

CONTOH

Ujian Akhir Semester Genap 20../20..

Mata Kuliah : ANALISIS REAL I

Hari / Tgl :

W a k t u : 120 menit

Soal :

1. Buktikan, jika $\lim (x_n) = x$ dan jika $x > 0$, maka terdapat bilangan asli M sehingga $x_n > 0$, $\forall n \geq M$.
(Petunjuk: Pilih suatu $\varepsilon_0 > 0$ sehingga $x - \varepsilon_0 > 0$ dan uraikan $\lim (x_n) = x$ untuk nilai ε_0 di atas).

2. Misalkan (a_n) suatu barisan yang monoton naik, (b_n) suatu barisan yang monoton turun dan $a_n \leq b_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$.
Gunakan teorema Interval tersarang 2.6.1 dan Teorema Konvergensi Monoton 3.3.2, untuk menunjukkan bahwa $\lim (a_n) \leq \lim (b_n)$.

3. Suatu barisan bilangan real (y_n) ditentukan oleh:

$$y_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

- (i) Tuliskan rumus untuk y_{n+1} (atau isilah $y_{n+1} = \dots$)
- (ii) Tunjukkan $y_{n+1} - y_n > 0$
- (iii) Langkah (ii) menunjukkan barisan (y_n) monoton ...
- (iv) Tunjukkan $y_n < n/(n+1) < 1$, untuk setiap $n \in \mathbb{N}$
- (v) Tunjukkan (y_n) terbatas
- (vi) Langkah (iii) dan (v) menyimpulkan bahwa barisan $(y_n) \dots$

4. Misalkan bahwa tiap barisanbagian dari barisan $X = (x_n)$ mempunyai barisanbagian yang konvergen ke 0.
Susun suatu pembuktian yang menunjukkan bahwa $\lim (x_n) = 0$