$$

$$\text{Ekspektasi B : } \xi = 0$$

**Untuk jangka panjang dalam permainan ini,
A dan B masing-masing menang Rp.0,-**