

Achmad Samsudin, M.Pd.
Jurdik Fisika FPMIPA
Universitas Pendidikan Indonesia

DISTRIBUSI PELUANG

VARIABEL ACAK

VARIABEL ACAK :

→ suatu fungsi yang nilainya berupa bilangan nyata yang ditentukan oleh setiap unsur dalam ruang sampel.

Variabel acak ada 2, yaitu :

1. Variabel Random Diskrit/ Cacah digunakan untuk data cacahan
2. Variabel Random Kontinu digunakan untuk data ukur

Contoh :

Pada percobaan pelemparan mata uang. Misal banyaknya muncul gambar dinyatakan x , maka $x =$ variabel acak

Ruang Sampel :

⦿ **Diskrit :**

- ruang sampel yang mengandung titik sampel sebanyak bilangan cacah

⦿ **Kontinu :**

- mengandung titik sampel sebanyak titik pada sebuah garis

DISTRIBUSI PELUANG DISKRIT

- Adalah sebuah tabel atau rumus yang mencantumkan semua kemungkinan nilai variabel acak diskrit dan nilai peluangnya

x	P(x)
0	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{2}{4}$
2	$\frac{1}{4}$

Contoh :

- 1) Tentukan rumus distribusi peluang banyaknya sisi gambar bila sebuah uang logam dilempar 3 kali. Buatlah tabelnya ?

Eksperimen :

pelemparan 1 mata uang 3x, Banyaknya titik sampel = $2^3 = 8$

$S = \{AAA, AAG, AGG, GGG, AGA, GAG, GAA, GGA\}$

Banyaknya muncul sisi gambar adalah
Jadi fungsi peluang adalah :

$$\binom{3}{x}$$

$$f_{(x)} = \frac{\binom{3}{x}}{8}$$

Untuk $x = 0, 1, 2, 3$

Tabel distribusi peluang :

Harga x	0	1	2	3	= 1
Prob x = f(x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	

2) Sebuah dadu dilemparkan 2x

Misalkan : x = jumlah titik dadu dalam kedua lemparan itu, maka

$x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$

Tabel distribusi probabilitas x :

Harga x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Prob $x =$ $f(x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(x > 8) &= P(x=9) + P(x=10) + P(x=11) + P(x=12) \\ &= \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{10}{36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(4 < x < 7) &= P(x=5) + P(x=6) \\ &= \frac{4}{36} + \frac{5}{36} = \frac{9}{36} \end{aligned}$$

3) Eksperimen : 8 bit (1 byte) dibangkitkan secara acak.

Variabel random y = banyak bit 1 dalam byte

$$y = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$$

$$y = 0 \rightarrow n = c(8,0) = 1$$

$$y = 1 \rightarrow n = c(8,1) = 8$$

$$y = 2 \rightarrow n = c(8,2) = 28$$

$$y = 3 \rightarrow n = c(8,3) = 56$$

$$y = 4 \rightarrow n = c(8,4) = 70$$

$$y = 5 \rightarrow n = c(8,5) = 56$$

$$y = 6 \rightarrow n = c(8,6) = 28$$

$$y = 7 \rightarrow n = c(8,7) = 8$$

$$y = 8 \rightarrow n = c(8,8) = 1$$

$n(S)$ = banyak cara membangkitkan 8 bit(0 & 1)
= $2^8 = 256$

Tabel distribusi probabilitas x :

Harga y	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Prob = f(y)	$\frac{1}{256}$	$\frac{8}{256}$	$\frac{28}{256}$	$\frac{56}{256}$	$\frac{70}{256}$	$\frac{56}{256}$	$\frac{28}{256}$	$\frac{8}{256}$	$\frac{1}{256}$

- 4) Sebuah toko menjual obral 15 radio, diantara radio tsb, terdapat 5 yang rusak. Jika seorang calon pembeli melakukan tes tiga radio yang dipilih secara random. Tuliskan distribusi probabilitas $x =$ banyaknya radio yang rusak dalam sampel itu dan tabelnya

$$P(x = 0) = \frac{\binom{10}{3}}{\binom{15}{3}} = \frac{120}{455} = \frac{24}{91}$$

$$P(x = 1) = \frac{\binom{10}{2} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{225}{455} = \frac{45}{91}$$

$$P(x = 2) = \frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{5}{2}}{\binom{15}{3}} = \frac{100}{455} = \frac{20}{91}$$

$$P(x = 3) = \frac{\binom{10}{0} \cdot \binom{5}{3}}{\binom{15}{3}} = \frac{10}{455} = \frac{2}{91}$$

Tabel distribusi probabilitasnya :

Harga x	$\frac{24}{91}$	$\frac{45}{91}$	$\frac{20}{91}$	$\frac{2}{91}$
Probabilitas x	0	1	2	3

DISTRIBUSI PELUANG KONTINU

- ◉ Distribusi peluang untuk variabel acak kontinu tidak dapat disajikan dalam bentuk tabel, tetapi dinyatakan dalam sebuah fungsi yang disebut *fungsi densitas*
- ◉ Fungsi tersebut dinyatakan sedemikian sehingga luas daerah di bawah kurva, diatas sumbu x ≈ 1

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

RATA-RATA HITUNG / HARGA HARAPAN / EKSPEKTASI, VARIANSI DAN STANDAR DEVIASI

- **Rata-rata Hitung/Harga harapan/ Ekspektasi**

$$\mu_x = E(x) = \sum x \cdot f(x)$$

- **Varians**

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= E(x^2) - E(x)^2 \\ &= \sum (x^2 \cdot f(x)) - [\sum (x \cdot f(x))]^2\end{aligned}$$

- **Standar Deviasi**

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Contoh :

1) Tabel distribusi probabilitas x :

x	0	1	2	3	Jumlah
f(x)	0,1	0,2	0,4	0,3	1
x.f(x)	0	0,2	0,8	0,9	1,9


$$\Sigma x.f(x) = E(x)$$

Atau :

$$E(x) = \Sigma x.f(x)$$

$$= 0.(0,1) + 1.(0,2) + 2(0,4) + 3(0,3)$$

$$= 1,9$$

SIFAT-SIFAT EKSPEKTASI

1) $E(a) = a$

2) $E(bx) = b.E(x)$

3) $E(x+a) = E(x) + a$

4) $E(bx+a) = b.E(x) + a$

5) $E(cx^2 + bx + a) = c.E(x^2) + b.E(x) + a$

VARIANSI DAN DEVIASI STANDAR

- ◉ **VARIANSI :**

$$\text{Var}(x) = E(x - \mu)^2 = E(x^2) - \mu_x^2$$

atau $\text{Var}(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$

$$E(x^2) = \sum x^2 \cdot f(x)$$

- ◉ **DEVIASI STANDAR :**

$$Ds(x) = \sigma_x = \sqrt{\text{var}(x)}$$

Sifat-sifat :

VARIANSI	DEVIASI STANDAR
1. $\text{var}(x) \geq 0$	1. $Ds(x) \geq 0$
2. $\text{var}(x+a) = \text{var}(x)$	2. $Ds(x+a) = Ds(x)$
3. $\text{var}(bx) = b^2 \cdot \text{var}(x)$	3. $Ds(bx) = b \cdot Ds(x)$
4. $\text{var}(bx+a) = b^2 \cdot \text{var}(x)$	4. $Ds(bx+a) = b \cdot Ds(x)$

Contoh

1. Diketahui : distribusi probabilitas sbb :

x	1	2	3	4	5	Jml
f(x)	0,10	0,25	0,20	0,15	0,3	1

Hitung : a) Mean x

b) Variansi x

c) Deviasi standar x

d) Jika $y = 4x - 2$,

hitung : $E(y)$, $\text{var}(y)$ & $Ds(y)$

Jawab :

x	1	2	3	4	5	Jml
f(x)	0,10	0,25	0,20	0,15	0,3	1
x.f(x)	0,10	0,50	0,60	0,60	1,50	3,30
x ² .f(x)	0,10	1,00	1,80	2,40	7,50	12,8

$$= \sum x \cdot f(x)$$

$$= \sum x^2 \cdot f(x)$$

$$\text{Mean } x = E(x) = \sum x \cdot f(x) = 3,30$$

$$\text{Var } (x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$= 12,8 - (3,3)^2$$

$$= 12,8 - 10,89$$

$$= 1,91$$

$$c) Ds(x) = \sqrt{\text{var}(x)} = 1,38$$

$$d) y = 4x - 2$$

$$E(y) = E(4x-2)$$

$$= 4.E(x) - 2$$

$$= 4.(3,3) - 2$$

$$= 13,2 - 2$$

$$= 11,2$$

$$Ds(y) = Ds(4x-2)$$

$$= 4.Ds(x)$$

$$= 4.(1,38) = 5,52$$

$$\text{Var}(y) = \text{var}(4x-2)$$

$$= 4.\text{var}(x)$$

$$= 4.(1,91)$$

$$= 7,64$$

2) Diketahui tabel distribusi probabilitas x

x = banyak computer yang terjual dalam 1 hari

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1

Hitung :

a) Banyak computer yang diharapkan terjual rata-rata dalam 1 hari = $E(x)$

b) Deviasi standar x = $Ds(x)$

Jawab :

x	0	1	2	3	4	5	Jml	
f(x)	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	1	
x.f(x)	0	0,1	0,4	0,9	0,8	0,5	2,7	= E(x)
x ² .f(x)	0	0,1	0,8	2,7	3,2	2,5	9,3	= E(x ²)

a) $E(x) = \sum x.f(x) = 2,7$

b) $Var(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$
 $= 9,3 - (2,7)^2$
 $= 2,01$

$Ds(x) = \sqrt{var(x)} = \sqrt{2,01} = 1,42$

MENGHITUNG MEAN, VARIANCE DAN STANDAR DEVIASI PADA KASUS-KASUS DISTRIBUSI PROBABILITAS VARIABEL RANDOM

SOAL 17 :

Sebuah mata uang dilempar sebanyak 3 kali. Berikut distribusi probabilitas keluarnya muka (M)

x_i	0	1	2	3
$F(x_i)$	1/8	3/8	3/8	1/8

Hitunglah :

- a) Mean $E(x)$
- b) Variansi ()
- c) Standar deviasi

SOAL 18 :

Data dibawah ini ini menunjukkan jmlah buku yang dipinjam pada perpustakaan UPI Bandung setiap harinya.

Xi(000)	26	30	35	24	20
Prob	0,30	0,20	0,15	0,10	0,25

Hitunglah :

- Rara-rata jumlah buku yang dipinjam tiap harinya
- Variansi

SOAL 19 :

Seorang petani ingin memutuskan apakah dia akan menanam padi atau tidak karena adanya kemarau yang cukup panjang. Bila dia memutuskan akan menanam padi maka akan menghasilkan beras sebanyak 2,5 ton dengan harga jual per kg Rp. 400,- tetapi bila hujan tidak turun maka petani tersebut mengalami kerugian sebesar Rp. 500.000,- karena panennya gagal. Bila probabilitasnya akan turun hujan = 0,40. Jika petani memutuskan menanam padi apakah menguntungkan atau tidak?

SOAL 20 :

Seorang calon pengusaha mempunyai harapan untuk memperoleh keuntungan setiap bulannya Rp. 250.000,-. Probabilitas pengusaha tersebut memperoleh keuntungan = 0,6 serta besarnya keuntungan yang diperoleh Rp. 500.000,-

Berapakah kerugian yang mungkin dideritanya seandainya dia tetap mengharapkan keuntungan setiap bulannya Rp. 250.000,-



Random
Diskrit

SELESAI

TERIMA KASIH...