

Fisika Dasar I (FI-321)

Topik hari ini (minggu 6)

Momentum Linier
dan
Tumbukan



Persoalan Dinamika

Konsep Gaya

Gaya berkaitan dengan perubahan gerak (Hukum Newton)

Besaran-besaran Vektor, jadi Informasi tentang Arah tetap dipertahankan

Konsep Energi

Lebih mudah pemecahannya karena kita hanya bekerja dengan besaran-besaran skalar

Kehilangan informasi tentang arah

Konsep Momentum Dan Impuls

Besaran-besaran Vektor, jadi Informasi tentang Arah tetap dipertahankan

Hk II Newton dalam Bentuk Impuls dan Momentum

Hk II Newton : $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Bila diketahui gaya sebagai fungsi waktu, maka Hk II Newton menjadi :

$$\int_0^t \vec{F} dt = \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

$$\int_0^t \vec{F} dt = \vec{I}$$

Dikenal sebagai **Impuls**

dan

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

sebagai **momentum linier**

Sehingga bentuk integral Hk II Newton menjadi

$$\vec{I} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p}$$

Momentum Linier

- Dari Hukum Newton: Gaya harus hadir untuk mengubah kecepatan sebuah benda (laju dan/atau arah)
- Ingin meninjau efek dari tumbukan dan kaitannya dengan perubahan kecepatan



Bola golf pada awalnya diam, energi kinetik dari tongkat golf ditransfer untuk menghasilkan gerak dari bola golf (mengalami perubahan kecepatan)

- Untuk menjelaskannya digunakan konsep momentum linier

$$\text{Momentum Linier} = \text{massa} \times \text{kecepatan}$$

skalar

vektor

Momentum (lanjutan)

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- ▶ **Besaran Vektor**, arah momentum sama dengan arah kecepatan
- ▶ Diaplikasikan dalam gerak dua dimensi menjadi:

$$p_x = mv_x \text{ dan } p_y = mv_y$$

**Besar momentum: bergantung pada massa
bergantung pada kecepatan**

Impuls

- ▶ Untuk **mengubah** momentum dari sebuah benda (misal bola golf), sebuah **gaya harus hadirkan**
- ▶ **Laju perubahan momentum sebuah benda sama dengan gaya neto yang bekerja pada benda tsb**

- $$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{m(\vec{v}_f - \vec{v}_i)}{\Delta t} = m \vec{a} \text{ atau : } \Delta \vec{p} = \vec{F}_{\text{net}} \Delta t$$

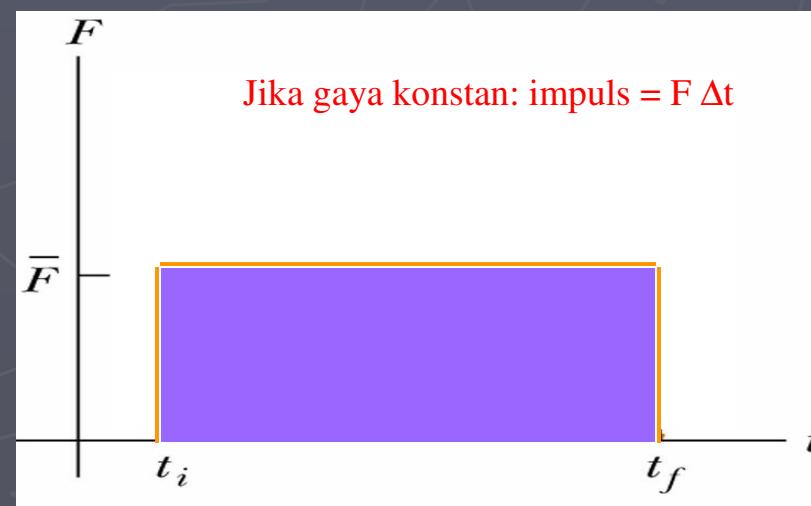
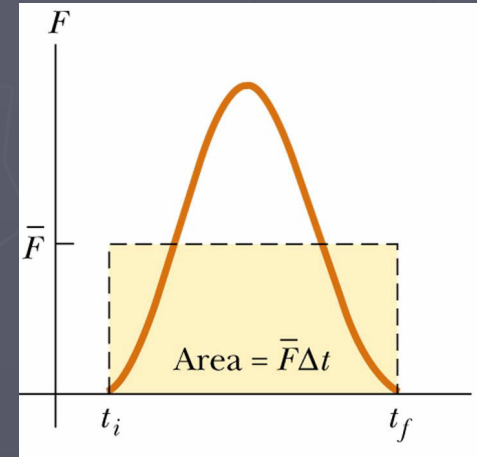
- Memberikan pernyataan lain Hukum II Newton
- $(F \Delta t)$ didefinisikan sebagai **impuls**
- Impuls adalah **besaran vektor**, arahnya sama dengan arah gaya

Interpretasi Grafik dari Impuls

- Biasanya gaya tidak konstan (bergantung waktu)

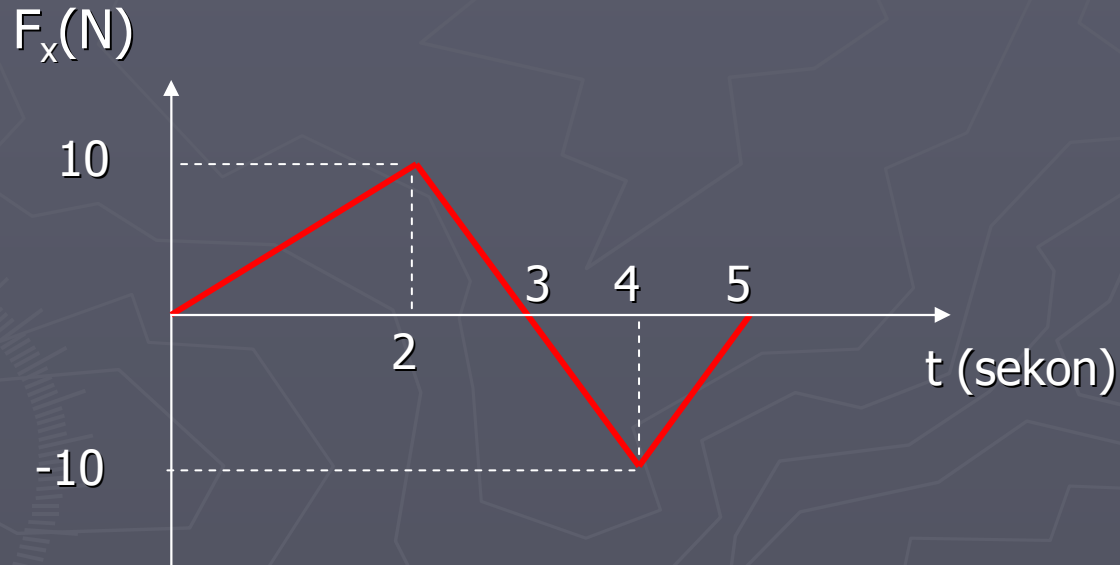
$$\text{impuls} = \sum_{\Delta t_i} \bar{F}_i \Delta t_i = \text{luas di bawah kurva } F(t)$$

- Jika gaya tidak konstan, gunakan *gaya rata-rata*
- Gaya rata-rata dapat dikatakan sebagai gaya konstan yang memberikan impuls yang sama pada benda dalam selang waktu seperti pada gaya sebenarnya (bergantung waktu)



Latihan 1

Sebuah benda yang bermassa 5 kg mula-mula bergerak dengan kecepatan $\vec{v}_0 = 2\hat{i} + 3\hat{j} \text{ m/s}$, kemudian mengalami gaya dengan komponen x berubah terhadap waktu seperti pada gambar, dan komponen y yang berubah terhadap waktu menurut $F_y = 4t \text{ N}$



Tentukanlah:

- Impuls yang dialami benda antara $t=0$ dan $t=5$ s!
- Momentum linier dan kecepatannya saat $t=5$ s!
- Gaya rata-rata yang dialami benda selama 5 s tersebut!

Contoh: Impuls diaplikasikan pada Mobil

- ▶ Faktor terpenting adalah waktu benturan atau waktu yang diperlukan pengemudi/penumpang untuk diam
 - Ini akan mengurangi kemungkinan kematian pada tabrakan mobil
- ▶ Cara untuk menambah waktu
 - Sabuk pengaman
 - Kantung udara
- ▶ kantung udara menambah waktu tumbukan dan menyerap energi dari tubuh pengemudi/penumpang



Sistem Banyak Partikel

Tinjau sistem yang terdiri dari N buah partikel, momentum total sistem dituliskan

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

Untuk melihat bagaimana evolusi momentum total ini, sebagai ilustrasi kita tinjau sistem yang terdiri dari 3 partikel (N=3)

Gaya-gaya yang bekerja pada partikel 1: $\vec{F}_1^{(e)}, \vec{F}_{12}^{(i)}, \vec{F}_{13}^{(i)}$

Gaya-gaya yang bekerja pada partikel 2: $\vec{F}_2^{(e)}, \vec{F}_{21}^{(i)}, \vec{F}_{23}^{(i)}$

Gaya-gaya yang bekerja pada partikel 3: $\vec{F}_3^{(e)}, \vec{F}_{31}^{(i)}, \vec{F}_{32}^{(i)}$

Hk II Newton partikel 1:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_1^{(e)} + \vec{F}_{12}^{(i)} + \vec{F}_{13}^{(i)}$$

Hk II Newton partikel 2:

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_2^{(e)} + \vec{F}_{21}^{(i)} + \vec{F}_{23}^{(i)}$$

Hk II Newton partikel 3:

$$\frac{d\vec{p}_3}{dt} = \vec{F}_3^{(e)} + \vec{F}_{31}^{(i)} + \vec{F}_{32}^{(i)}$$

Lanjutan Sistem Banyak Partikel

Jumlahkan Hk II Newton pertikel 1, 2 dan 3:

$$\frac{d}{dt} (\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3) = \vec{F}_1^{(e)} + \vec{F}_2^{(e)} + \vec{F}_3^{(e)} + (\vec{F}_{12}^{(i)} + \vec{F}_{21}^{(i)}) + (\vec{F}_{13}^{(i)} + \vec{F}_{31}^{(i)}) + (\vec{F}_{23}^{(i)} + \vec{F}_{32}^{(i)})$$

Ruas kiri adalah laju perubahan momentum total sistem.

Di ruas kanan, gaya-gaya di dalam kurung adalah pasangan aksi-reaksi.

Akhirnya diperoleh:

$$\frac{d}{dt} \vec{P} = \frac{d}{dt} (\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3) = \vec{F}_1^{(e)} + \vec{F}_2^{(e)} + \vec{F}_3^{(e)} = \sum \vec{F}^{(e)}$$

Jadi, evolusi dari momentum total sistem hanya dipengaruhi oleh gaya-gaya luar saja

Pusat Massa Sistem

Momentum total sistem:

$$\begin{aligned}\vec{P} &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_N \vec{v}_N \\ &= m_1 \frac{d\vec{r}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{r}_2}{dt} + \dots + m_N \frac{d\vec{r}_N}{dt} = \frac{d}{dt} (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N)\end{aligned}$$

Bila Massa Total Sistem M ,

$$M = m_1 + m_2 + \dots + m_N = \sum_{i=1}^N m_i$$

Momentum total sistem menjadi:

$$\vec{P} = M \frac{d}{dt} \frac{(m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N)}{M} = M \frac{d}{dt} \vec{R}_{pm} = M \vec{V}_{pm}$$

Momentum total sistem banyak partikel sama dengan momentum sebuah partikel bermassa M (jumlah massa anggota sistem) yang terletak di pusat massanya

Lanjutan Pusat Massa Sistem

Posisi pusat massa sistem adalah:

$$\vec{R}_{pm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{M} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i}$$

Animasi 6-1

Catt:

Persamaan di samping adalah persamaan vektor, jadi kita dapat menuliskannya dalam bentuk komponen.

Secara fisis, pusat massa menunjukkan rata-rata letak massa sistem dan juga menunjukkan posisi tempat seolah-olah massa sistem terkumpul

Untuk sistem yang terdiri dari benda kontinu, pusat massanya dapat dihitung dengan menganggap benda terdiri dari elemen-elemen kecil bermassa dm dan notasi sigma di atas diganti dengan integrasi

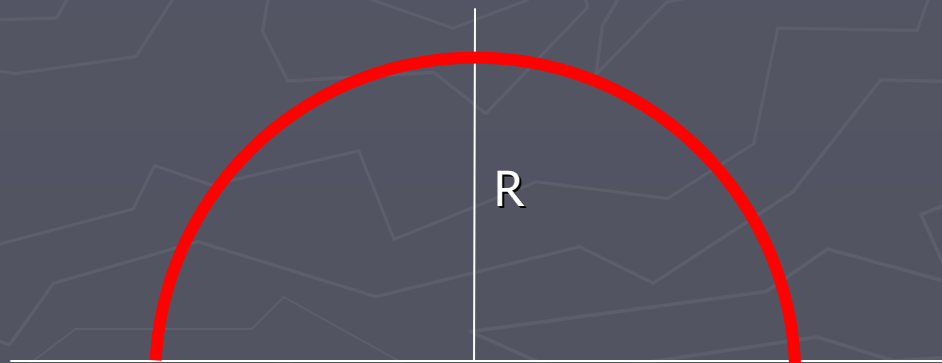
$$\vec{R}_{pm} = \frac{\int \vec{r} dm}{\int dm} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$

Catt:

Persamaan di samping adalah persamaan vektor, jadi kita dapat menuliskannya dalam bentuk komponen.

Latihan 2

1. Empat buah partikel dengan massa dan posisi (x,y) masing-masing sebagai berikut $m_1 = 1$ kg posisi $(0 \text{ m}, 0 \text{ m})$, $m_2 = 2$ kg posisi $(1 \text{ m}, 0 \text{ m})$, $m_3 = 3$ kg posisi $(1 \text{ m}, 1 \text{ m})$, dan $m_4 = 4$ kg posisi $(0 \text{ m}, 1 \text{ m})$. Tentukan posisi pusat massa sistem!
2. Sebuah batang yang panjangnya 10 m terletak pada sumbu x dengan pangkal batang pada posisi $x = 0$ dan ujung batang pada posisi $x = 10$ m. Anggap batang hanya berdimensi satu (x), tentukan posisi pusat massanya apabila!
 - a. Rapat massa batang homogen
 - b. Rapat massa batang merupakan fungsi posisi menurut $\lambda(x) = 6x$ kg/m
3. Tentukan pusat massa sepotong kawat homogen (rapat massa konstan) yang berbentuk setengah lingkaran berjari R !



Gerak Pusat Massa

Momentum total sistem:

$$\vec{P} = M \frac{d}{dt} \frac{(m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N)}{M} = M \frac{d}{dt} \vec{R}_{pm} = M \vec{V}_{pm}$$

Hk II Newton:

$$\frac{d}{dt} \vec{P} = \frac{d}{dt} (M \vec{V}_{pm}) = M \frac{d\vec{V}_{pm}}{dt} = M \vec{a}_{pm} = \sum \vec{F}^{(e)}$$

Pusat massa sebuah sistem bergerak seperti sebuah partikel bermassa $M = \sum m_i$ di bawah pengaruh gaya eksternal yang bekerja pada sistem

Kekekalan Momentum

- Definisi: sebuah sistem terisolasi adalah sistem yang tidak dikenai gaya eksternal padanya

$$\frac{d}{dt} \vec{P} = \frac{d}{dt} (M \vec{V}_{pm}) = M \frac{d\vec{V}_{pm}}{dt} = M \vec{a}_{pm} = \sum \vec{F}^{(e)} = 0$$
$$\frac{d}{dt} \vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{P} = \text{Konstan}$$

Momentum dalam sebuah sistem terisolasi dimana terjadi peristiwa tumbukan adalah konstan

- Tumbukan merupakan kontak fisik antara dua benda (atau lebih)
- Dalam setiap tumbukan, suatu gaya yang relatif besar bekerja pada masing-masing partikel yang bertumbukan dalam waktu yang relatif singkat
- Contoh: "Kontak" dapat timbul dari interaksi elektrostatik

Kekekalan Momentum (lanjutan)

Prinsip kekekalan momentum menyatakan bahwa ketika gaya eksternal neto yang bekerja pada sebuah sistem yang terdiri dari dua benda (atau lebih) yang saling bertumbukan adalah nol, momentum total dari sistem sebelum tumbukan adalah sama dengan momentum total sistem setelah tumbukan

Kekekalan Momentum (lanjutan)

- Secara matematik (untuk sistem yang terdiri dua partikel):

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

- Momentum adalah konstan untuk *sistem* benda
- Sistem mencakup semua benda yang saling berinteraksi satu dengan yang lainnya
- Diasumsikan hanya gaya internal yang bekerja selama terjadi tumbukan
- Dapat digeneralisasi untuk jumlah benda lebih dari dua

Animasi 6.3

Jenis Tumbukan (lanjutan)

▶ Tumbukan Elastik (Lenting Sempurna)

- Momentum dan Energi kinetik kekal

Animasi 6.4

▶ Tumbukan Inelastik (Tidak Lenting)

- Momentum kekal sedangkan Energi kinetik tidak kekal
 - ▶ Diubah menjadi jenis energi yang lain seperti panas, suara

$$EK_i = EK_f + \text{energi hilang}$$

- Tumbukan inelastik sempurna (tidak lenting sama sekali) terjadi ketika setelah tumbukan benda saling menempel
 - ▶ Tidak semua energi kinetik hilang
- Tumbukan inelastik sebagian (tidak lenting sebagian), terjadi antara elastik dan inelastik sempurna (tumbukan yang sebenarnya)

Animasi 6.5

Tumbukan 1 Dimensi

- ➔ Tumbukan elastik sempurna, inelastik sempurna, inelastik sebagian
- ➔ **Koefisien restitusi e** merupakan ukuran keelastikan suatu tumbukan, didefinisikan sebagai rasio antara kelajuan saling menjauh relatif dan kelajuan saling mendekat relatif

$$e = -\frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{2i} - v_{1i}}$$

Tumbukan 2 dan 3 Dimensi

- ➔ Tumbukan elastik sempurna, inelastik sempurna, inelastik sebagian

Strategi Pemecahan Masalah Tumbukan 2 & 3 Dimensi

- ➔ Uraikan kekekalan momentum dalam tiap komponen
- ➔ Terapkan hukum kekekalan energi untuk kasus tumbukan elastik sempurna

Latihan 3

1. Sebuah benda bermassa $m_1 = 2 \text{ kg}$ bergerak dengan kecepatan $\mathbf{v}_1 = (3 \mathbf{i}) \text{ m/s}$. Benda lain bermassa $m_2 = 4 \text{ kg}$ bergerak dengan kecepatan $\mathbf{v}_2 = (3 \mathbf{i} + 6 \mathbf{j}) \text{ m/s}$. Kedua benda bertumbukan dan tetap bersatu setelah tumbukan. Hitunglah
 - a. Kecepatan kedua benda setelah bertumbukan!
 - b. Energi kinetik benda sebelum dan sesudah tumbukan!

2. Sebuah bola bilyar bergerak dengan kecepatan $\mathbf{u}_1 = (4 \mathbf{i}) \text{ m/s}$. Bola menumbuk bola lain yang identik dalam keadaan diam. Setelah tumbukan, bola pertama membentuk sudut 30° dengan arah semula. Bila tumbukan bersifat elastik sempurna, tentukan kecepatan masing-masing bola setelah tumbukan.

Kerangka Acuan Pusat Massa

$$\frac{d}{dt} \vec{P} = \frac{d}{dt} (M \vec{V}_{pm}) = M \frac{d\vec{V}_{pm}}{dt} = M \vec{a}_{pm} = \sum \vec{F}^{(e)} = 0$$
$$\frac{d}{dt} \vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{P} = \text{Konstan}$$

- ▶ Jika gaya eksternal neto sama dengan nol, maka **kecepatan pusat massa konstan**
- ▶ Dipilih sistem koordinat dengan titik asal di pusat massa (**Kerangka acuan pusat masa**)
- ▶ Kerangka acuan pusat massa dinamakan juga **kerangka acuan momentum nol**

Contoh

Sistem dua partikel, dimana m_1 bergerak dengan kecepatan \vec{v}_1 dan m_2 bergerak dengan kecepatan \vec{v}_2 .

Kecepatan pusat massa:
$$\vec{V}_{pm} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Kecepatan-kecepatan dalam kerangka pusat massa:

$$\vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \vec{V}_{pm}$$
$$\vec{u}_2 = \vec{v}_2 - \vec{V}_{pm}$$

Energi Kinetik Sistem Partikel

- Energi kinetik sistem partikel adalah jumlah energi kinetik masing-masing partikel

$$\begin{aligned} K &= \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_i \cdot \vec{v}_i) = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\vec{V}_{pm} + \vec{u}_i) \cdot (\vec{V}_{pm} + \vec{u}_i) \\ &= \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{V}_{pm}^2 + \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{u}_i^2 + V_{pm} \cdot \sum_i m_i \vec{u}_i \\ &= \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{V}_{pm}^2 + \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{u}_i^2 = \frac{1}{2} M \vec{V}_{pm}^2 + \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{u}_i^2 \end{aligned}$$

- Suku pertama adalah energi kinetik yang berhubungan dengan gerakan pusat massa dan suku kedua adalah energi kinetik sistem partikel relatif terhadap pusat massa

PR

Buku Tipler

Hal 258-259 no: 52, 54, 58

Hal 260 no: 78



Gerak dengan Massa Berubah

Hukum II Newton :

$$\sum \vec{F}_{eksternal} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(M\vec{v}) = M \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dM}{dt}$$

- Ruas kiri menyatakan resultan gaya-gaya luar yang bekerja pada sistem
- Suku pertama ruas kanan menyatakan perubahan momentum sistem akibat perubahan kecepatannya
- Suku kedua ruas kanan menyatakan perubahan momentum sistem akibat perubahan massanya

Dorongan Roket

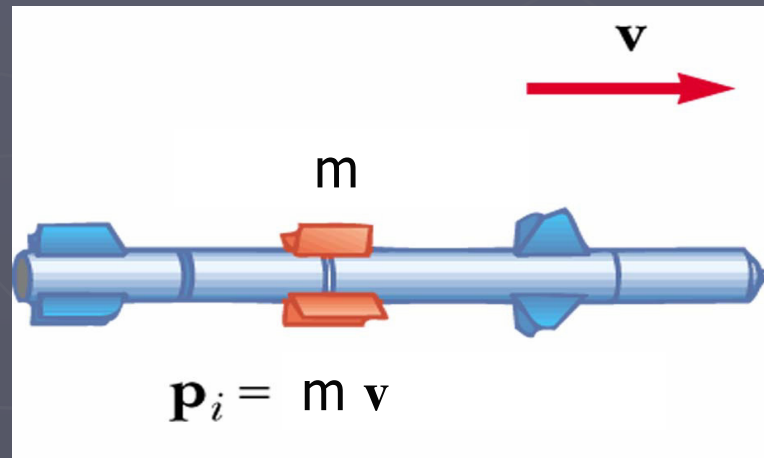
- ▶ Prinsip roket berdasarkan pada **hukum kekekalan momentum** yang diaplikasikan pada sebuah sistem, dimana sistemnya adalah roket sendiri ditambah bahan bakar
 - Berbeda dengan dorongan yang terjadi di permukaan bumi dimana dua benda saling mengerjakan gaya satu dengan yang lain
 - ▶ Jalan pada mobil
 - ▶ Rel pada kereta api

Dorongan Roket (lanjutan)

- ▶ Roket dipercepat sebagai hasil dari hantakan buangan gas
- ▶ Ini merepresentasikan kebalikan dari tumbukan inelastik
 - Momentum kekal
 - Energi kinetik bertambah

Dorongan Roket (lanjutan)

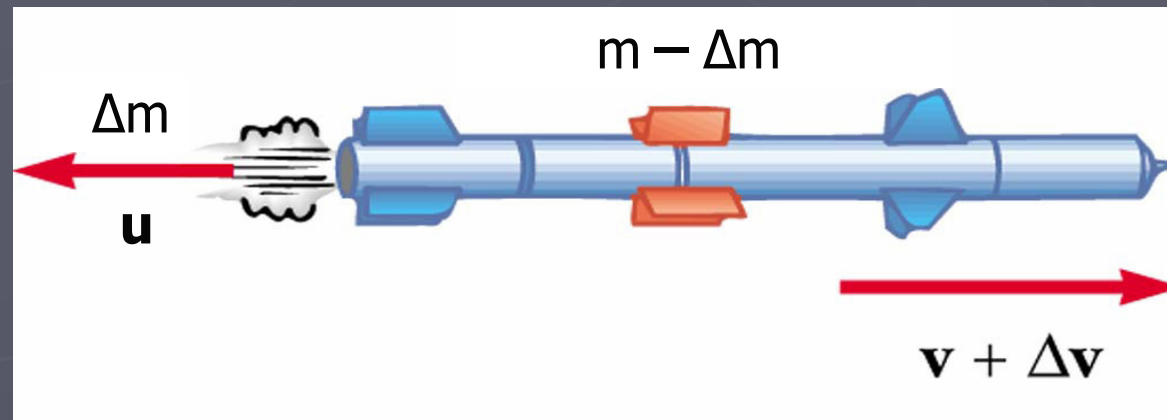
Pada saat t :



- ▶ Massa awal roket (+ bahan bakar) adalah m
- ▶ Kecepatan awal roket adalah \mathbf{v}
- ▶ Momentum awal sistem $\mathbf{P}_i = m \mathbf{v}$

Dorongan Roket (lanjutan)

Pada saat $t + \Delta t$:



- ▶ Massa roket sekarang adalah $m - \Delta m$
- ▶ Massa gas yang keluar Δm
- ▶ Kecepatan roket bertambah menjadi $v + \Delta v$
- ▶ Momentum akhir sistem $P_f =$ momentum roket + momentum gas buang

$$P_f = (m - \Delta m) (v + \Delta v) + \Delta m u$$

Dorongan Roket (lanjutan)

$$\mathbf{P}_f - \mathbf{P}_i = m \Delta \mathbf{v} + \Delta m [\mathbf{u} - (\mathbf{v} + \Delta \mathbf{v})] = \mathbf{F}_{\text{eks}} \Delta t$$

$$\mathbf{F}_{\text{eks}} = m \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} + \frac{\Delta m}{\Delta t} [\mathbf{u} - (\mathbf{v} + \Delta \mathbf{v})]$$

$$\text{Limit } \Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta \mathbf{v} \rightarrow 0 \text{ dan } \frac{\Delta m}{\Delta t} = -\frac{dm}{dt}$$

$$\mathbf{F}_{\text{eks}} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \frac{dm}{dt} [\mathbf{u} - \mathbf{v}] = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \frac{dm}{dt} \mathbf{v}_{\text{relatif}}$$

$$\mathbf{F}_{\text{eks}} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{v} \frac{dm}{dt} - \mathbf{u} \frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} (m \mathbf{v}) - \mathbf{u} \frac{dm}{dt}$$

Dorongan Roket (lanjutan)

Persamaan umum gerak roket :

$$\mathbf{F}_{\text{eks}} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \frac{dm}{dt} \mathbf{v}_{\text{relatif}}$$

$\mathbf{v}_{\text{relatif}}$ = Kecepatan gas yang keluar relatif terhadap roket

$$\frac{dm}{dt} = \textit{Laju pembakaran gas}$$

$$\frac{dm}{dt} \mathbf{v}_{\text{relatif}} = \textit{Gaya dorong}$$

Latihan

1. Sebuah roket bergerak dalam ruang bebas tanpa medan gravitasi dengan kecepatan awal $\mathbf{v}_0 = 500 \hat{i}$ m/s. Roket menyemburkan gas dengan laju relatif terhadap roket sebesar 1000 m/s dalam arah berlawanan gerak roket.
 - a. Berapa kecepatan akhir roket ketika massanya tinggal $\frac{1}{2}$ kali semula!
 - b. Berapa besar gaya dorong selama perjalanan bila laju pembakaran gas 10 kg/s
2. Roket bermassa 6000 kg disiapkan untuk peluncuran vertikal. Jika laju semburannya 1000 m/s, berapakah banyaknya gas yang harus disemburkan tiap detik agar dapat diperoleh dorongan yang dibutuhkan untuk:
 - a. mengatasi berat roket!
 - b. memberikan percepatan awal pada roket sebesar 20 m/s^2 !