HAND OUT
ANALISIS REAL 1 (MT403)

KOSIM RUKMANA

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

2008

Identitas Mata Kuliah

1. Nama Mata Kuliah : Analisis Real I
2. Kode Mata Kuliah : MT403
3. Program Studi : Pendidikan Matematika/Matematika
4. Jenjang : Strata I (S1)
5. Semester : Enam/empat (Semester Genap)
6. Jumlah SKS : Tiga (3) SKS
7. Status : Perkuliahan Wajib
8. Jumlah Pertemuan : 16 Pertemuan
   - Tatap Muka : 12 pertemuan
   - Responsi : 2 pertemuan
   - U T S : 1 pertemuan
   - U A S : 1 pertemuan
9. Lama Tiap Pertemuan : 3 x 50 menit
10. Banyak Staf Pengajar : Dua (2) orang
11. Evaluasi :
    - Ujian Tengah Semester (UTS)
    - Ujian Akhir Semester (UAS)
12. Mata Kuliah Prasyarat : Kalkulus
13. Prasyarat unt. MK : Analisis Real II

Pertemuan ke-: 1, dan 2
Penyusun : Kosim Rukmana
Materi:
Pendahuluan
1. Relasi dan Fungsi
2. Induksi Matematik

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

1. Relasi dan Fungsi

1.1 Definisi : Pengertian Hasilkali Cartesius

Misalkan A *dan* B *masing-masing himpunan yang tidak kosong. Hasilkali Cartesius dari* A *dan* B *, ditulis* A x B *adalah himpunan pasangan terurut* (a, b,), *dengan* $a \in A$ *dan* $b \in B$. *Dengan menggunakan notasi himpunan, ditulis :*

$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B \}$.

1.2 Definisi : Pengertian Relasi

Himpunan bagian tidak kosong ρ *dari* A x B *disebut relasi dari* A *ke* B***.***

Jika $(x, y) \in \rho$, *ditulis* $x \rho y$ *artinya "*x *berrelasi dengan* y*".*

Suatu relasi dari A *ke* A *adalah himpunan bagian yang tidak kosong dari* A x A, *relasi ini biasa disebut relasi dalam* A.

1.3 Definisi : Pengertian Fungsi

Suatu relasi ρ *dari* A *ke* B *disebut fungsi jika dan hanya jika memenuhi kondisi:*

(1) *Domain* ρ = A.

(2) *Jika* $(x, y) \in \rho$ *dan* $(x, z) \in \rho$, *maka* y = z.

Dengan ungkapan lain: *Suatu fungsi dari A ke* B *adalah suatu relasi dari* A *ke* B *yang memasangkan/ mengaitkan setiap unsur di* A *dengan tepat satu unsur di* B*.*

Huruf-huruf f, g, h, F, G, dan H biasa dipakai untuk menyatakan suatu fungsi. Notasi $f : A \to B$ menyatakan f adalah suatu fungsi dari A ke B

1.4 Definisi : Pengertian Peta Langsung

Misalkan $f : A \to B$ *suatu fungsi dan* $E \subseteq A$. *Peta langsung (direct image) dari* E *oleh* f *adalah himpunan bagian* f(E) *dari* B*, dan ditulis* $f(E) = \{ f(x) \mid x \in E \}$.

1.5 Definisi : Pengertian Peta Invers

Misalkan $f : A \to B$ *suatu fungsi dan* $H \subseteq B$. *Peta invers (invers image)* H *oleh* f *adalah himpunan bagian* $f^{-1}(H)$ *dari* A, *dan ditulis* $f^{-1}(H) = \{x \in A \mid f(x) \in H \}$

1.6 Definisi : Fungsi Injektif atau satu-satu

Suatu fungsi $f : A \to B$ *disebut* ***injektif*** *atau* ***satu-satu*** *jika dan hanya jika untuk setiap* $x_1, x_2 \in A$ *dan* $x_1 \neq x_2$ *maka* $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Definisi di atas ekuivalen dengan pernyataan: suatu fungsi $f : A \rightarrow B$ injektif jika $f(x_1) = f(x_2)$ maka $x_1 = x_2$.

1.7 Definisi : Fungsi Surjektif atau onto

Suatu fungsi $f : A \rightarrow B$ *disebut surjektif atau* ***onto*** *dari A ke B jika dan hanya jika* $f(A) = B$.

Definisi di atas ekuivalen dengan pernyataan: fungsi $f : A \rightarrow B$ surjektif jika dan hanya jika untuk setiap $y \in B$, terdapat $x \in A$ sehingga $f(x) = y$.

1.8 Definisi : Fungsi Bijektif

Suatu fungsi $f : A \rightarrow B$ *disebut bijektif jika dan hanya jika* f *injektif dan surjektif.*

1.9 Definisi : Pengertian Fungsi Invers

Misalkan $f : A \rightarrow B$ *suatu fungsi injektif dengan domain* A *dan range* R(f) *di* B. *Jika* $g = \{ (b, a) \in B \times A \mid (a, b) \in f \}$, *maka g suatu fungsi injektif dengan domain* $D(g) = R(f)$ *dan range* $R(g) = A$. *Fungsi g disebut fungsi invers dari f dan dinyatakan oleh* f^{-1}.

Hubungan antara f^{-1} dan f adalah sebagai berikut:

$$x = f^{-1}(y) \text{ jika dan hanya jika } y = f(x).$$

1.10 Definisi : Fungsi Komposisi

Misalkan diberikan fungsi-fungsi $f : A \rightarrow B$ *dan* $g : B \rightarrow C$. *Fungsi komposisi* $g \circ f$ *adalah suatu fungsi dari* A *ke* C *yang didefinisikan oleh:*

$g \circ f\,(x) = g(f(x))$ *untuk* $x \in A$ *(lihat gambar 1.2.9).*

1.11 Teorema : Hubungan Fungsi Injektif dan Fungsi Komposisi

Jika $f : A \rightarrow B$ *dan* $g : B \rightarrow C$ *masing-masing injektif, maka komposisi* $g \circ f : A \rightarrow C$ *juga injektif.*

2. Induksi Matematik

2.1 Sifat Terurut Sempurna dari Himpunan Bilangan Asli N

Setiap himpunan bagian yang tak kosong dari himpunan bilangan asli N *mempunyai unsur terkecil.*

2.2 Prinsip Induksi Matematik

Misalkan S *himpunan bagian dari* N. *Jika* S *mempunyai sifat*:

(1) $1 \in S$:

(2) *jika* $k \in S$, *maka* $(k + 1) \in S$,

maka $S = N$

Prinsip Induksi Matematik sering dinyatakan juga dengan pengungkap-an yang berbeda dengan yang ditulis seperti di atas.

Misalkan P(n) suatu pernyataan (statement) tentang bilangan asli $n \in N$. P(n) mungkin benar untuk suatu n dan mungkin salah untuk yang lainnya.

Sebagai contoh, jika P(n) : $n^2 = n$, maka P(1) benar, sedangkan P(n) salah untuk $n \neq 1$, $n \in N$.

Dalam kaitan ini Prinsip Induksi Matematik dapat diformulasikan sebagai berikut:

2.3 Jika P(n) *adalah suatu pernyataan tentang bilangan asli n, dan* :

(1) P(1) *benar* ;

(2) *jika* P(k) *benar maka* P(k+1) benar,

maka P(n) *benar untuk semua* $n \in N$.