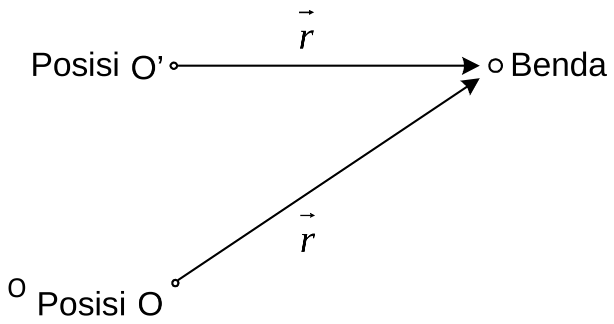
SP FISDAS I

Perihal : Matriks, pengulturan, dimensi, dan sebagainya. Bisa baca sendiri di tippler..!!

KINEMATIKA : Gerak benda tanpa diketahui penyebabnya (cabang dari ilmu mekanika)

DINAMIKA : Pengaruh lingkungan terhadap gerak suatu system (berupa gaya)

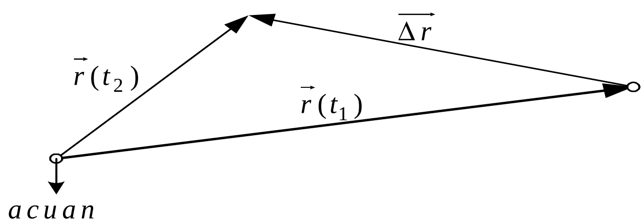
- Pembahasan kali ini yaitu mekanika suatu benda titik. Benda titik tersebut adalah benda yang ukurannya dapat diabaikan terhadap ukuran yang lainnya. Apabila benda tersebut tidak berupa titik, maka dapat diwakilkan oleh gerak benda titik asalkan bersifat tegar dan tidak berotasi.
- Konsep Gerak
  - Benda bergerak → posisinya berubah
  - Posisi benda dinyatakan realatif terhadap suatu acuan yang dapat dipilih bebas
  - Vektor posisi adalah vector dimana posisi dinyatakan oleh sebuah vector dari titik acuan ke letak benda tersebut



O dan O' adalah acuan yang berbeda. Acuan yang beda menyebabkan vektor posisi yang berbeda juga.

- Perpindahan ($\Delta\vec{r}$)

  Vektor perpindahan adalah selisih dari vektor posisi.



$\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$ (tidak bergantung pada titik acuan)

- Kecepatan

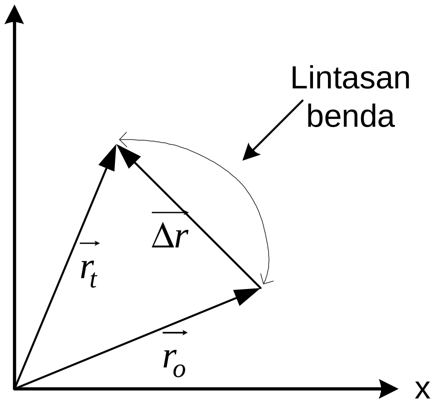
  Vektor perpindahan ($\overrightarrow{\Delta r}$) tidak menceritakan bentuk lintasan maupun berapa cepat benda berpindah.

  Kecepatan rata-rata adalah hasil bagi vector perpindahan dengan selang waktu yang dibutuhkan untuk berpindah.

  Secara matematis kecepatan rata-rata $\vec{v} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1}$, Δt skalar, arah ($\vec{v}$) searah dengan $\overrightarrow{\Delta r}$

  ($\vec{v}$) menceritakan berapa cepat pindah dari posisi 1 ke posisi 2 tetapi tidak menceritakan gerak benda secara rinci.

Untuk mendapatkan gambaran gerak secara rinci selang Δt yang ditinjau harus dibuat lebih kecil.



Selang Δt dibuat sekecil mungkin, maka vektor perpindahan cukup mendekati lintasan gerak yang sesungguhnya. $\overrightarrow{\Delta r}$ akan berimpit dengan lintasan sesungguhnya $\Delta t \to 0$

Kecepatan rata-rata dalam selang $\Delta t \to 0$ disebut kecepatan sesaat (lintasan melengkung)

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t_o + \Delta t) - \vec{r}(t_o)}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{dr}}{dt}$$

Dalam koordinat kartesian :

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{dr}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\imath} + \frac{dy}{dt}\hat{\jmath} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

Laju rata-rata bukan merupakan besar kecepatan rata-rata :

$v = \frac{panjang\ lintasan}{selang\ waktu}$

Contoh soal :

1. Sebuah benda bergerak melingkar penuh. Tentukan kecepatan rata-rata dan laju rata-rata?
2. Sebuah benda bergerak sepanjang garis lurus dari A ke B dengan laju 60 km/jam dan kembali dari B ke A dengan laju 120 km/jam. Tentukan kecepatan rata-rata dan laju rata-ratanya!

Jawab :

1. Kecepatan rata-rata $= \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = 0$

   $= 0$

   Laju rat-rata $= \frac{2\pi r}{\Delta t}$

2. Kecepatan rata-rata $= \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = 0$

   Laju rata-rata $= \frac{panjang\ lintasan}{selang\ waktu} = \frac{2AB}{t_1 + t_2} = \frac{2AB}{\frac{AB}{60} + \frac{AB}{120}} = \frac{2}{3} \times 120$

   $= 80\ {}^{km}/_{jam}$

- Percepatan

Kecepatan suatu benda dikatakan tetap apabila laju dan arahnya tetap. Bila salah satunya berubah (atau dua-duanya), maka kecepatan tidak lagi tetap.

Benda yang kecepatannya tetap pasti bergerak lurus, sehingga pada benda yang bergerak melingkar dengan laju konstan, kecepatannya berubah karena arahnya berubah-ubah.

Benda yang kecepatannya berubah akan mengalami percepatan. Percepatan rata-rata $(\vec{a})$ didefinisikan sebagai perubahan kecepatan dibagi selang waktu.

$$(\vec{a}) = \frac{\overrightarrow{\Delta \mathrm{v}}}{\Delta \mathrm{t}}$$

Sama dengan prinsip kecepatan sesaat, percepatan sesaat :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t_t + \Delta t) - \vec{v}(t_i)}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{dv}}{dt}$$

Bila percepatan diberikan yang dapat diperoleh hanyalah selisih kecepatan. Kecepatan sebenarnya hanya dapat diperoleh bila diketahui kecepatan mula-mula.

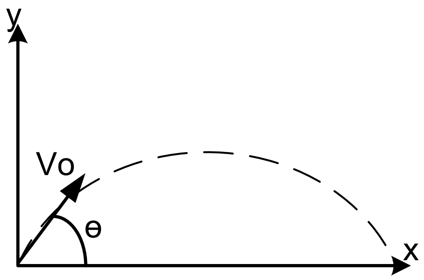
Serupa dengan diatas bila diketahui kecepatan, maka dapat diperoleh selisih posisi (perpindahan), posisi sesungguhnya hanya dapat diketahui bila posisi awal diberikan.

Kinematika Dua Dimensi dan Tiga Dimensi

➢ **<u>Gerak Parabola</u>**

Jika sebuah benda diberikan kecepatan awal tertentu dan arahnya membentuk sudut terhadap horizontal yang asumsinya *tidak ada gesekan udara* juga *mengabaikan rotasi bumi*, maka lintasan yang dibentuk adalah parabola.

Gerak parabola dapat dijelaskan dalam system koordinat kartesian 2-D



Selama bergerak benda hanya mengalami percepatan gravitasi konstan.

Tinjau kinematika tiap komponen :

- Arah x
  - Dalam arah x, percepatan benda = 0 sehingga jenis geraknya termasuk GLB
  - Kecepatan awal dalam arah x ; $Vox = Vo \cos \theta$
  - Perpindahan dalam arah x ; $\Delta x = Vox\,.\,t$

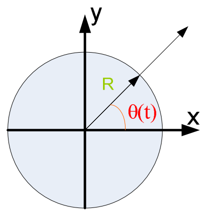
$$Vo\ cos\theta\ .\ t$$

- Arah y
  - Dalam arah y, percepatan benda konstan yaitu percepatan gravitai, sehingga jenis gerak dalam arah y adalah GLBB
  - Kecepatan awal dalam arah y ; $Voy = Vo \sin \theta$
  - Perpindahan dalam arah y ; Δy

$\Delta y = Voy\,.\,t + \frac{1}{2}at^2$ dengan mengetahui bahwa $a = -g$ maka

$\Delta y = Vosin\theta\,.\,t - \frac{1}{2}gt^2$ dengan $g = 9{,}8\ {}^{m}/_{s^2}$

- **<u>Gerak Melingkar</u>**



Dalam koordinat kartesian :

$\vec{r}(t) = \; X\hat{\imath} + yj$ vektor posisi

$= Rcos\theta \; \hat{\imath} + Rsin\theta\hat{\jmath}$

- kecepatan

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx}{dt}\;\hat{\imath} + \frac{dy}{dt}\hat{\jmath}$$

$$= \frac{d}{dt}\;Rcos\theta\;\hat{\imath} + \frac{d}{dt}\;Rsin\theta\hat{\jmath}$$

$$= -Rsin\theta\;\frac{d\theta}{dt}\;\hat{\imath} + \;Rcos\theta\;\frac{d\theta}{dt}\hat{\jmath}$$

- percepatan

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2x}{dt^2}\;\hat{\imath} + \frac{d^2y}{dt^2}\;\hat{\jmath}$$

$$= -Rcos\theta(\dot{\theta})^2\hat{\imath} + \;Rsin\ddot{\theta}\hat{\imath} + \;(-)Rsin\theta(\dot{\theta})^2\hat{\jmath} + \;Rcos\theta\ddot{\theta}\hat{\jmath}$$

Dalam koordinat polar :

$\hat{r} = cos\theta\hat{\imath} + \; sin\theta\hat{\jmath} \;\rightarrow\; \lfloor\hat{r}\rfloor = \sqrt{cos^2\theta + \;sin^2\theta} = \sqrt{1} = \;-1$

$\hat{\theta} = sin\theta\hat{\imath} + \;cos\theta\hat{\jmath}$

- posisi : $\vec{r}(t) = R\hat{r}$
- kecepatan : $\vec{v}(t) = R\dot{\theta}\hat{\theta}$
- percepatan : $\vec{a}(t) = R\ddot{\theta}\hat{\theta} - \;R\dot{\theta}^2$

$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \;\omega \rightarrow$ satuan rad / s (360^o = 2π rad)

$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{dw}{dt} = \propto$ (percepatan sudut)

- kecepatan : $\vec{v} = \;\omega R\;\hat{\theta}$
- percepatan : $\vec{a} = \propto R\hat{\theta} + \;\omega^2 R$

$= \;a_\tau\;\hat{\theta} + \;a_{sp}\;\hat{r}$

$\propto = percepatan\;sudut$

$a_\tau = percepatan\;tangensial = \propto R$

$a_{sp} = percepatan\;sentripetal = \;\omega^2 R$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \rightarrow \Delta\theta = \int \omega dt$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \propto \rightarrow \Delta\omega = \int \propto dt$$

- $kasus \ \propto = 0$

$\Delta\omega = 0 \rightarrow \omega \ tetap$

GMB → percepatan sentripetal ($\omega^2 R$)

persamaan : $\Delta\theta = \omega t$

jadi untuk GMB hanya ada a_{sp}

- kasus $\propto = konstan$ ($\neq 0$)

GMBB → $\Delta\omega = \omega t - \omega o = \propto t$

$\Delta\theta = \int (\omega o + \propto t) \, dt$

$\Delta\theta = \omega o t + \frac{1}{2} \propto t^2$

$untuk \ GMBB \ a_\tau \ dan \ a_{sp} \ ada$

- $\vec{a}total = a_\tau \hat{\theta} + a_{sp} (- \hat{r})$

$\lfloor \vec{a}total \rfloor = \sqrt{{a_\tau}^2 + {a_{sp}}^2}$

Dinamika

Gerak + penyebabnya

↓

Lingkungan

↓

Gaya → Tarikan atau Dorongan

↓

Bersentuhan + tidak bersentuhan

❖ Hukum I Newton

$\sum \mathbf{F} = 0$

"Benda akan tetap diam atau bergerak dengan kecepatan konstan jika Resultan gaya yang bekerja pada benda adalah 0"

Benda memiliki sifat kelembaman/ kemalasan (susah untuk merubah keadaan gerak)

Ukuran dari sifat kelembaman dinamakan Massa Inersia

Kecepatannya konstan berada pada lintasan lurus (Konstan dan diamnya itu relatif terhadap kerangka acuan tertentu).

Kerangka acuan dimana Hukum I Newton berlaku dinamakan kerangka acuan "Inersial" (kerangka acuan yang tidak dipercepat a = 0)

❖ Hukum II Newton

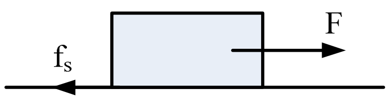
$\sum \mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$

$\sum \mathbf{F} =$ Gaya- gaya yang bekerja pada benda

1. Gaya gravitasi (gaya berat) $\mathbf{W} = m\,g$
2. Gaya kontak
   - Gaya Normal
   - Gaya Gesek

- Gaya gesek Statis : Gaya gesek yang bekerja pada benda untuk mempertahankan agar benda diam pada saat tepat saat akan bergerak

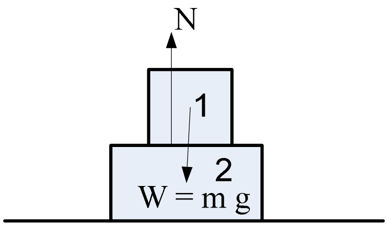
  $\boldsymbol{f_s} = \mu_s \boldsymbol{N}$ dengan $\mu_s = koefisien\ gesek\ statis$ dan **N** = gaya normal



- Gaya gesek kinetis : Gaya gesek yang bekerja pada benda ketika benda itu bergerak.

  $\boldsymbol{f_k} = \mu_k \boldsymbol{N}$ dengan $\boldsymbol{\mu_k} = koefisien\ gesek\ kinetis$ dan **N** = gaya normal

- Gaya Normal : Gaya yang bekerja pada benda yang arahnya tegak lurus permukaan kontak contoh :



Pada gambar N adalah gaya yang bekerja pada benda 1 oleh permukaan benda 2

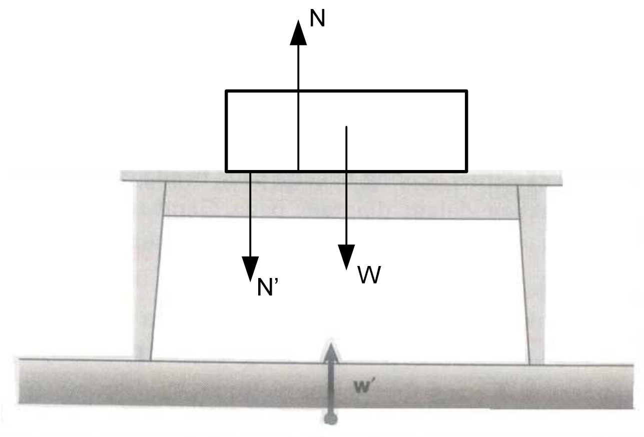
❖ Hukum III Newton

"Setiap ada gaya aksi pasti ada gaya reaksi"

Maksud hukum III Newton itu

Gaya pada benda 1 oleh benda 2 >< Gaya pada benda 2 oleh benda 1

Contoh :



Pada gambar di atas

Seringkali kita keliru dalam menentukan pasangan aksi reaksi, kita sering menyebutkan bahwa **W** adalah pasangan aksi reaksi **N** itu salah karena **W** bukan pasangan aksi reaksi **N** melainkan pasangan aksi reaksinya adalah **N** >< **N'** dan **W** >< **W'**

W = Gaya yang bekerja pada benda m oleh bumi

N = Gaya yang bekerja pada m oleh permukaan meja

W' = Gaya yang bekerja pada bumi oleh benda m

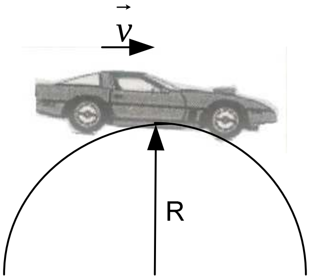
N' **=** Gaya yang bekerja pada meja oleh benda m

Ciri pasangan aksi reaksi :

1. Besarnya sama
2. Arahnya berlawanan
3. Bekerja pada 2 benda yang berbeda
4. Jika yang satu hilang maka pasangan gayanya akan hilang juga.

Gerak Melingkar

Tinjau sebuah benda bergerak dengan laju konstan pada lintasan melingkar.



Hukum II Newton $\sum F = m\,\boldsymbol{a}$

$$\sum \mathbf{F} = m\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}$$

Karena bergerak melingkar untuk laju konstan maka $\propto = 0$ jadi

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a_\tau}\widehat{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{a_r}(-\hat{\boldsymbol{r}})$$

$= (\propto R)\hat{\theta} + \frac{v^2}{R}(-\hat{r})$ karena laju konstan maka tidak ada percepatan (ω nya tetap)

Maka gaya- gaya yang arahnya menuju atau menjauhi pusat lingkaran adalah

$$\sum \boldsymbol{F} = m\frac{v^2}{R}(-\hat{r})$$

Contoh dalam beberapa kasus :

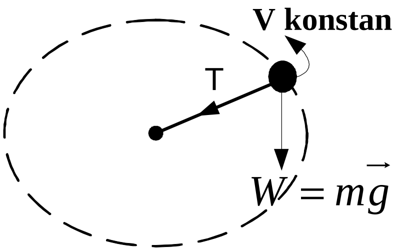
1. Benda dengan massa m diikat dengan tali diputar dalam bidang horizontal

   Hukum II Newton :

   $\sum \boldsymbol{F} = m\frac{v^2}{R}(-\hat{r})$

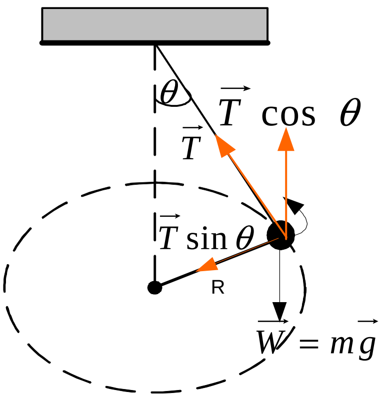
   $\mathbf{T}(-\hat{\mathrm{r}}) = \mathrm{m}\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}(-\hat{r})$

   $\mathbf{T} = \mathrm{m}\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}$



   Dalam kasus 1 ini tegangan tali berperan sebagai gaya sentripetal

2. Kasus 2



Hukum II Newton :

$\sum \boldsymbol{F_x} = m\frac{v^2}{R}(-\hat{r})$

$\mathbf{T}\sin\theta\ (-\hat{\mathrm{r}}) = \mathrm{m}\frac{v^2}{R}(-\hat{r})$

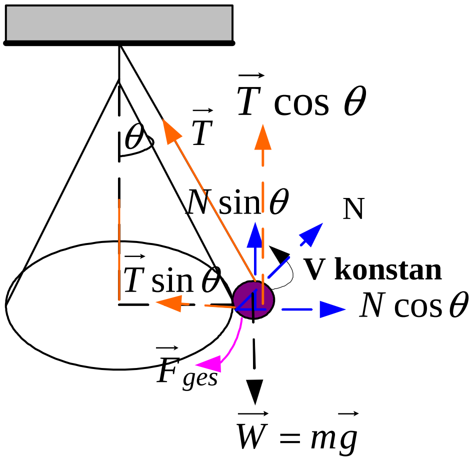
$\mathbf{T}\sin\theta = \mathrm{m}\frac{v^2}{R}$

$\sum \boldsymbol{F_y} = 0$

$\boldsymbol{T}\cos\theta\ (\hat{j}) + m\boldsymbol{g}(-\hat{j}) = 0$

$\boldsymbol{T}\cos\theta = m\,\boldsymbol{g}$

3. Dalam kasus 3 ini benda berada dipermukaan kerucut (ada permukaan yang kontak dengan benda)



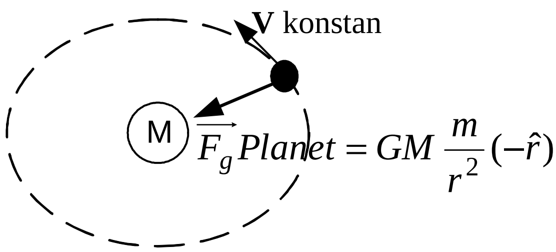
Hukum II Newton :

$$\sum \boldsymbol{F_x} = m\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}\ (-\hat{r})$$

$$\mathbf{T}\sin\theta\ (-\hat{r}) + \mathbf{N}\cos\theta\ (\hat{r}) = \mathrm{m}\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}\ (-\hat{r})$$

$$\mathbf{T}\sin\theta + \mathbf{N}\cos\theta = \mathrm{m}\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}$$

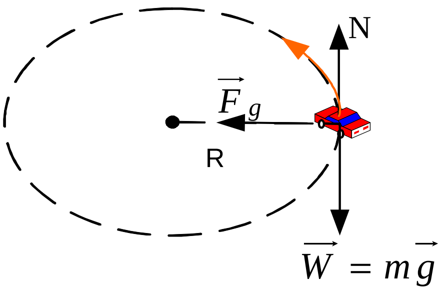
4. Kasus 4 Gerak planet mengelilingi matahari



$$\sum \boldsymbol{F} = m\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}\ (-\hat{r})$$

$$GM\frac{m}{R^2}(-\hat{r}) = m\frac{v^2}{R}(-\hat{r})$$

5. Gerak mobil di tikungan yang datar dan kasar



$$\sum \boldsymbol{F} = m\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}\ (-\hat{r})$$

$$\sum \boldsymbol{F_g}(-\hat{\boldsymbol{r}}) = m\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}\ (-\hat{r})$$

$$\boldsymbol{F_g} = m\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}$$

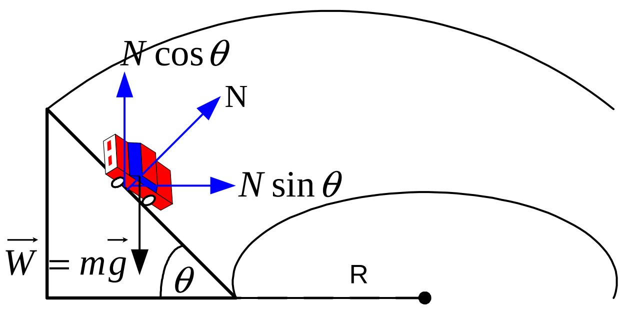
$$\sum \boldsymbol{F_y} = 0$$

$$\boldsymbol{N} - m\boldsymbol{g} = 0$$

$$\boldsymbol{N} = m\boldsymbol{g}$$

$\boldsymbol{F_g}$ = gaya gesek statis (agar benda tetap berada di lintasan **($\boldsymbol{F}_g = \mu_s\boldsymbol{N}$)**)

6. Gerak mobil di tikungan yang miring dan licin

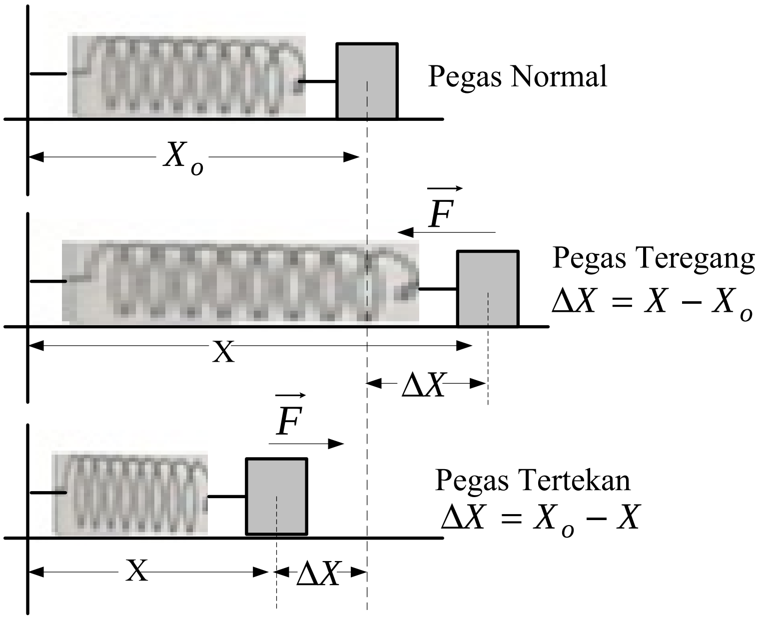


$$\sum \boldsymbol{F} = m\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}\ (-\hat{r})$$

$$\boldsymbol{N}\sin\theta\ (-\hat{r}) = m\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}\ (-\hat{r})$$

$$\boldsymbol{N}\sin\theta = m\frac{\boldsymbol{v}^2}{R}$$

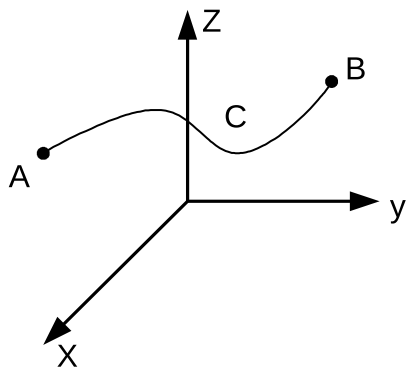
Gaya Pegas



$\boldsymbol{F} = -k(\Delta x)$

dengan **F** = gaya pemulih (tipe gaya yang memenuhi hukum Hooke dan tanda (-) merupakan arah

Usaha dan Energi



Definisi usaha (W)

$W = \int_A^B \boldsymbol{F}.\boldsymbol{dl}$, dibaca :

Usaha yang dilakukan gaya **F** untuk memindahkan benda dari A ke B melalui lintasan C.

Satuan usaha = Nm joule

Dalam komponen gaya, usaha dapat dituliskan :

$$W = \int_A^B \left(\boldsymbol{F}x\hat{\imath} + \boldsymbol{F}y\hat{\jmath} + \boldsymbol{F}z\hat{k}\right)\left(dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k}\right)$$

$$= \int_A^B (\boldsymbol{F}x\, dx + \boldsymbol{F}y\, dy + \boldsymbol{F}z\, dz)$$

Penulisan lain kalikan $\frac{dt}{dt}$

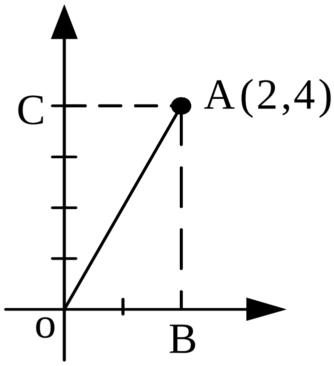
$$W = \int_A^B (\boldsymbol{F}x\frac{dx}{dt} + \boldsymbol{F}y\frac{dy}{dt} + \boldsymbol{F}z\frac{dz}{dt})dt$$

$$W = \int_A^B \boldsymbol{F}\,.\,\boldsymbol{v}\, dt$$

Contoh :

Diberikan gaya $= y\hat{\imath} + 2x\hat{\jmath}$. Hitung usaha yang dilakukan gaya F untuk memindahkan benda dari titik O (0,0) ke titik A(2,4) melalui :

a. OBA
b. OCA
c. Garis lurus OA



jawab :

a. (o→B) : x=2 , dx = ada, dy = 0

(B→A) : y = 4, dx = 0, dy = ada

$$W = \int_o^A \boldsymbol{F}\,.\,\boldsymbol{dl}$$

$$W = \int_o^B \boldsymbol{F}\,.\,\boldsymbol{dl} + \int_B^A \boldsymbol{F}\,.\,\boldsymbol{dl}$$

$$W = \int_o^B ydx + 2xdy + \int_B^A ydx + 2xdy$$

$$W = \int_B^A 2xdy = \int_0^4 2xdy = \int_0^4 2.2\,dy = 4y|_0^4$$

$$W = 16\,joule$$

b. (o→C) : y = 4 , dx = 0, dy = ada

(C→A) : x = 2, dx = ada, dy = 0

$$W = \int_o^A \boldsymbol{F}\,.\,\boldsymbol{dl}$$

$$W = \int_o^C \boldsymbol{F}\,.\,\boldsymbol{dl} + \int_C^B \boldsymbol{F}\,.\,\boldsymbol{dl}$$

$$W = \int_o^C ydx + 2xdy + \int_C^A ydx + 2xdy$$

$$W = \int_C^A ydx = \int_0^2 ydx = \int_0^2 4dx = 4x|_0^2$$

$$W = 8\,joule$$

c. x = 2, y = 4, x = 2y, dx = 2dy, $dy = \frac{1}{2}dx$

$$W = \int_o^A \boldsymbol{F}\,.\,\boldsymbol{dl}$$

$$W = \int_2^{\sqrt[2]{5}} y\,dx + 2x\,dy$$

$$W = \int_2^{\sqrt[2]{5}} 2\,\frac{1}{2}dx + \int_4^{\sqrt[2]{5}} y2dy = \frac{1}{2}x^2|_2^{\sqrt[2]{5}} + y^2|_4^{\sqrt[2]{5}}$$

$$W = (10 - 2) + (20 - 16) = 8 + 4$$

$$W = 12\,joule$$

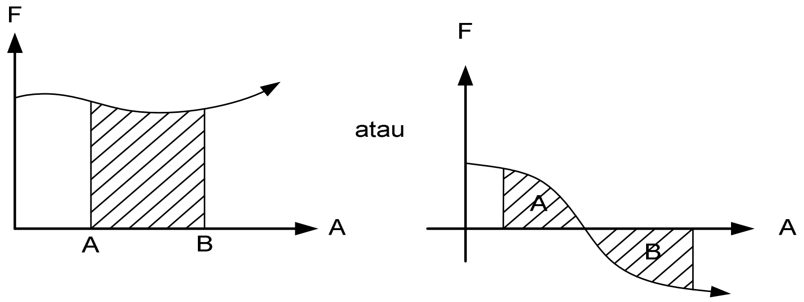
Kasus Khusus :

Jika gaya-gaya yang bekerja hanaya dalam satu arah, maka kita dapat bekerja seolah-olah dengan besaaran skalar.

$\vec{F} = F.\hat{\imath}$

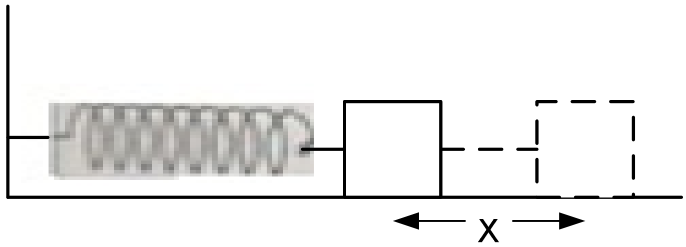
$W = \int_A^B \hat{F}.\overrightarrow{de} = \int_A^B F\,\hat{\imath}(dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{\imath})$

$W = \int_A^B F.dx \rightarrow$ usaha : luas di bawah kurva F terhadap X



Usaha bisa bernilai negatif

contoh :



Tentukan :

a. Usaha yang harus kita lakukan untuk memindahkan benda sejauh X dari titik keseimbangannya!

b. Usaha yang dilakukan pegas ketika benda berpindah sejauh X dari titik setimbang

Jawab :

a. W kita = $\int F\,dx$

$= \int_0^A kx\,dx$

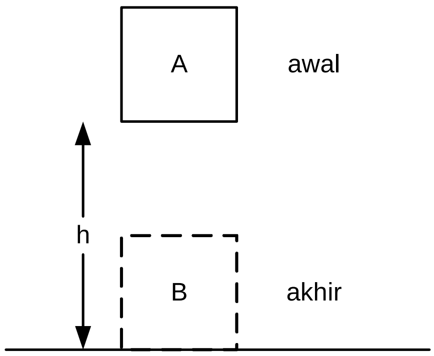
$= \frac{1}{2}kx^2 \int_0^l = \frac{1}{2}kl^2$

b. W pegas = $\int F\,dx$

$= \int_0^l -kx\,dx$

$= \frac{1}{2}kx^2 \int_0^A = -\frac{1}{2}kl^2$

contoh lain :



W gravitasi : $= \int_A^B \vec{F}\, grav \,.\, \overrightarrow{dl}$

$= \int_A^B m\,.\,g\,(-\hat{k}).\,(dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + d\hat{l}z$

$= -m\,.\,g\,\int_A^B dz$

$= -mg\,(zB - zA)$

$= -mg\,(-h)$

$= mgh$

Kesimpulan :

Gaya yang searah dengan perpindahan, W akan benilai (+), sedangkan gaya yang berlawanan arah dengan perpindahan W akan bernilai (-)

Tinjau gaya lain $\vec{F} = y\hat{\imath} + x\hat{\jmath}$ yang bekerja pada benda berpindah dari titik O (0,0) ke A (2,4) yang usahanya melalui lintasan yang sama seperti soal sebelumnya :

a. lintasan OBA
b. lintasan OCA
c. lintasan OA

Jawab :

a. lintasan OBA → W = 8 satuan usaha
b. lintasan OCA → W = 8 satuan usaha
c. lintasan OA → W = 8 satuan usaha

Kesimpulan :

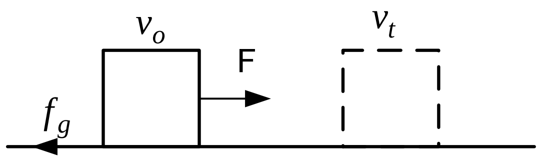
Usaha yang dilakukan oleh gaya pertama bergantung pada lintasan, sedangkan usaha yang silakukan oleh gaya kedua tidak bergantung pada lintasan.

Jadi ***gaya konservatif*** adalah gaya yang melakukan usaha, tetapi usahanya tidak bergantung pada lintasan dan hanya bergantung pada titik awal dan titik akhir.

Energi Kinetik

Energi yang dimiliki benda karena geraknya.

Misal F adalah konstan



Hukum Newton :

$$\sum \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

$$F - fg = ma$$

$$F - fg = m\frac{v_{t-}v_o}{t}$$

usaha total (oleh F & fg)

W total = $\sum F.s$

= m $\frac{(v_{t-}v_o)\, s}{t}$

W total = $EK_{akhir} - EK_{awal}$

= $\frac{1}{2}m{v_t}^2 - \frac{1}{2}m{v_o}^2 = \Delta EK$

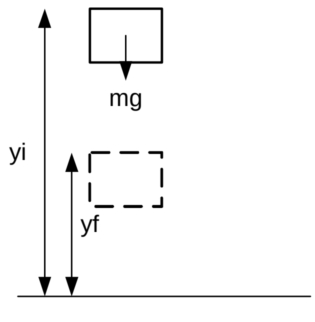
Teorema Usaha Energi (non konservatif)

W total = $\Delta EK \rightarrow ada\ gaya\ gesek$

Energi Potensial Gravitasi

adalah energi yang dimiliki suatu benda karena posisinya pada suatu sistem.

energi potensial gravitasi :



usaha oleh gaya gravitasi

W gravitasi = $-mg\ yf + mg\ yi$

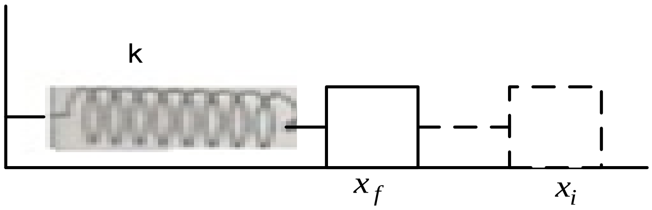
= $mg(yi - yf)$ $\quad dengan\ h = (yi - yf)$

yi = posisi awal

yf = posisi akhir

gaya gravitasi → gaya konservatif

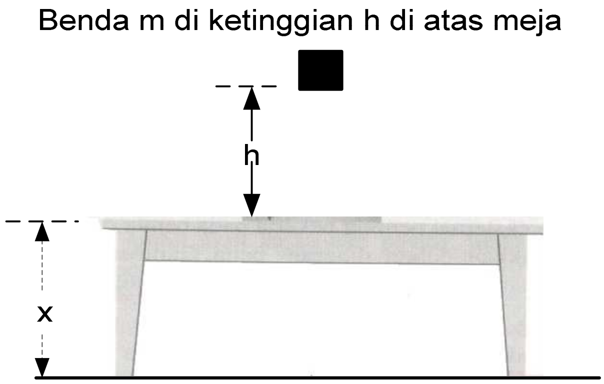
Energi Potensial Pegas



W pegas $= \frac{1}{2}k(xf - xi)^2 dengan\, \Delta x = \ (xf - xi)^2$

gaya pegas → gaya konservatif

titik acuan energy potensial gravitasi dipilih bebas



Misal benda Ep=o di meja sehingga m memiliki Ep=mgh tapi jika dipilih acuan Ep=o dilantai benda mamiliki Ep=mg(x+h), keduanya diperbolehkan.

$$\frac{1}{2}mv^2 = Energi\ kinetik$$

Teorema Usaha-Energi

W total $= \Delta EK$

Jika pada system yang bekerja hanya gaya-gaya konsevatif maka berlaku

HK kekekalan energi mekanik :

$$Em_{awal} = Em_{akhir}$$

$$(EK + EP)_{awal} = (EK + EP)_{akhir}$$ → tanpa gaya gesek

Sistem Partikel dan Kekekalan Momentum

Pernyataan Hukum II Newton secara umum adalah $\sum \boldsymbol{F} = \frac{\boldsymbol{dp}}{dt}$,

Jika gaya yang bekerja fungsi waktu maka $\int_0^t \boldsymbol{F}\, dt = \int_{\boldsymbol{Po}}^{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{dP}$

$= \boldsymbol{P} - \boldsymbol{Po}$

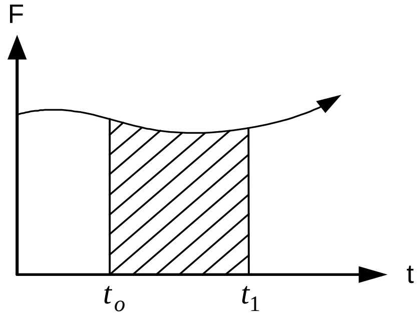
$\int_0^t \boldsymbol{F}\, dt = \boldsymbol{I}$ dimana sebagai Impuls dan

$\boldsymbol{P} = m\boldsymbol{v}$ sebagai momentum linier,

Hukum II Newton dalam bentuk Impuls :

$$\boldsymbol{I} = \Delta\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P} - \boldsymbol{Po} = m\boldsymbol{v} - m\boldsymbol{v_o}$$

Interpretasi grafik dari impuls jika gaya **F** digambarkan dalam grafik terhadap waktu t, maka impuls adalah luas kurva di bawah grafik.



$$\boldsymbol{I} = \int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{F} dt$$

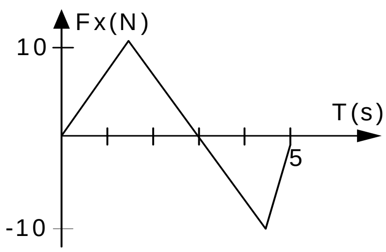
$$= \Delta\boldsymbol{P}$$

$$= \boldsymbol{P_1} - \boldsymbol{P_o} = m\boldsymbol{v_1} - m\boldsymbol{v_o}$$

contoh :

1. Sebuah partikel m = 2kg mempunyai $\boldsymbol{v_o} = -5\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}\ {}^{m}/_{s}$.

   Partikel mendapat gaya konstan $\mathbf{F} = 2\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}$ N selama 10 sekon. Tentukanlah kecepatan akhir partikel?
2. Sebuah benda massa $m = 5kg$. Mula-mula bergerak dengan kecepatan $\boldsymbol{v_o} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}\ m/s$, kemudian mengalami gaya dengan komponen x berubah terhadap waktu seperti pada gambar dan komponen y berubah terhadap waktu menurut $\boldsymbol{F_y} = 4t$ N



jawab :

1. $\boldsymbol{I} = \Delta\boldsymbol{P}$

$$\int \boldsymbol{F}\, dt = \Delta\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_{akhir} - \boldsymbol{P}_{awal}$$

$$\boldsymbol{P}_{akhir} = \int \boldsymbol{F}\, dt + \boldsymbol{P}_{awal} = \int_0^{10} (2\hat{\imath} + 5\hat{\jmath})dt + 2(-5\hat{\imath} + 5\hat{\jmath})$$

$$\boldsymbol{P}_{akhir} = 2t\hat{\imath} + 5t\hat{\jmath}|_0^{10} + 2(-5\hat{\imath} + 5\hat{\jmath})$$

$$\boldsymbol{P}_{akhir} = 20\hat{\imath} + 50\hat{\jmath} - 10\hat{\imath} + 10\hat{\jmath}$$

$$\boldsymbol{P}_{akhir} = 10\hat{\imath} + 60\hat{\jmath}\ kg\, m/s$$

2. $\boldsymbol{I} = \int_0^5 \boldsymbol{F}\, dt$

$= luas\ di\ bawah\ kurva$

$= Luas\ 1 + luas\ 2$

$= \frac{1}{2}\ 3\ 10 + -\frac{1}{2}\ 2\ 10$

$= 15 - 10$

$\boldsymbol{I}_x = 5\hat{\imath}\ Ns$

$$\boldsymbol{I}_y = \int_0^5 Fy\, dt = \int_0^5 4t\, dt = 2t^2|_0^5 = 50\hat{\jmath}\ Ns$$

$\boldsymbol{I} = 5\hat{\imath} + 50\hat{\jmath}\ Ns$

b. $\boldsymbol{P}(t = 5s)$

$\boldsymbol{I} = \Delta\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_{(t=5s)} - \boldsymbol{Po}$

$\boldsymbol{P}_{(t=5s)} = \boldsymbol{I} + \boldsymbol{Po}$

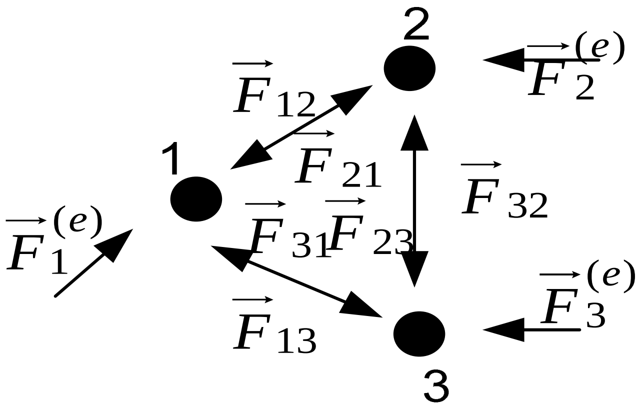
$= (5\hat{\imath} + 50\hat{\jmath}) + 10\hat{\imath} + 15\hat{\jmath}$

$\boldsymbol{P}_{(t=5s)} = 15\hat{\imath} + 65\hat{\jmath}\ \ kg\, m/s$

Sekarang tinjau suatu system partikel yang terdiri dari banyak partikel, misalkan suatu system terdiri dari N partikel. Momentum total sistem adalah penjumlahan semua momentum tiap partikelnya.

$$\boldsymbol{P}_{sistem} = \boldsymbol{P_1} + \boldsymbol{P_2} + \ldots + \boldsymbol{P_n}$$

Kita ingin mengetahui evolusi momentum sistem ini. Untuk penyederhanaan kita tinjau sistem yang terdiri dari 3 partikel :



Gaya-gaya yang bekerja pada partikel 1 :

$$\vec{F}_1^{(e)}\ , \overrightarrow{F}_{12}^{(i)}, \overrightarrow{F}_{13}^{(i)}$$

Gaya-gaya yang bekerja pada partikel 2 :

$$\vec{F}_2^{(e)}\ , \overrightarrow{F}_{21}^{(i)}, \overrightarrow{F}_{23}^{(i)}$$

Gaya-gaya yang bekerja pada partikel 3 :

$$\vec{F}_3^{(e)}\ , \overrightarrow{F}_{31}^{(i)}, \overrightarrow{F}_{32}^{(i)}$$

Terapkan Hukum II Newton untuk tiap partikel :

$$\frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = \sum \boldsymbol{F}$$

Partikel 1 :

$$\frac{d\boldsymbol{P}_1}{dt} = \vec{F}_1^{(e)} + \overrightarrow{F}_{12}^{(i)} + \overrightarrow{F}_{13}^{(i)}$$

Partikel 2 :

$$\frac{d\boldsymbol{P}_2}{dt} = \vec{F}_2^{(e)} + \overrightarrow{F}_{21}^{(i)} + \overrightarrow{F}_{23}^{(i)}$$

Partikel 3 :

$$\frac{d\boldsymbol{P}_3}{dt} = \vec{F}_3^{(e)} + \overrightarrow{F}_{31}^{(i)} + \overrightarrow{F}_{32}^{(i)}$$

jumlahkan :

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{P_1} + \boldsymbol{P_2} + \boldsymbol{P_3}) = \vec{F}_1^{(e)} + \vec{F}_2^{(e)} + \vec{F}_3^{(e)} + \underbrace{\left(\overrightarrow{F}_{12}^{(i)} + \overrightarrow{F}_{21}^{(i)}\right)}_{\downarrow\; 0} + \underbrace{(\overrightarrow{F}_{13}^{(i)} + \overrightarrow{F}_{31}^{(i)})}_{\downarrow\; 0} + \underbrace{\overline{(\overrightarrow{F}_{23}^{(i)}} + \overrightarrow{F}_{32}^{(i)})}_{\downarrow\; 0}$$

$$\frac{d\boldsymbol{P}_{sistem}}{dt} = \sum \boldsymbol{F}^{(e)}$$

Jadi evolusi momentum system hanya bergantung pada gaa eksternal jika resultan gaya eksternal sama dengan nol Maka momentum (**P**) system konstan. Ini yang dinamakan dengan “Hukum kekekalan momentum”.

$$\boldsymbol{P}_{sistem\ sebelum\ proses} = \boldsymbol{P}_{sistem\ setelah\ proses}$$

$$\frac{d\boldsymbol{P}_{total}}{dt} = \underbrace{\sum \boldsymbol{F}^{(e)}}_{\downarrow\; 0}$$

Hukum kekekalan Momentum : $\boldsymbol{P}_{total} = konstan$

Pusat Massa Sistem

Momentum total $\boldsymbol{P}_{total} = \boldsymbol{P_1} + \boldsymbol{P_2} + \cdots + \boldsymbol{P_n}$

$$\boldsymbol{P}_{total} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{P_n} = m_1\boldsymbol{v_1} + m_2\boldsymbol{v_2} + \cdots + m_n\boldsymbol{v_n}$$

$$= m_{\boldsymbol{1}}\frac{d\boldsymbol{r_1}}{dt} + m_2\frac{d\boldsymbol{r_2}}{dt} + \cdots + m_{\boldsymbol{n}}\frac{d\boldsymbol{r_n}}{dt}$$

$$= \frac{d}{dt}(m_{\boldsymbol{1}}\boldsymbol{r_1} + m_{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{r_2} + \cdots + m_{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{r_n})$$

Bila massa total $= m_{\boldsymbol{1}} + m_{\boldsymbol{2}} + \cdots + m_{\boldsymbol{n}} = = \sum_{i=1}^{n} Mi$, maka momentum total sistem menjadi :

$$\boldsymbol{P} = M\frac{d}{dt}\frac{(m_{\boldsymbol{1}}\boldsymbol{r_1} + m_{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{r_2} + \cdots + m_{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{r_n})}{M}$$

$$\boldsymbol{P} = M\frac{d}{dt}\boldsymbol{R}_{pm} = M.\boldsymbol{v}_{pm}$$

dimana $\boldsymbol{R}_{pm} = \frac{(m_{\boldsymbol{1}}\boldsymbol{r_1} + m_{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{r_2} + \cdots + m_{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{r_n})}{M} = Pusat\ massa\ sistem$

sehingga disimpulkan momentum total system banyak partikel sama dengan momentum sebuah partikel bermassa M yang terletak di pusat massanya.

Untuk system benda kontinu :

$$\boldsymbol{R}_{pm} = \frac{\int \boldsymbol{r}\, dm}{\int dm} = \frac{1}{M}\int \boldsymbol{r} dm$$

contoh :

1. Empat buah partikel dengan massa dan posisi berikut :

   $m_1 = 1kg \;\; posisi\ (0m, 0m)$

   $m_2 = 2kg \;\; posisi\ (1m, 0m)$

   $m_3 = 3kg \;\; posisi\ (1m, 1m)$

   $m_4 = 4kg \;\; posisi\ (0m, 1m)$

   Tentukan posisi pusat massa sistem !

   jawab : $\boldsymbol{Rx}_{pm} = \frac{m_1\boldsymbol{r_1}+m_2\boldsymbol{r_2}+m_3\boldsymbol{r_3}+m_4\boldsymbol{r_4}}{M}$

   $$= \frac{0+2+3+0}{10}$$

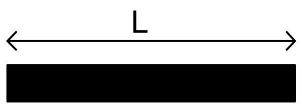
   $$= 0{,}5$$

   $$\boldsymbol{Ry}_{pm} = \frac{m_1\boldsymbol{r_1}+m_2\boldsymbol{r_2}+m_3\boldsymbol{r_3}+m_4\boldsymbol{r_4}}{M}$$

   $$= \frac{0+0+3+4}{10}$$

   $$= 0{,}7$$

2. Batang panjangnya $L = 10cm$. Tentukan posisi pusat massanya apabila :



   a. Rapat massa homogeny

   b. Rapat massanya $\lambda(x) = 6x\ {}^{kg}/_{m}$

   jawab :

   a. $x_{pm} = \frac{\int x_{dm}}{\int dm}$

   $$= \frac{\int x\,\lambda\, dl}{\int \lambda\, dl}\ , dl = dx$$

   $$= \frac{\lambda \int x\, dx}{\lambda \int dx}$$

   $$= \frac{\int_0^L x\, dx}{\int_0^L dx}$$

   $$= \frac{\frac{1}{2}x^2|_0^L}{x|_0^L} = \frac{\frac{1}{2}L^2}{L} = \frac{L}{2} = \frac{10}{2} = 5\ cm$$

   b. $X_{pm} = \frac{\int_0^L 6x^2 dx}{\int_0^L 6x\, dx}$

   $$= \frac{\frac{1}{3}x^3|_0^L}{\frac{1}{2}x^2|_0^L}$$

   $$= \frac{\frac{1}{3}L^3}{\frac{1}{2}L^2}$$

   $$= \frac{2}{3}L$$

Tumbukan

Jenis tumbukan :

1. Tumbukan elastik

   berlaku : HK. kekekalan momentum

   HK. kekekalan energi kinetik

2. Tumbukan in elastik

   berlaku hanya HK. kekekalan momentum

   contoh :

   1. Sebuah benda bermasa $m_1 = 2kg$ bergerak dengan kecepatan $\vec{v} = 3\hat{\imath}\, {}^{m}/_{s}$ benda lain bermasa $m_1 = 4kg$ bergerak dengan kecepatan $\vec{v}_2 = 3\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}\, {}^{m}/_{s}$ kedua benda bertumbukan dan menempel menjadi satu, tentukan :

      a. kecepatan kedua benda sertelah tumbukan

      b. energy keinetik benda sebelum dan sesudah tumbukan

      jawab :

      a. $\vec{p}_{sebelum} = \vec{p}_{sesudah}$

      $$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1{}^1 + \vec{p}_2{}^1$$

      $$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1{}^1 + m_2\vec{v}_2{}^1$$

      $$2.3\hat{\imath} + 4(3\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}) = (m_1 + m_2)\vec{v}^1$$

      $$6\hat{\imath} + 12\hat{\imath} + 24\hat{\jmath} = 6\left(v_x{}^1\hat{\imath} + v_y{}^1\hat{\jmath}\right)0$$

      arah x : $18 = 6v_x{}^1 \rightarrow v_x{}^1 = 3$

      arah y : $24 = 6v_y{}^1 \rightarrow v_y{}^1 = 4$

      $$\vec{v}^1 = v_x{}^1\hat{\imath} + v_y{}^1\hat{\jmath}$$

      $$= (3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath})\, {}^{m}/_{s}$$

      b. $EK_1 = \frac{1}{2}m_1(\vec{v}_1)^2$

      $$= \frac{1}{2}m_1\vec{v}_1.\vec{v}_1$$

      $$= \frac{1}{2}.2.9 = 9\, joule$$

      $$EK_2 = \frac{1}{2}m_2\vec{v}_2.\vec{v}_2$$

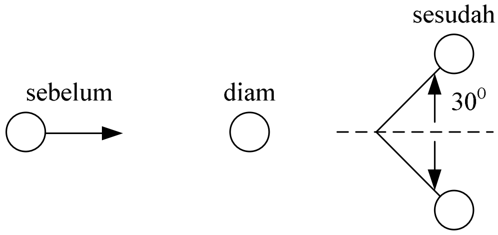
      $$= \frac{1}{2}.4.45 = 90\, joule$$

      $$EK_{12} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\vec{v}^1.\vec{v}^1$$

      $$= \frac{1}{2}.6.25 = 75\, joule$$

Tidak berlaku HK.kekekalan energy kinetik, maka termasuk tumbukan inelastik.

2. Sebuah bola bilyar bergerak dengan kecepatan $\vec{v}_1 = 4\hat{\imath}\ ^{m}/_{s}$ bila menumbuk bola lain identik yang diam, setelah tumbukan bola pertama membentuk sudut 30^0 terhadap arah semula. bila tumbukan elastis. tentukan kecepatan masing-masing bola setelah tumbukan :



jawab :

$\vec{p}_{sebelum} = \vec{p}_{sesudah}$

$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1{}^1 + \vec{p}_2{}^1$

$^{m}/_{1}\,\vec{v}_1 + {}^{m}/_{2}\,\vec{v}_2 = {}^{m}/_{1}\,\vec{v}_1{}^1 + {}^{m}/_{2}\,\vec{v}_2{}^1$

$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_1{}^1 + \vec{v}_2{}^1$

$4\hat{\imath} + 0 = \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}v_1{}^1\hat{\imath} + \frac{1}{2}v_1{}^1\hat{\jmath}\right) + (v_2{}^1 cos\theta\hat{\imath} - v_2{}^1 sin\theta\hat{\jmath}$

$arah\ x : 4 = \frac{1}{2}\sqrt{3}v_1{}^1 + v_2{}^1 cos\theta$ (1)

$arah\ y : 0 = \frac{1}{2}v_1{}^1 - v_2{}^1 sin\theta$ (2)

HK.kekekalan energi kinetik

$EK_{sebelum} = EK_{sesudah}$

$\frac{1}{2}m_1 v_1{}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2{}^2 = \frac{1}{2}mv_1{}^{12} + \frac{1}{2}mv_2{}^{12}$

$8 = \frac{1}{2}v_1{}^{12} + \frac{1}{2}v_2{}^{12}$ (3)

pers (1) dikuadratkan :

$\frac{3}{4}v_1{}^{12} + cos^2\theta v_2{}^{12} = 16$

$\frac{1}{2}v_1{}^{12} + \frac{1}{2}v_2{}^{12} = 8$

Kerangka acuan pusat massa

$$\frac{d\vec{p}_{total}}{dt} = M\frac{d\vec{v}_{pm}}{dt} = \sum \vec{F}^{(e)}$$

- jika $\sum \vec{F}^{(e)} = 0$ maka $\vec{v}_{pm} = konstan$
- dipilih sistem koordinat dengan titik asal pusat massa → kerangka acuan pusat massa
- kerangka acuan pusat massa dinamakan juga kerangka acuan momentum nol.

contoh :

sistem 2 partikel m_1 bergerak dengan $\vec{v}_1\ dan\, m_2\ bergerak\ dengan\ \ \vec{v}_2$

$$\vec{v}_{pm} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Kecepatan dalam kerangka pusat massa :

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_{pm}$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_{pm}$$

Dinamika Rotasi

Dalam gerak linier dikenal konsep gaya sebagai penyebab perubahan gerak. Besaran apakah yang setara yang dapat menyebabkan perubahan gerak rotasi?

- ***Torsi / Momen Gaya*** $(\boldsymbol{\tau})$

  di definisikan sebagai $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{F}.r_{\perp}$

  dalam notasi vektor $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$

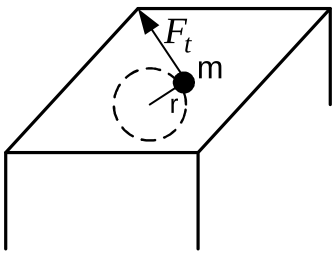
  Besar torsi $|\boldsymbol{\tau}| = \boldsymbol{F}\ \boldsymbol{r}\ \boldsymbol{sin\theta} \rightarrow \boldsymbol{r}_{\perp}$

  dengan θ adalah sudut antara **r** dan **F**

  $\boldsymbol{r}_{\perp}$ dinamakan lengan gaya yaitu jarak tegak lurus (terdekat) dari sumbu roasi ke garis searah perpanjangan gaya.

- ***Torsi dan Percepatan sudut***

  Ketika benda tegar mengalami torsi neto tidak sama dengan nol, maka benda akan mengalami percepatan sudut.



Sebuah benda m diikat tali dengan panjang r dan diletakkan di atas meja. Gaya $\boldsymbol{F_\tau}$ membuat benda bergerak melingkar.

r adalah vektor posisi titik tangkap gaya dengan acuan sumbu rotasi.

Terapkan Hukum II Newton :

$\boldsymbol{F_\tau} = m.\boldsymbol{a_\tau}$, kalikan dengan **r**

r $\boldsymbol{F_\tau} = m.\boldsymbol{a_\tau}\ \boldsymbol{r}$, dari $\boldsymbol{a_\tau} = \propto \boldsymbol{r}$

r $\boldsymbol{F_\tau} = m.\boldsymbol{r^2}\ \propto$

↓ ↓

$\boldsymbol{\tau}$ Momen Inersia (**I**), yang bergantung pada benda dan sumbu rotasi.

Penulisan Hukum Newton untuk gerak rotasi menjadi :

$\sum \boldsymbol{\tau} = I \propto$

Momen Inersia (**I**) untuk sistem partikel adalah :

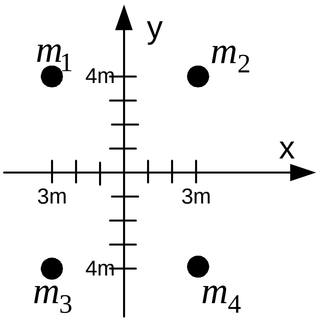
$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$

contoh :

sebuah benda tegar berdiri dari empat buah partikel bermasa $m_1 = 2kg;\ m_2 = 3kg;$

$m_3 = 4kg\ dan\ m_4 = 5kg.$

disusun seperti gambar berikut :



tentukan I jika sistem di putar pada sumbu x.y.z

jawab :

$Ix = \sum_{i=1}^{4} m_1 {r_1}^2$

$= 2.4^2 + 3.4^2 + 4.4^2 + 5.4^2$

$= (2 + 3 + 4 + 5)4^2$

$= 14.16$

$= 254\ kgm^2$

$Iz = \sum_{i=1}^{4} m_1 {r_1}^2$

$= 2.5^2 + 3.5^2 + 4.5^2 + 5.5^2$

$= (2 + 3 + 4 + 5)5^2$

$= 14.25$

$= 350\ kgm^2$

$$Iy = \sum_{i=1}^{4} m_1 {r_1}^2$$

$= 2.3^2 + 3.3^2 + 4.3^2 + 5.3^2$

$= (2 + 3 + 4 + 5)3^2$

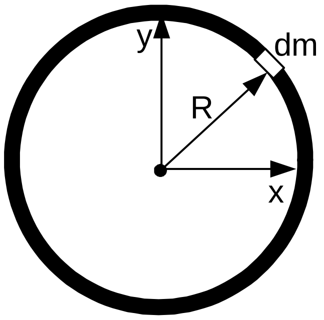
$= 14.3^2$

$= 126\ kgm^2$

❖ ***Untuk system benda tegar yang continu, rumusan momen inersia***

$$I = \int r^2\, dm$$

contoh : Cincin homogen jari-jari R dengan massa m. Hitunglah I_z dengan rapat massa konstan !



jawab : $I_z = \int r^2 dm$ dengan $dm = \lambda\, dl$

$= \int r^2 \lambda\, \mathrm{dl}$

$$= R^2\lambda \int dl = R^2\lambda\, (2\pi R) = 2\pi\lambda R^3$$

dengan $M = \int dm = \int \lambda dl = \lambda 2\pi R$

maka $I_z = MR^2$

❖ ***Teorema Sumbu Sejajar*** :

Momen Inersia I terhadap sumbu sembarang dimana sumbu sembarang tersebut sejajar dengan sumbu rotasi yang melalui pusat massa benda adalah :

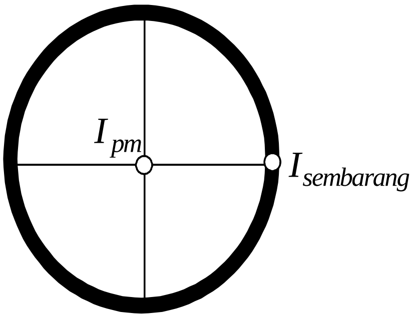
$$I = I_{pm} + Mh^2$$

dimana M = massa total benda

h = jarak antara sumbu rotasi sembarang dengan sumbu rotasi yang melewati pusat massa

contoh :

1.

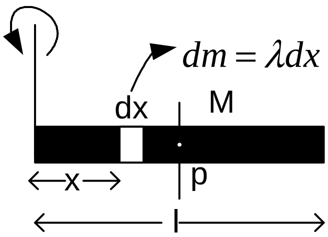


$$I_{sembarang} = I_{pm} + Mh^2$$

$$= MR^2 + MR^2$$

$$= 2MR^2$$

2.



$$I_s = \int r^2 dm \qquad M = \int dm$$

$$= \int x^2 \lambda dx \qquad = \int_0^l \lambda dx$$

$$= \lambda \int_0^l x^2 dx \qquad = \lambda l$$

$$= \frac{\lambda}{3} l^3 = \frac{1}{3} M l^2$$

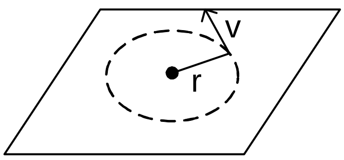
$$I_p = I_s - Mh^2 \qquad \rightarrow h = \tfrac{1}{2} l$$

$$= \tfrac{1}{3}\mathrm{M}l^2 - \tfrac{1}{4} Ml^2$$

$$= \frac{1}{12} Ml^2$$

❖ ***Energi kinetik rotasi***

Tinjau benda yang diputar di atas meja



$$Ek = \tfrac{1}{2}\mathrm{m}v^2$$

$$= \frac{1}{2} m(\omega r)^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 r^2 = \frac{1}{2} mr^2\omega^2$$

$$Ek = \frac{1}{2} I\omega^2$$

Jika tidak ada gaya non konservatif maka berlaku hukum kekekalan energy mekanik $EM = EK + EP$ sehingga

$$EM_1 = EM_2$$

$$EK_{T1} + EK_{R1} + EP_1 = EK_{T2} + EK_{R2} + EP_2$$

Momentum Sudut

Momentum sudut dilambangkan ***L*,** momentum sudut sebuah partikel didefinisikan sebagai perkalian vector (cross product) antara posisi dan kecepatannya.

$\vec{L} = \vec{r} x \vec{p}$

$= \vec{r} x m \vec{v}$

$= m \vec{r} x \vec{v}$

Besar momentum sudut : $\lfloor \vec{L} \rfloor = mrv \sin\theta$ dengan θ adalah sudut antara $\vec{r}\ dan\ \vec{v}$ jika $\theta = 90^0\ maka\ \lfloor \vec{L} \rfloor = m.rv = m.r^2.W = IW$ serupa dengan hubungan antara gaya dan momentum dalam gerak linier, kita dapat tunjukan hubungan antara torsi dan momentum sudut dalam gerak rotasi.

$$\sum \vec{f} = \frac{d\vec{p}}{dt} \rightarrow \vec{r} x \sum \vec{f} = \vec{r} x \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Konsep Inpuls Linier (I)

Dari $\sum \vec{f} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ maka $\vec{I} = \int \vec{f}\, dt = \Delta\vec{p} = \vec{p}_{akhir} - \vec{p}_{awal}$

Serupa dengan di atas :

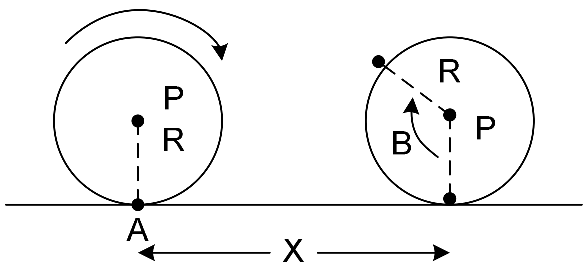
Dari $\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ maka $\vec{I}_{sudut} = \int \vec{\tau}\, dt = \Delta\vec{p} = \vec{L}_{akhir} - \vec{L}_{awal}$

Kembali kepersamaan $\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ jika resultan torsi yang bekerja pada benda nol, maka $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0\ \vec{I} konstan$ ini yang disebut " Hukum Kekekalan Momentum Sudut "

$\vec{L}_{awal} = \vec{L}_{akhir}$

$\vec{I}_{awal}.\vec{W}_{awal} = \vec{I}_{akhir}.\vec{W}_{akhir}$

Gerak Mengelilingi



Gerak menggelinding merupakan kombinasi gerak rotasi terhadap pusat massa P dan gerak translasi dari pusat massa tersebut dari gambar hubungan besaran kinematika translasi pusat massa dengan kinematika rotasi adalah :

$\vec{v}_a = \vec{v}_{at} = \vec{v}_{ap} + \vec{v}_{pt} = \omega R(-\hat{\imath}) + \omega R(\hat{\imath}) = 0$

$\vec{v}_p = \vec{v}_{pt} = \vec{v}_{pp} + \vec{v}_{pt} = 0 + \omega R(\hat{\imath}) = \omega R(\hat{\imath})$

$\vec{v}_c = \vec{v}_{ct} = \vec{v}_{cp} + \vec{v}_{pt} = \omega R(\hat{\imath}) + \omega R(\hat{\imath}) = 2\,\omega R(\hat{\imath})$

untuk titik $b.\vec{v}_b = \vec{v}_{bt} = \vec{v}_{bp} + \vec{v}_{pt} = \omega R(\hat{k}) + \omega R(\hat{\imath})$

Dari hasil di atas gerak ini dapat dipandang sebagai : gerak rotasi murni roda terhadap sumbu sesaat yang melalui titik sentuh **a** dengan kecepatan sudut ***ω*** sehingga energi kinetik roda yang menggelinding adalah : $k = {}^{1}/_{2}\, I_a \omega^2$ dengan I_a adalah momen inersi **a** roda terhadap sumbu yang melalui **a**

Dari teorema sumbu sejajar :

$I_a = I_{pm} + Mh^2$

$I_a = I_{pm} + MR^2$

sehingga energi kinetiknya :

$$k = \frac{1}{2} I_n \omega^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(I_{pm} + MR^2\right)\omega^2$$

$$= \frac{1}{2} \pm_{pm} \omega^2 + \frac{1}{2} MR^2 \omega^2$$

$$k = \frac{1}{2} I_{pm} \omega^2 + \frac{1}{2} mv^2$$