

# PENGUJIAN HIPOTESIS (UJI PROPORSI & UJI VARIANS)

Achmad Samsudin, M.Pd.

JURUSAN PENDIDIKAN FISIKA FPMIPA  
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

## 6. MENGUJI PROPORSI $\pi$ : UJI DUA PIHAK

Misalkan kita mempunyai populasi binom dengan proporsi peristiwa  $A = \pi$

Berdasarkan sebuah sampel acak yang diambil dari populasi

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi \neq \pi_0 \end{array} \right.$$

$$z = \frac{x/n - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}}$$

$$\text{Kriteria: } -z_{1/2(1-\alpha)} < z < z_{1/2(1-\alpha)}$$

## Contoh:

Kita ingin menguji bahwa distribusi jenis kelamin laki-laki dan jenis kelamin perempuan adalah sama. Sebuah sampel acak terdiri atas 4.800 orang mengandung 2.458 laki-laki. Dalam taraf nyata 0,05, betulkah distribusi kedua jenis kelamin itu sama?

Jika  $\pi$  = peluang terdapatnya laki-laki, maka akan diuji pasangan hiootesis :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \pi = 1/2 \\ H_1 : \pi \neq 1/2 \end{array} \right. \quad x = 2.458, n = 4.800, \pi_0 = 1/2$$

$$z = \frac{2.458 / 4.800 - 0,5}{\sqrt{(0,5)(0,5) / 4.800}} = 1,68$$

Kriteria:  $z$  untuk  $\alpha = 0,05$  adalah 1,96

$$-1,96 < z < 1,96$$

Kesimpulan: Peluang adanya laki-laki dan perempuan sama besar

## 7. MENGUJI PROPORSI $\pi$ : UJI SATU PIHAK

Jika yang diuji dari populasi binom itu berbentuk:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi > \pi_0 \end{array} \right.$$

Uji pihak kanan

Tolak  $H_0$ , jika  $Z \geq Z_{0,5-\alpha}$  dan Terima  $H_1$ , jika  $Z < Z_{0,5-\alpha}$

$$Z = \frac{x/n - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}}$$

## Contoh:

Seorang pejabat mengatakan bahwa paling banyak 60 % anggota masyarakat termasuk golongan A. Sebuah sampel acak telah diambil yang terdiri atas 8500 orang dan ternyata 5426 termasuk golongan A. Apabila  $\alpha = 0,01$ , benarkah pernyataan tersebut?



Jawab:

Yang akan diuji adalah

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \pi = 0,6 \\ H_1 : \pi > 0,6 \end{array} \right. \quad x = 5426, n = 8500, \pi_0 = 0,6$$

$$z = \frac{5426 / 8500 - 0,6}{\sqrt{(0,6)(0,4) / 8500}} = 2,79$$

Kriteria:  $z$  untuk  $\alpha = 0,01$ ;  $z_{0,49} = 2,33$

$$z_{hitung} > z_{daftar baku} = 2,79 > 2,33$$

Kesimpulan:  $H_0$  ditolak dan uji sangat berarti

Uji pihak kiri, maka pasangan hipotesis nol dan Tandingannya adalah:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi < \pi_0 \end{array} \right.$$

Tolak  $H_0$ , jika  $Z \leq -Z_{0,5-\alpha}$  dan Terima  $H_1$ , jika  $Z > -Z_{0,5-\alpha}$

$$z = \frac{x/n - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}}$$



# Contoh:

Akan diuji  $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \pi = 0,3 \\ H_1 : \pi < 0,3 \end{array} \right.$

Sampel acak berukuran  $n = 425$  memberikan  $x/n = 0,28$ . Bagaimana hasil pengujian dengan  $\alpha = 0,05$ ?

Jawab:

Yang akan diuji adalah

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \pi = 0,3 \\ H_1 : \pi < 0,3 \end{array} \right.$$

$$z = \frac{0,28 - 0,3}{\sqrt{(0,3)(0,7)/425}} = -0,90$$

Kriteria:  $z$  untuk  $\alpha = 0,05$ ;  $z_{0,45} = 1,64$

$$z_{hitung} \leq z_{daftar baku} = z_{hitung} \leq -1,64$$

Kesimpulan:  $H_0$  diterima pada taraf nyata 0,05 dan penguji tak berarti

## 8. MENGUJI VARIANS $\sigma^2$ :

### A. UJI DUA PIHAK

Pasangan  $H_0$  dan  $H_1$  adalah:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{array} \right.$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

Terima  $H_0$ , jika  $\chi_{1/2\alpha}^2 < \chi^2 < \chi_{1-1/2\alpha}^2$  dengan  $dk = (n-1)$

## Contoh:

Masa hidup lampu A. Diambil  $\sigma = 60$  jam. Dengan sampel berukuran  $n = 50$  didapat  $s = 55$  jam. Jika masa hidup lampu berdistribusi normal, benarkah  $\sigma = 60$  jam dalam taraf  $\alpha = 0,05$ ?

Jawab:

Yang akan diuji adalah

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \sigma^2 = 3600 \text{ jam} \\ H_1 : \sigma^2 \neq 3600 \text{ jam} \end{array} \right. \quad x = 50, s^2 = 3025$$

$$\chi^2 = \frac{(50-1)(3025)}{3600} = 41,174$$

$dk = 50 - 1 = 49$  dan peluang 0,025 dan 0,975, didapat

$$\chi_{0,025}^2 = 32,4 \text{ dan } \chi_{0,975}^2 = 71,4$$

Kesimpulan:  $H_0$  diterima karena terletak diantara rentang chi kuadrat

## B. Uji satu pihak

Kadang diperlukan adanya nilai varians kecil, maka diuji:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \sigma = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma > \sigma_0^2 \end{array} \right.$$

### Uji pihak kanan

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

Tolak  $H_0$ , jika  $\chi^2 \geq \chi_{1-\alpha}^2$  dengan  $dk = (n-1)$



## Uji pihak kiri

Kadang diperlukan adanya nilai varians kecil, maka diuji:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \sigma = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma < \sigma_0^2 \end{array} \right.$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

Terima  $H_0$ , jika  $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2$  dengan  $dk = (n-1)$

## Contoh:

Proses pengisian semacam minuman ke dalam botol oleh mesin, paling tinggi mencapai varians 0,50 cc. Akhir-akhir ini ada dugaan bahwa isi botol telah mempunyai variabilitas yang lebih besar. Diteliti 20 buah botol dan isinya ditakar. Ternyata sampel ini menghasilkan simpangan baku 0,90 cc. Dengan  $\alpha = 0,05$ , perlukah mesin distel?

**Jawab:**

Pengujian yang kan dilakukan adalah mengenai:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \sigma = 0,50 \\ H_1 : \sigma > 0,50 \end{array} \right.$$

Dengans<sup>2</sup> = 0,81 dan  $n = 20$  serta  $\sigma^2 = 0,50$

$$\chi^2 = \frac{(20-1)(0,81)}{0,50} = 30,78$$

$dk = 19$  Dan peluang 0,95 diperoleh  $\chi_{0,95}^2 = 30,1$

Tolak  $H_0$ , karena  $\chi^2 \geq \chi_{1-\alpha}^2$

## 9. MENGUJI KESAMAAN DUA RATA-RATA : UJI DUA PIHAK

Pasangan  $H_0$  dan  $H_1$  adalah:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{array} \right.$$

**A)**  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$  dan  $\sigma$  diketahui

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Terima  $H_0$ , jika  $-z_{1/2(1-\alpha)} < z < z_{1/2(1-\alpha)}$

**B)**  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$  dan  $\sigma$  tidak diketahui

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Terima Ho, jika  $-t_{1-(1/2)\alpha} < t < t_{1-(1/2)\alpha}$   $dk = (n_1 + n_2 - 2)$

C)  $\sigma_1 \neq \sigma_2$  dan keduanya tidak diketahui

$$t' = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Kriteria: Terima  $H_0$  jika:

$$-\frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2} < t' < \frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2}$$

Dengan:  $w_1 = s_1^2 / n_1$ ;  $w_2 = s_2^2 / n_2$

$t_1 = t(1 - 1/2\alpha)$ ,  $(n_1 - 1)$  dan

$t_2 = t(1 - 1/2\alpha)$ ,  $(n_2 - 1)$



## D) Observasi Berpasangan

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = 0 \\ H_1 : \mu_1 \neq 0 \end{array} \right.$$

$$B_1 = x_1 - y_1, B_2 = x_2 - y_2, \dots, B_n = x_n - y_n \Rightarrow \bar{B}$$

$$t = \frac{\bar{B}}{\frac{s_B}{\sqrt{n}}}$$

Kriteria: Terima  $H_0$  jika  $-t_{1-1/2\alpha} < t < t_{1-1/2\alpha}$

dengan  $dk = (n - 1)$

## 10. MENGUJI KESAMAAN DUA RATA-RATA : UJI SATU PIHAK

### A) Uji pihak kanan

Yang diuji adalah:  $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{array} \right.$

Tolak  $H_0$ , jika:

$$t' \geq \frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2}$$

Dengan:

$$w_1 = s_1^2 / n_1; w_2 = s_2^2 / n_2$$

$$t_1 = t(1 - 1/2\alpha), (n_1 - 1) \text{ dan}$$

$$t_2 = t(1 - 1/2\alpha), (n_2 - 1)$$

dk masing-masing

## A) Uji pihak kiri

Yang diuji adalah:  $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 < \mu_2 \end{array} \right.$

Tolak  $H_0$ , jika:

$$t \leq -t_{1-\alpha}$$

Dengan:

$$dk = (n_1 + n_2 - 2)$$

**Jika  $\sigma_1 \neq \sigma_2$**

Yang diuji adalah:  $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 < \mu_2 \end{array} \right.$

Tolak  $H_0$ , jika:

$$t' \leq \frac{-(w_1 t_1 + w_2 t_2)}{w_1 + w_2}$$

## Untuk Observasi Berpasangan

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = 0 \\ H_1 : \mu_1 < 0 \end{array} \right.$$

$$B_1 = x_1 - y_1, B_2 = x_2 - y_2, \dots, B_n = x_n - y_n \Rightarrow \bar{B}$$

$$t = \frac{\bar{B}}{\frac{s_B}{\sqrt{n}}}$$

Kriteria: Tolak  $H_0$  jika  $t \leq -t_{(1-\alpha), (n-1)}$

## 11. MENGUJI KESAMAAN DUA PROPORSI: UJI DUA PIHAK

Akan diuji hipotesis:  $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \pi_1 = \pi_2 \\ H_1 : \pi_1 \neq \pi_2 \end{array} \right.$

Distribusi normal

$$z = \frac{(x_1 / n_1) + (x_2 / n_2)}{\sqrt{pq\{(1/n_1) + (1/n_2)\}}}$$

Dengan:

$$p = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \text{ dan } q = 1 - p$$

Terima  $H_0$ , jika:  $-z_{1/2(1-\alpha)} < z < z_{1/2(1-\alpha)}$



## 12. MENGUJI KESAMAAN DUA PROPORSI: UJI SATU PIHAK

**Uji pihak kanan:**

Akan diuji hipotesis:  $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \pi_1 = \pi_2 \\ H_1 : \pi_1 > \pi_2 \end{array} \right.$

Distribusi normal

$$z = \frac{(x_1 / n_1) + (x_2 / n_2)}{\sqrt{pq\{(1/n_1) + (1/n_2)\}}}$$

Dengan:

$$p = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \text{ dan } q = 1 - p$$

Tolak  $H_0$ , jika:  $z \geq z_{0,5-\alpha}$

## Uji pihak kiri:

Akan diuji hipotesis:  $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \pi_1 = \pi_2 \\ H_1 : \pi_1 < \pi_2 \end{array} \right.$

Distribusi normal

$$z = \frac{(x_1 / n_1) + (x_2 / n_2)}{\sqrt{pq\{(1/n_1) + (1/n_2)\}}}$$

Dengan:

$$p = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \text{ dan } q = 1 - p$$

Tolak  $H_0$ , jika:  $z \leq -z_{0,5-\alpha}$

### 13. MENGUJI KESAMAAN DUA VARIANS:

Populasi normal  $\sigma_1^2$  dan  $\sigma_2^2$

Akan diuji hipotesis:  $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{array} \right.$

Maka uji hipotesis dilakukan dengan:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

Kriteria pengujian, Terima  $H_0$ :

$$F_{(1-\alpha)(n_1-1)} < F < F_{1/2\alpha(n_1-1, n_2-1)}$$

Atau :

Statistik lain yang digunakan untuk menguji  $H_0$

$$F = \frac{\textit{varians terbesar}}{\textit{varians terkecil}}$$

Kriteria pengujian, Tolak  $H_0$ :

$$F \geq F_{1/2\alpha}(v_1, v_2)$$

