Jurusan Pendidikan Matematika
FPMIPA – Universitas Pendidikan Indonesia

Bahan Diskusi/Tugas Kelompok
Topik: Limit Fungsi

Definisi 1:

Misalkan $A \subseteq R$, $A \neq \varnothing$, c titik limit dari A , $f : A \longrightarrow R$ dan $L \in R$.
L disebut limit fungsi f di c, ditulis $\lim\limits_{x \to c} f(x) = L$ jika dan hanya jika untuk setiap $\varepsilon > 0$, terdapat $\delta > 0$ sehingga jika $0 < |x - c| < \delta$, $x \in A$ maka $|f(x) - L| < \varepsilon$

Bahan diskusi:

1. Jelaskan perbedaan antara definisi limit fungsi di atas dengan definisi limit fungsi pada Kalkulus di bawah ini

   Definisi : *Misalkan $I = [\,a, b\,]$, $f : I \longrightarrow R$ suatu fungsi dan $L \in R$.*
   Dikatakan bahwa $\lim\limits_{x \to c} f(x) = L$ jika dan hanya jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ yang diberikan (betapapun kecilnya), terdapat $\delta > 0$ sehingga jika $0 < |x - c| < \delta$ maka $|f(x) - L| < \varepsilon$

2. Berdasarkan definisi 1 di atas, buatlah definisi yang menerangkan $\lim\limits_{x \to c} f(x) \neq L$

3. Jika f = { (1, 2), (2, 4), (3, 9) } maka $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 4$

   Benar atau salah pernyataan di atas, berilah penjelasan secukupnya !

4. Untuk membuktikan $\lim\limits_{x \to c} f(x) = L$ diperlukan dua langkah yaitu tentang keberadaan suatu bilangan tertentu dan kebenaran implikasi, jelaskan tentang keberadaan bilangan apa dan kebenaran implikasi yang mana ?

5. Berdasarkan definisi 1, tunjukan bahwa

   a. $\lim\limits_{x \to c} m = m$ b. $\lim\limits_{x \to c} x = c$ c. $\lim\limits_{x \to c} x^2 = c^2$

6. Tunjukkan bahwa limit suatu fungsi adalah tunggal (unik) !

Bahan Diskusi/Tugas Kelompok
Topik: Kriteria Barisan untuk Limit Fungsi

Teorema :

Misalkan $A \subseteq R$, $f: A \longrightarrow R$ *dan* c *titik limit dari A.*

$\lim_{x \to c} f(x) = L$ *jika dan hanya jika untuk setiap barisan* (x_n) *di A,* $x_n \neq c$ $\forall n \in N$

konvergen ke c, barisan $(f(x_n))$ *konvergen ke L*

Bahan Diskusi:

(1) Dalam teorema di atas terdapat beberapa kata kunci, tentukan kata kunci tersebut !

(2) Salah satu kata kunci tersebut adalah *" barisan* (x_n) *yang konvergen ke c ".* Berdasarkan definisi kekonvergenan barisan, tuliskan artinya *" barisan* (x_n) *yang konvergen ke c ".* Demikian pula untuk "*barisan* $(f(x_n))$ *konvergen ke L"*

(3) Berdasarkan teorema di atas, buatlah pernyataan yang menerangkan $\lim_{x \to c} f(x) \neq L$

(4) Teorema di atas memuat dua buah implikasi, tuliskan masing-masing implikasi tersebut.

(5) Buktikan implikasi yang pertama dengan cara pembuktian langsung, dan buktikan implikasi kedua dengan menggunakan kontrapositifnya.

Bahan Diskusi/Tugas Kelompok
Topik: Kriteria Divergensi untuk Limit Fungsi

Kriteria Divergensi:

Misalkan $A \subseteq R$, $f: A \longrightarrow R$, *c titik limit dari A dan* $L \in R$

(a) $\lim_{x \to c} f(x) \neq L$ *jika dan hanya jika terdapat barisan* (x_n) *di A,* $x_n \neq c$ $\forall n \in N$ *yang konvergen ke c tetapi barisan* $(f(x_n))$ *tidak konvergen ke L*

(b) *Fungsi f tidak mempunyai limit di c jika dan hanya jika terdapat barisan* (x_n) *di A,* $x_n \neq c$ $\forall n \in N$ *yang konvergen ke c tetapi barisan* $(f(x_n))$ *tidak konvergen di R*

Bahan Diskusi:

1. Dengan menggunakan kriteria (b) tunjukan bahwa
   a. $\lim_{x \to 0} (1/x)$ tidak ada
   b. $\lim_{x \to 0} \sin(1/x)$ tidak ada
   c. $\lim_{x \to 0} \operatorname{sgn}(x)$ tidak ada

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} x/|x| & \text{untuk } x \neq 0 \\ 0 & \text{untuk } x = 0 \end{cases}$$

2. Kerjakan soal dalam “Exercises 4.1” , paling sedikit tiga buah soal