

POTENSIAL LISTRIK

MINGGU KE-4

Gravitasi: Gaya dan Usaha

Gaya gravitasi yang bekerja pada m oleh M :

$$\vec{\mathbf{F}}_g = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi untuk memindahkan m dari A ke B :

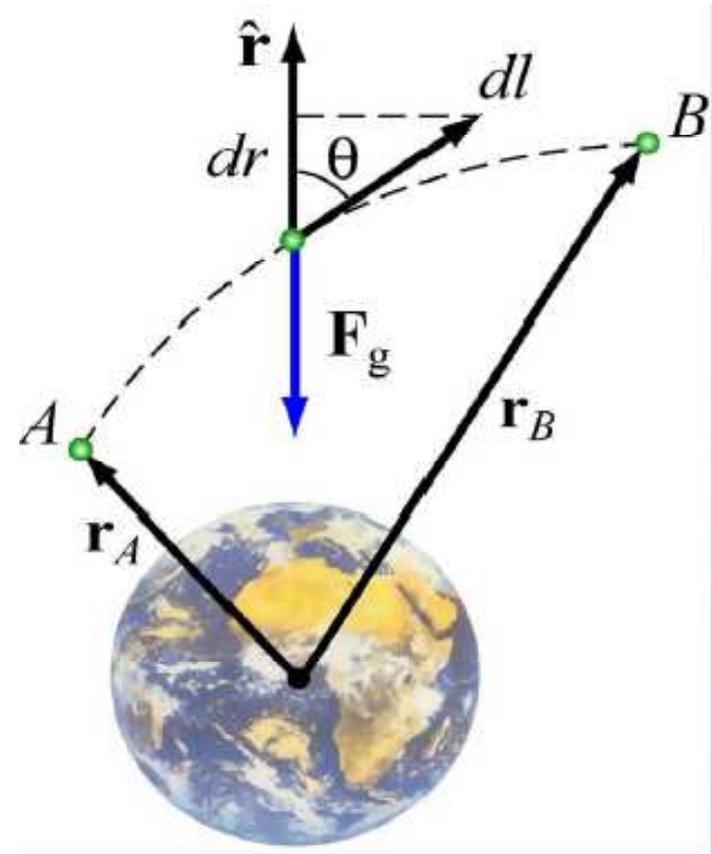
$$W_g = \int_A^B \vec{\mathbf{F}}_g \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

**INTEGRAL
LINTASAN**

Usaha oleh Gaya Gravitasi

Usaha oleh gaya gravitasi untuk memindahkan m dari A ke B :

$$\begin{aligned}W_g &= \int \vec{\mathbf{F}}_g \cdot d\vec{\mathbf{s}} \\&= \int_A^B \left(-\frac{GMm}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \right) \cdot \left(dr \hat{\mathbf{r}} + r d\theta \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) \\&= \int_{r_A}^{r_B} -\frac{GMm}{r^2} dr = \left[\frac{GMm}{r} \right]_{r_A}^{r_B} \\&= GMm \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)\end{aligned}$$

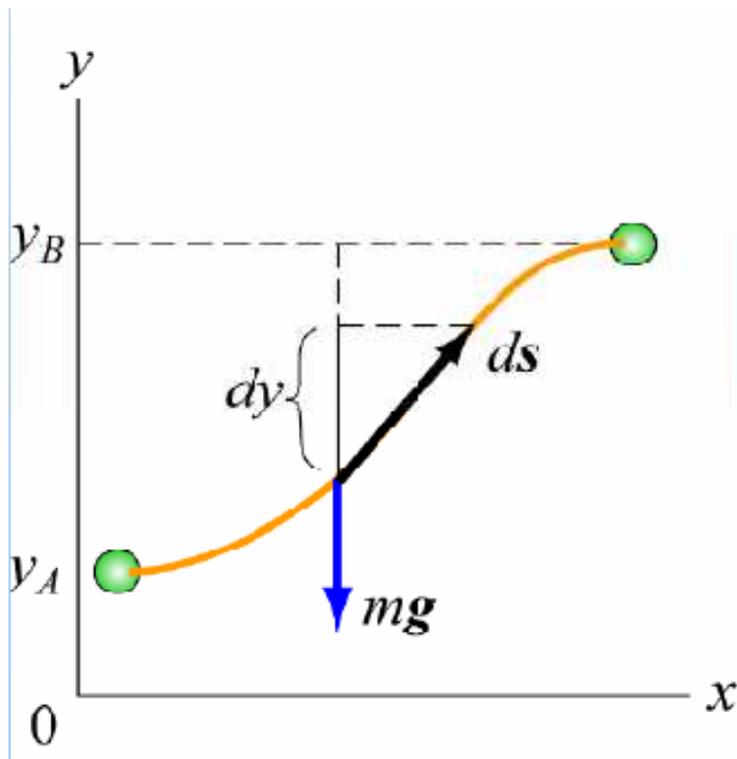


Usaha di Dekat Permukaan Bumi

G konstan:

$$\vec{g} \approx -\frac{GM}{r_E^2} \hat{y} = -g \hat{y}$$

Usaha oleh gaya gravitasi untuk memindahkan m dari A ke B:



$$W_g = \int \vec{F}_g \cdot d\vec{s} = \int_A^B (-mg\hat{y}) \cdot d\vec{s}$$
$$= -\int_{y_A}^{y_B} mg dy = -mg(y_B - y_A)$$

W_g **hanya** bergantung pada titik awal dan akhir
(**Tidak** pada lintasan yang ditempuh)

Gaya Konservatif

Energi Potensial (Joule)

$$\Delta U_g = U_B - U_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{F}}_g \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -W_g = +W_{ext}$$

$$(1) \quad \vec{\mathbf{F}}_g = -\frac{GMm}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad \rightarrow \quad U_g = -\frac{GMm}{r} + U_0$$

$$(2) \quad \vec{\mathbf{F}}_g = -mg \hat{\mathbf{y}} \quad \rightarrow \quad U_g = mgy + U_0$$

- U_0 : konstan bergantung pada titik acuan
- Hanya beda energi potensial ΔU yang memiliki arti fisis

Potensial Gravitasi (Joule/kilogram)

Definisikan beda potensial gravitasi:

$$\Delta V_g = \frac{\Delta U_g}{m} = -\int_A^B (\vec{\mathbf{F}}_g / m) \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\int_A^B \vec{\mathbf{g}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

Seperti

$$\underbrace{\vec{\mathbf{F}}_g}_{\text{Force}} \rightarrow \underbrace{\vec{\mathbf{g}}}_{\text{Field}}, \quad \underbrace{\Delta U_g}_{\text{Energy}} \rightarrow \underbrace{\Delta V_g}_{\text{Potential}}$$

Move to Electrostatics

Gravitasi - Elektrostatik

Mass M

$$\vec{\mathbf{g}} = -G \frac{M}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$$

Charge q (\pm)

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_E = q\vec{\mathbf{E}}$$

Kedua gaya adalah konservatif, sehingga...

$$\Delta V_g = -\int_A^B \vec{\mathbf{g}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

$$\Delta U_g = -\int_A^B \vec{\mathbf{F}}_g \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

$$\Delta U = -\int_A^B \vec{\mathbf{F}}_E \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

Potensial Listrik

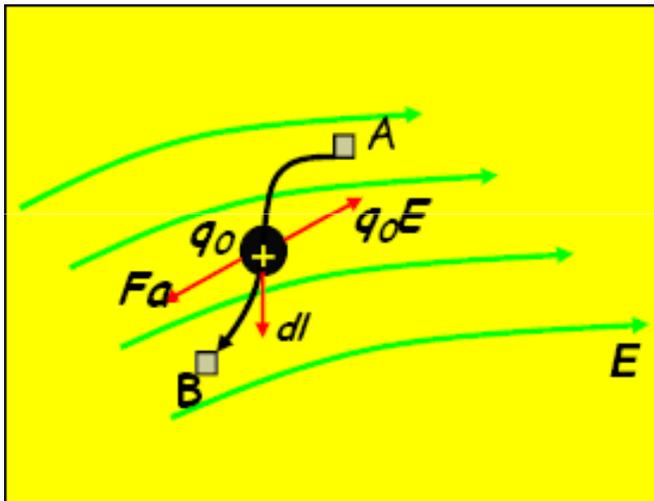
Bila sebuah partikel bermuatan bergerak dalam sebuah medan listrik, maka medan itu akan mengerahkan sebuah gaya yang dapat melakukan kerja pada partikel tersebut.

Kerja tersebut selalu dapat dinyatakan dalam energi potensial listrik yang besarnya bergantung pada kedudukan partikel bermuatan itu dalam medan listrik.

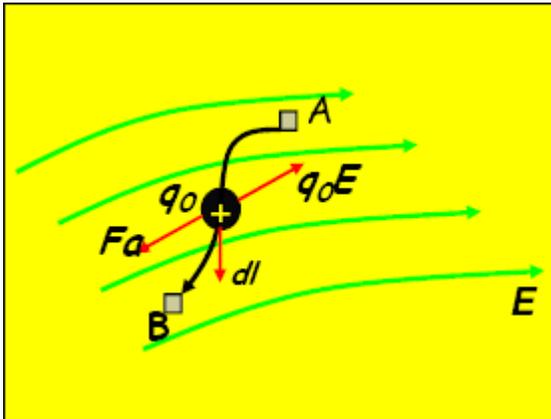
Dalam rangkaian, selisih potensial dari satu titik ke titik lain dinamakan tegangan (voltage).

Usaha untuk memindahkan suatu muatan titik

Diberikan satu muatan q_0 dalam medan E :



Sebuah partikel bermuatan positif digerakan oleh sebuah gaya luar dari A ke B dalam sebuah medan listrik. Dalam perjalanannya partikel tersebut akan dipengaruhi oleh gaya listrik sebesar $q_0 E$



Untuk mempertahankan partikel tersebut agar tidak dipercepat oleh gaya $q_0 E$, maka sebuah pengaruh luar harus memakai gaya F_a yang dipilih tepat sama dengan $-q_0 E$ yang akan menyebabkan partikel bergeser sejauh dl sepanjang jalan A ke B

Kerja yang dilakukan oleh pengaruh gaya luar tersebut adalah $F_a \cdot dl$

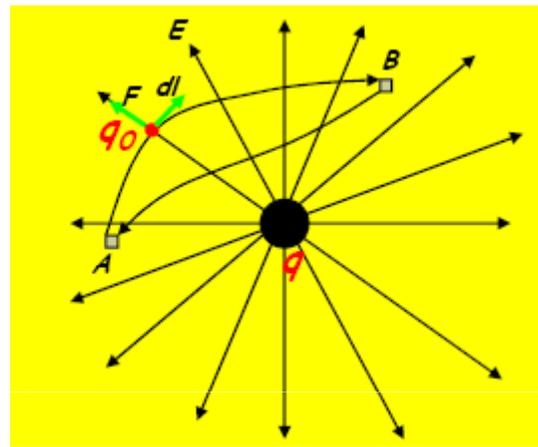
$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_a \cdot d\vec{l} = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = -q_0 \int_A^B E \cos \theta dl$$

$\theta =$ sudut antara arah medan E dan arah dl

Energi Potensial Listrik

$$W_{AB} = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Energi potensial listrik tidak lain adalah usaha yang dilakukan oleh suatu gaya luar untuk memindahkan partikel bermuatan yang berada di sekitar medan listrik



$$U = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$
$$U = -q_0 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{q}{r^2} dr$$
$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$$

Energi potensial listrik pada muatan q_0 yang bergerak di suatu medan listrik yang dihasilkan oleh q

Energi Potensial Listrik dengan Beberapa Muatan

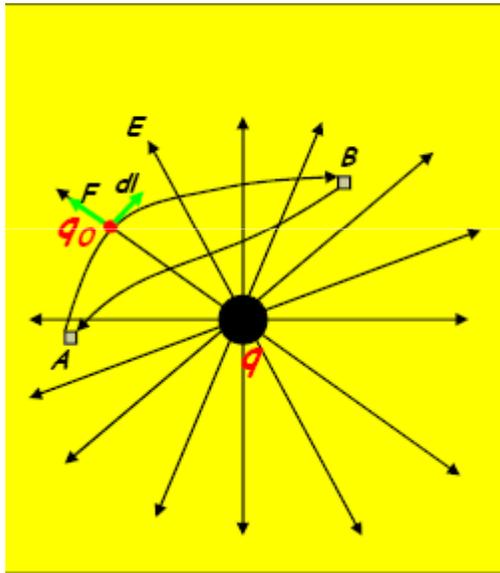
Misalkan q_0 bergerak disuatu medan listrik akibat beberapa muatan titik $q_1, q_2, q_3 \dots$ Dengan jarak $r_1, r_2, r_3 \dots$ Dari q_0 .

Medan listrik total adalah jumlah vektor dari medan-medan yang ditimbulkan oleh muatan-muatan individu, dan kerja total yang dilakukan q_0 adalah jumlah kontribusi dari muatan-muatan individu itu

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \dots \right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Selisih potensial listrik diantara dua titik A dan B tersebut didefinisikan sebagai :

Potensial (V) adalah : *Energi potensial tiap satuan muatan*

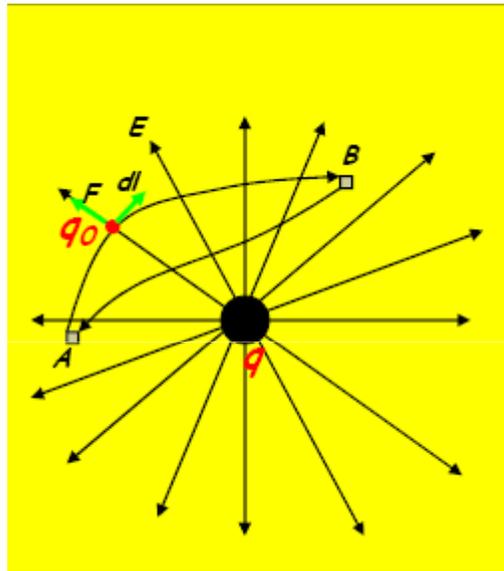


$$V_B - V_A = V = \frac{W_{AB}}{q_0} = \frac{U}{q_0}$$
$$V = -\int_A^B \vec{E} dl = -\int_A^B E \cos \theta dl$$

$$dl = dr$$

$$V = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

Dengan memilih kedudukan A pada posisi tak hingga, maka perbedaan potensial listrik dapat dinyatakan :



Potensial akibat sekumpulan muatan titik dirumuskan :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \dots \right)$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$$

Jadi hubungan Energi potensial dan potensial listrik adalah :

$$U = q_0 V$$

Satuan Potensial Listrik

- Karena potensial listrik adalah energi potensial elektrostatik per satuan muatan, maka satuan SI untuk beda potensial adalah joule per coulomb atau volt (V).

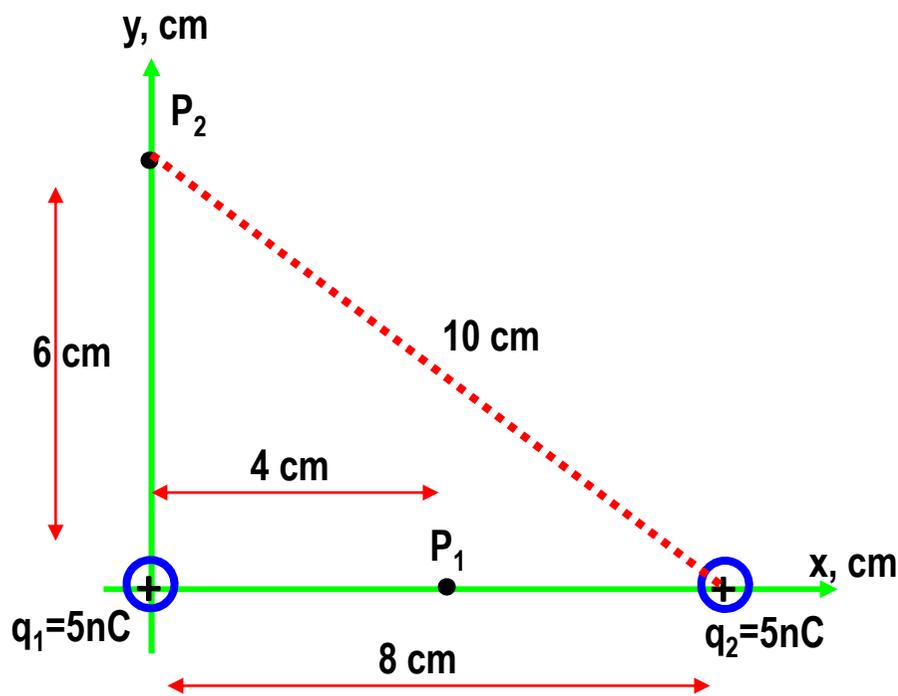
$$1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$$

- Karena diukur dalam volt maka beda potensial terkadang disebut voltage atau tegangan.
- Jika diperhatikan dari persamaan beda potensial yang merupakan integral dari medan listrik E terhadap perubahan jarak $d\ell$, maka dimensi E dapat juga disebut:

$$1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$$

- Oleh karenanya maka Beda Potensial (V) = Medan Listrik (E) x Jarak (L) \rightarrow Satuan $V = (\text{V/m}) \cdot (\text{m})$

Soal



Dua muatan titik positif sama besarnya $+ 5 \text{ nC}$ pada sumbu-x. Satu di pusat dan yang lain pada $x = 8 \text{ cm}$ seperti ditunjukkan pada gambar. Tentukan potensial di

- Titik P_1 pada sumbu x di $x=4 \text{ cm}$
- Titik P_2 pada sumbu y di $y = 6 \text{ cm}$.

Solusi Soal

$$(a). \quad V = \sum_i \frac{kq_i}{r_{i0}} = \frac{kq_1}{r_{10}} + \frac{kq_2}{r_{20}} = 2 \times \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)(5 \times 10^{-9} \text{ C})}{0,04 \text{ m}}$$

$$V = 2250 \text{ V}$$

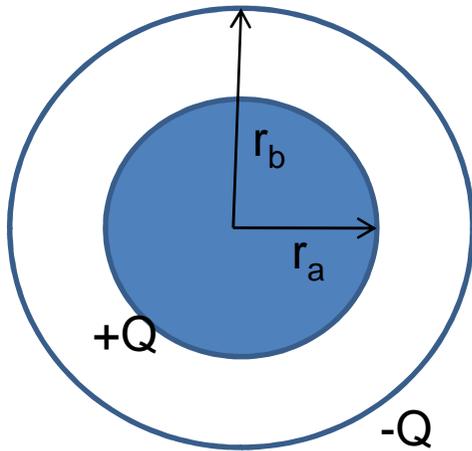
$$(b). \quad V = \sum_i \frac{kq_i}{r_{i0}} = \frac{kq_1}{r_{10}} + \frac{kq_2}{r_{20}}$$

$$V = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)(5 \times 10^{-9} \text{ C})}{0,06 \text{ m}} + \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)(5 \times 10^{-9} \text{ C})}{0,10 \text{ m}}$$

$$V = 749 \text{ V} + 450 \text{ V} = 1200 \text{ V}$$

Potensial diantara dua plat berbentuk bola

Dua kulit konduksi konsentris berbentuk bola dipisahkan oleh ruang hampa; kulit yang sebelah dalam mempunyai muatan $+Q$ dengan jari-jari luar r_a , dan kulit yang sebelah luar bermuatan $-Q$ dengan jari-jari dalam r_b .



$$V_{ab} = V_a - V_b$$

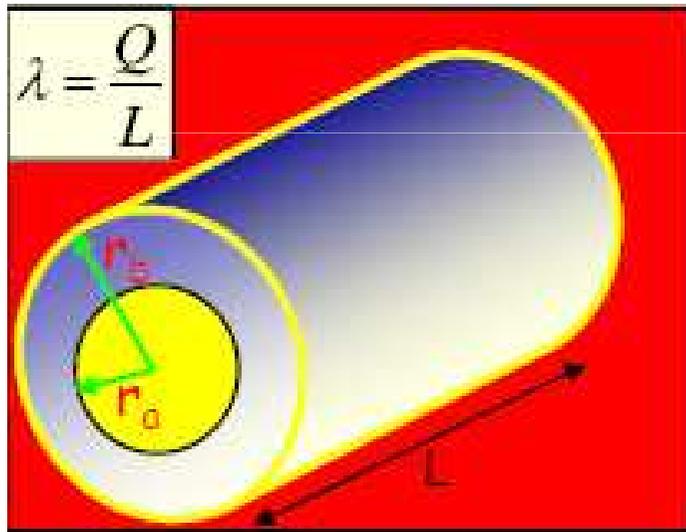
$$V_{ab} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_a} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_b}$$

$$V_{ab} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

$$V_{ab} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_b - r_a}{r_a r_b} \right)$$

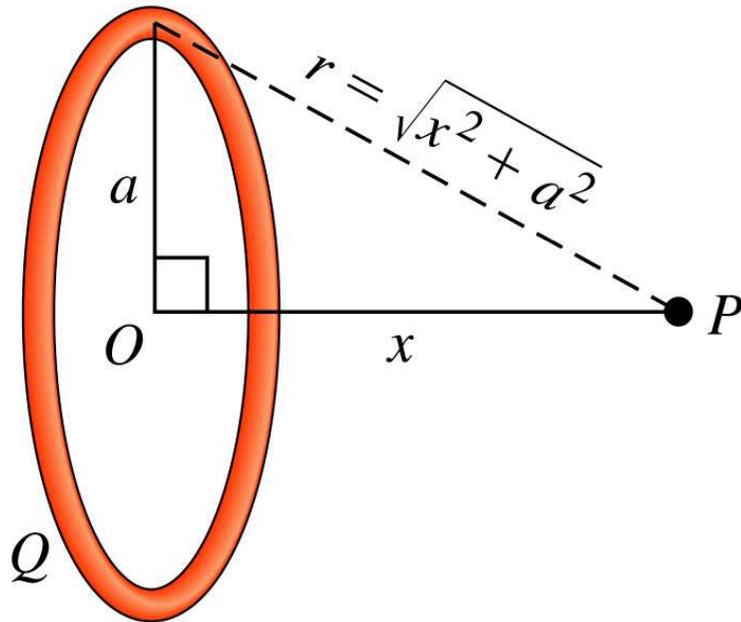
Potensial listrik pada konduktor silinder

Sebuah konduktor silinder panjang mempunyai jari-jari r_a dan kerapatan muatan linier $+\lambda$. Silinder tersebut dikelilingi oleh sebuah kulit konduksi silinder sesumbu dengan jari-jari r_b dan kerapatan muatan linier $-\lambda$.



$$V_{ab} = V_a - V_b \rightarrow \text{Ingat } E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$
$$V_{ab} = \int_a^b \vec{E} d\vec{l} = \int_a^b E_r dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{1}{r} dr$$
$$V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{r_a}$$

Potensial pada Sumbu Cincin Bermuatan



Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley.

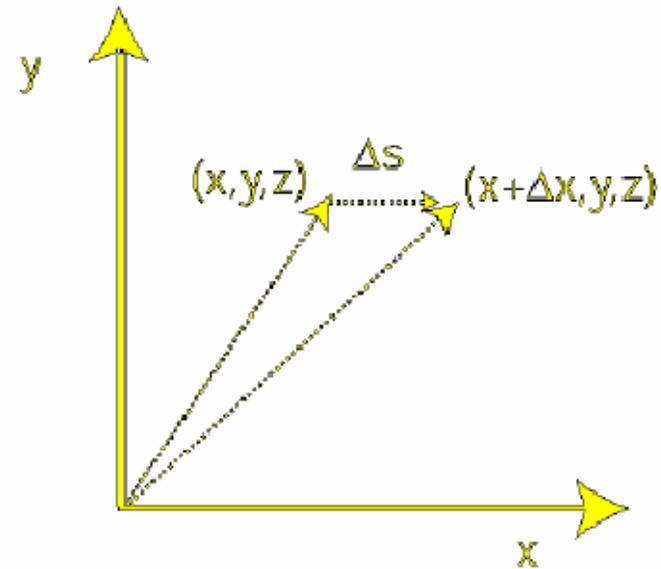
$$V = \int \frac{k dq}{r} = \int \frac{k dq}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$
$$V = \frac{k}{\sqrt{x^2 + a^2}} \int dq = \frac{kQ}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Menurunkan E dari V

$$\Delta V = - \int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

$$A = (x, y, z), B = (x + \Delta x, y, z)$$

$$\Delta \vec{\mathbf{s}} = \Delta x \hat{\mathbf{i}}$$



$$\Delta V = - \int_{(x, y, z)}^{(x + \Delta x, y, z)} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} \cong -\vec{\mathbf{E}} \cdot \Delta \vec{\mathbf{s}} = -\vec{\mathbf{E}} \cdot (\Delta x \hat{\mathbf{i}}) = -E_x \Delta x$$

$$E_x \cong - \frac{\Delta V}{\Delta x} \rightarrow - \frac{\partial V}{\partial x}$$

E_x = Laju perubahan V dimana y dan z dijaga konstan

Menurunkan E dari V

Jika kita lakukan untuk semua koordinat:

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{E}} &= -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{\mathbf{k}}\right) \\ &= -\underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{\mathbf{k}}\right)}_{\text{Gradient (del) operator}} V\end{aligned}$$

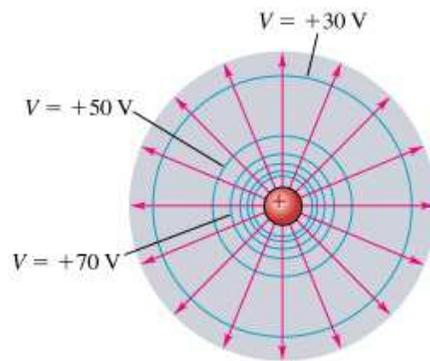
Gradient (del) operator:

$$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}\hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{\mathbf{k}}$$

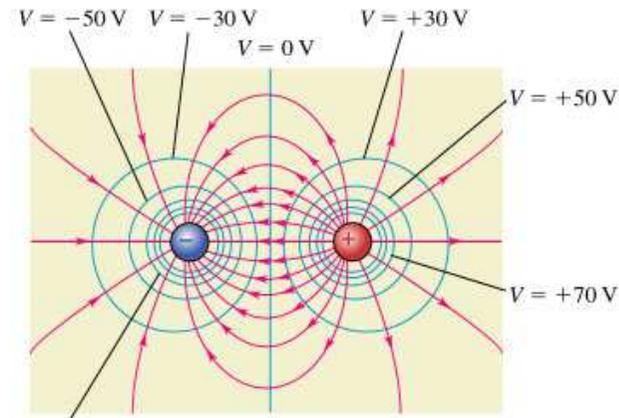
$$\vec{\mathbf{E}} = -\nabla V$$

Equipotential surface

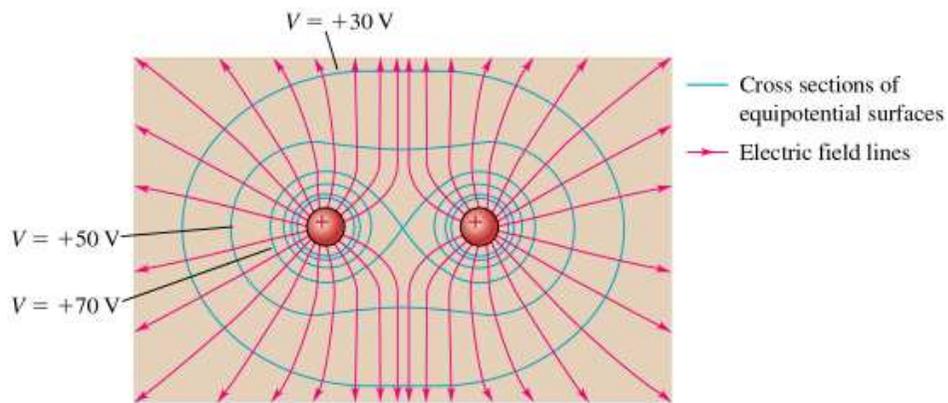
Permukaan ekuipotensial → tempat kedudukan titik-titik yang semuanya mempunyai potensial listrik yang sama



(a) A single positive charge

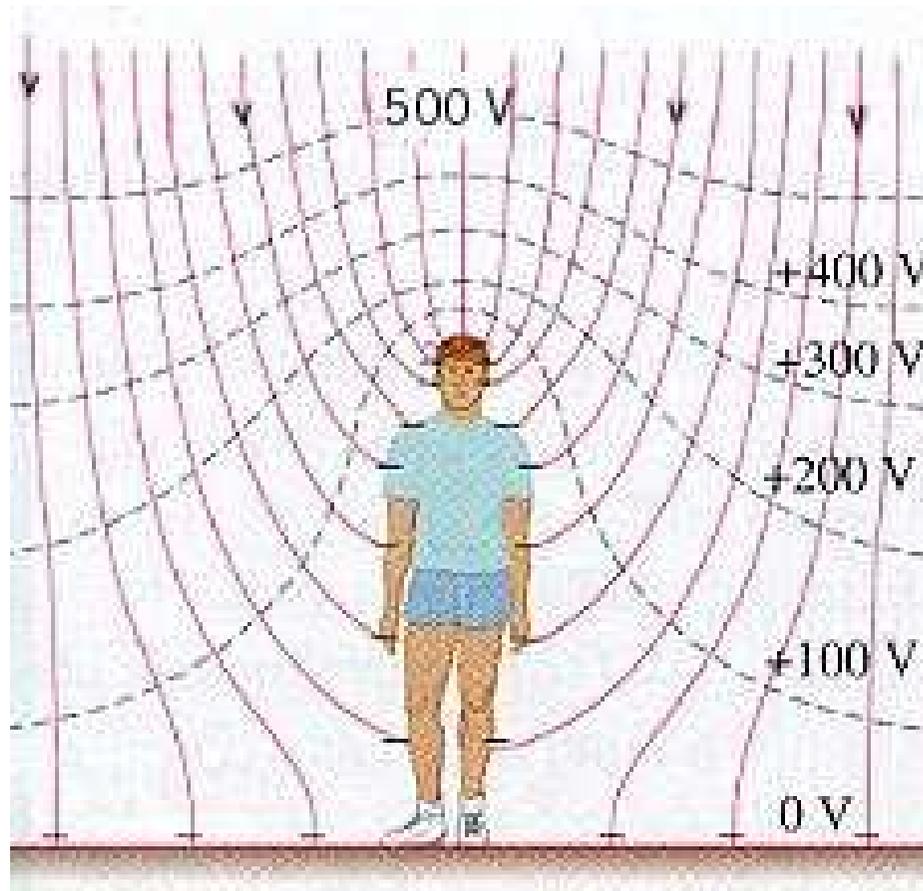


(b) An electric dipole



(c) Two equal positive charges

BIDANG / GARIS EKIPOTENSIAL



Permukaan ekipotensial: potensial sama di semua titik
Garis ekipotensial: garis yang menghubungkan titik titik yang mempunyai potensial sama

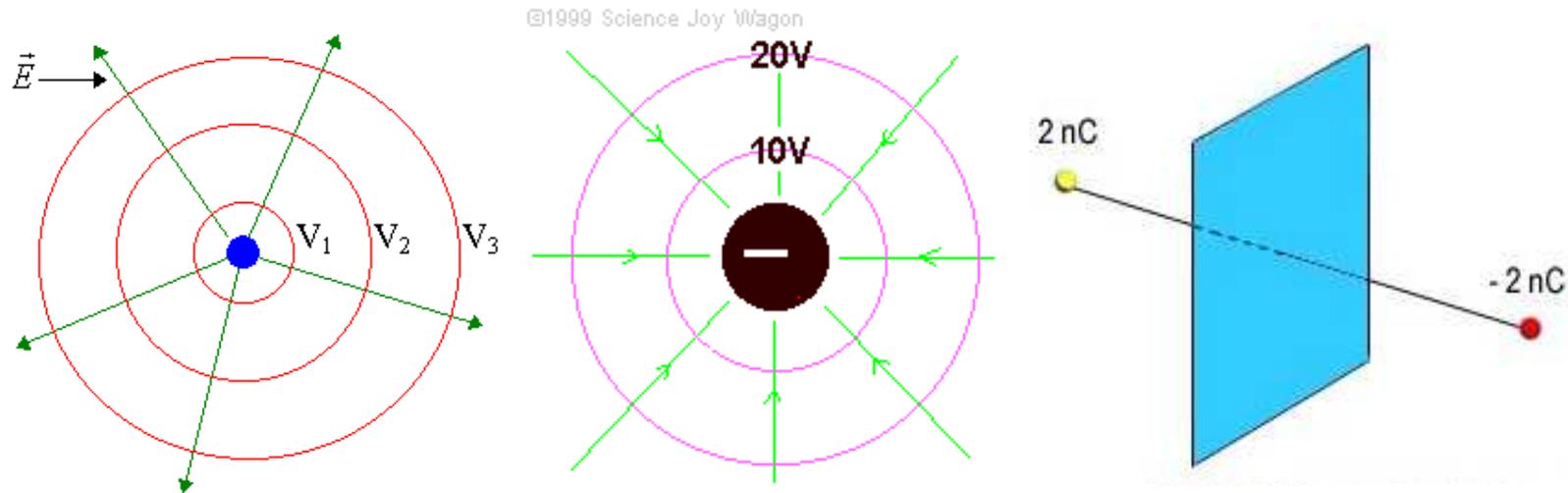
Garis ekipotensial selalu tegak lurus garis medan listrik, jadi selalu tegak lurus gaya yang dialami muatan dititik itu.

Muatan yang bergerak pada garis / bidang ekipotensial, tidak perlu kerja.

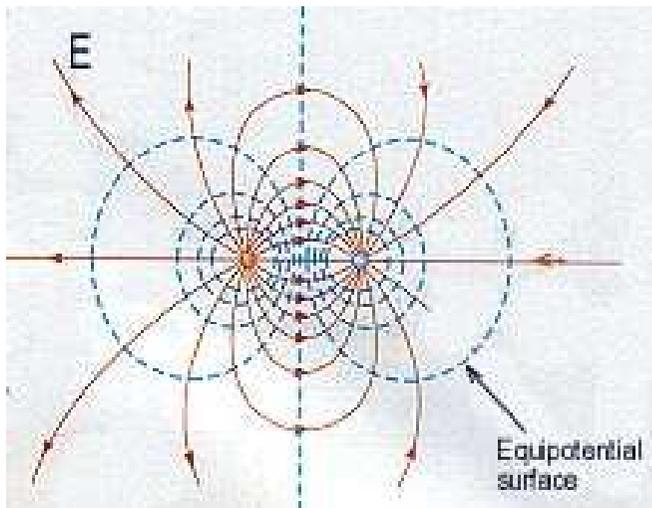
$$-dV / dr = E$$

Untuk daerah yang potensialnya sama, maka medan listrik $E = 0$

Contoh contoh bidang / garis ekipotensial

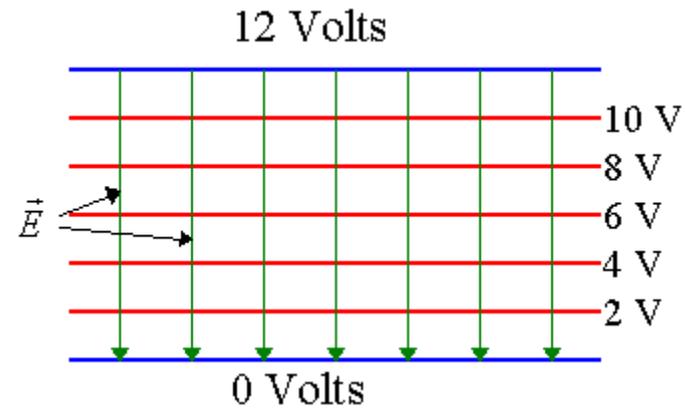
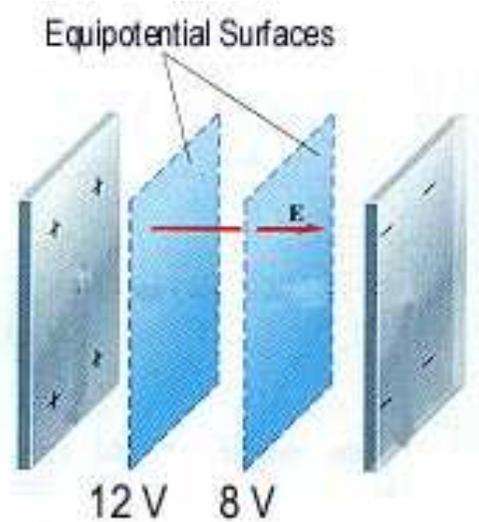


Di sekitar muatan titik



← Di sekitar dipol

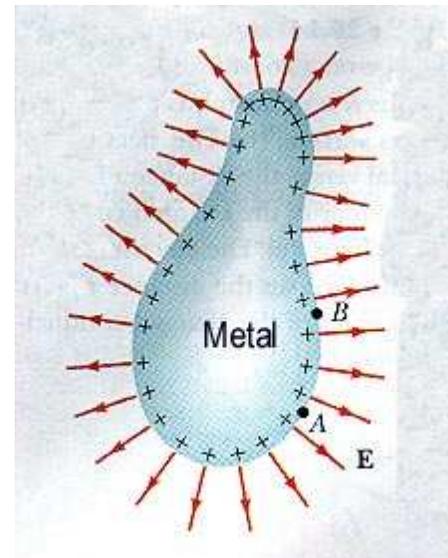
Di antara dua keping sejajar



Dalam logam:

Muatan terkumpul pada permukaan, medan listrik di dalam logam NOL.

Dalam logam: ruang ekipotensial

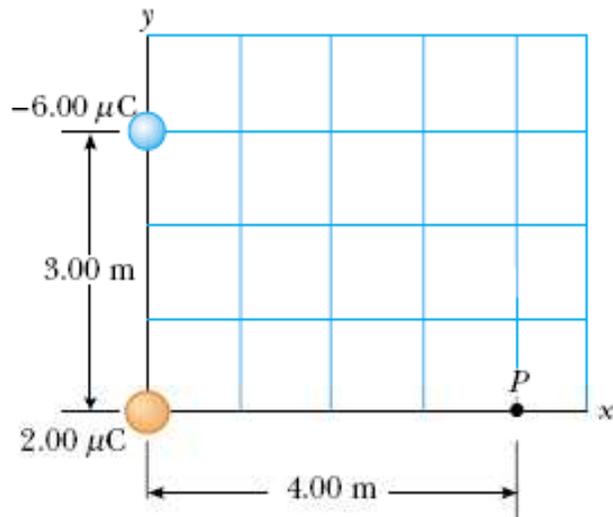


Contoh

Suatu muatan $q_1 = 2.0 \mu\text{C}$ diletakkan di titik asal koordinat dan sebuah muatan $q_2 = -6.0 \mu\text{C}$ diletakkan pada $(0, 3.0)$ m.

- a) Hitung total potensial di titik $P(4.0, 0)$ m karena pengaruh kedua muatan tersebut
- b) Jika sebuah muatan $q_3 = 3.0 \mu\text{C}$ dipindahkan dari tak hingga ke titik P , tentukan perubahan energi potensial dari sistem 2 muatan dan q_3 .

a)



$$V_P = k_e \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$
$$V_P = (8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)$$
$$\times \left(\frac{2.00 \times 10^{-6} \text{ C}}{4.00 \text{ m}} - \frac{6.00 \times 10^{-6} \text{ C}}{5.00 \text{ m}} \right)$$
$$= -6.29 \times 10^3 \text{ V}$$

b)

$$\begin{aligned}\Delta U &= q_s V_P - 0 = (3.00 \times 10^{-6} \text{ C})(-6.29 \times 10^3 \text{ V}) \\ &= -1.89 \times 10^{-2} \text{ J}\end{aligned}$$

Contoh 1 :

Potensial di suatu titik terhadap suatu partikel bermuatan **600 Volt** dan kuat medannya **200 N/C**. Berapa **jarak** titik itu berada dari muatan tersebut.

Contoh 2 :

Tentukan **usaha** yang diperlukan untuk memindahkan muatan positif yang besarnya **10 Coulomb** dari satu titik yang potensialnya **10 Volt** ke suatu titik lain dengan potensial **60 Volt**.

Contoh 3 :

Di dalam sebuah tabung ruang hampa terdapat kutub katoda dan kutub anoda, elektron bergerak dari katoda ke anoda. Beda potensial antara katoda dan anoda adalah **300 Volt**, dan elektron bergerak tanpa kecepatan. Tentukan **kecepatan** elektron pada saat sampai di anoda. (massa elektron = $9,1 \times 10^{-31}$ kg, muatan elektron = $1,6 \times 10^{-19}$ C)

Contoh 4 :

P dan **Q** adalah dua titik yang terletak dalam medan listrik dan jaraknya **0,1 m**. Jika dibutuhkan usaha **500 Joule** untuk memindahkan muatan **2 C** dari **P** ke **Q**, berapakah **beda potensial** antara kedua titik itu?