

Bahan Diskusi/Tugas Kelompok Topik: Beberapa Perluasan Konsep Limit

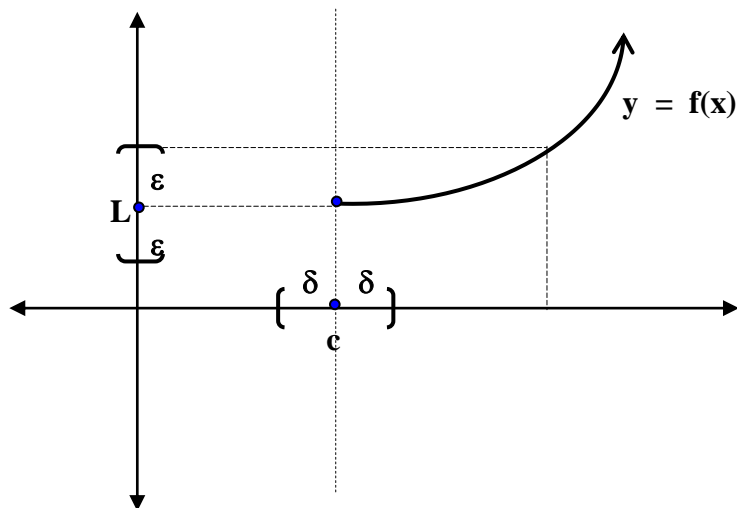
1. Limit Sepihak

a. Limit Kanan

Definisi:

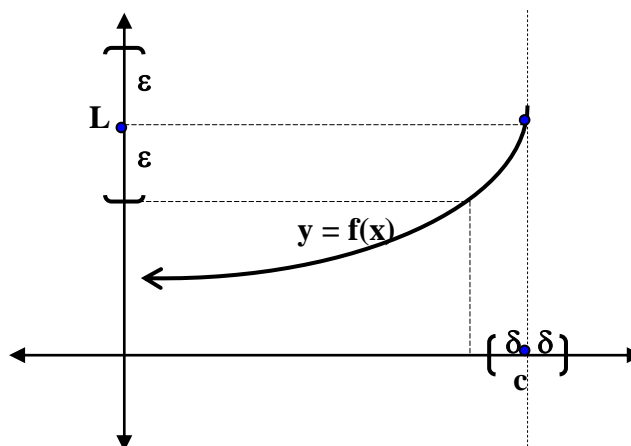
Misalkan $A \subseteq \mathbb{R}$, $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, c titik limit dari $A \cap (c, \infty) = \{x \in A \mid x < c\}$.
 $L \in \mathbb{R}$ disebut **limit kanan f di c** (ditulis $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$) jika dan hanya jika
 untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sehingga jika $x \in A$, $0 < x - c < \delta$ maka
 $|f(x) - L| < \varepsilon$

(Perhatikan gambar 1 di bawah ini)



b. Limit Kiri

Berdasarkan definisi di atas (analogi) susunlah suatu definisi untuk menjelaskan limit kiri f di c . (perhatikan gambar di bawah ini)



c. Kriteria Barisan untuk Limit Kanan

Misalkan $A \subseteq \mathbb{R}, f: A \rightarrow \mathbb{R}, c$ titik limit dari $A \cap (c, \infty)$.

$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$ jika dan hanya jika untuk setiap barisan (x_n) di $A, x_n > c$

$\forall n \in \mathbb{N}$ yang konvergen ke c , barisan $(f(x_n))$ konvergen ke L

d. Kriteria barisan untuk Limit Kiri

Lanjutkan pernyataan di bawah ini:

Misalkan $A \subseteq \mathbb{R}, f: A \rightarrow \mathbb{R}, c$ titik limit dari $A \cap (-\infty, c)$.

$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$ jika dan hanya jika

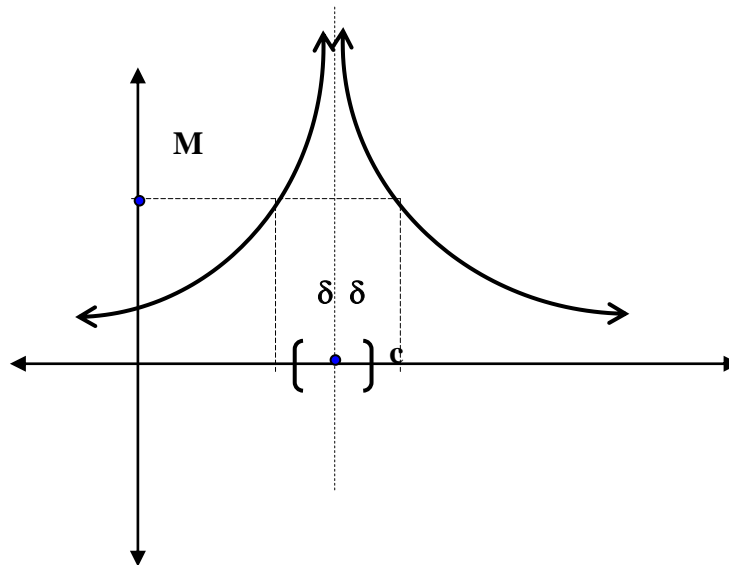
.....

2. Limit Tak Berhingga

a. Misalkan $A \subseteq \mathbb{R}, f: A \rightarrow \mathbb{R}, c$ titik limit dari A .

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \infty$ jika dan hanya jika untuk setiap $M \in \mathbb{R}$ terdapat $\delta > 0$

sehingga jika $x \in A$ dan $0 < |x - c| < \delta$ maka $f(x) > M$
(lihat gambar di bawah)



b. Lengkapi pernyataan-pernyataan berikut:

b.1 Misalkan $A \subseteq \mathbb{R}, f: A \rightarrow \mathbb{R}, c$ titik limit dari A .

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = -\infty$ jika dan hanya jika

.....

b.2 $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \infty$ jika dan hanya jika

.....

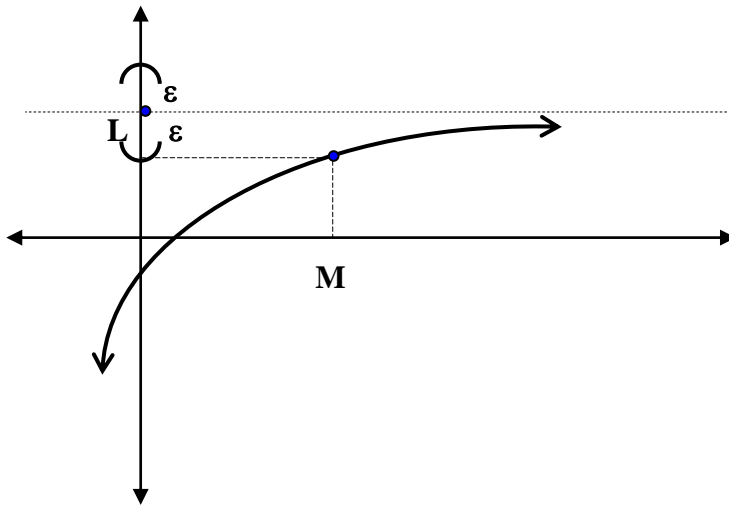
b.3 $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = -\infty$ jika dan hanya jika

3. Limit di Tak Berhingga

a. Misalkan $A \subseteq \mathbb{R}, f: A \rightarrow \mathbb{R}, L \in \mathbb{R}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$ jika dan hanya jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $M \in \mathbb{R}$

sehingga jika $x > M, x \in A$ maka $|f(x) - L| < \varepsilon$
(lihat gambar di bawah)

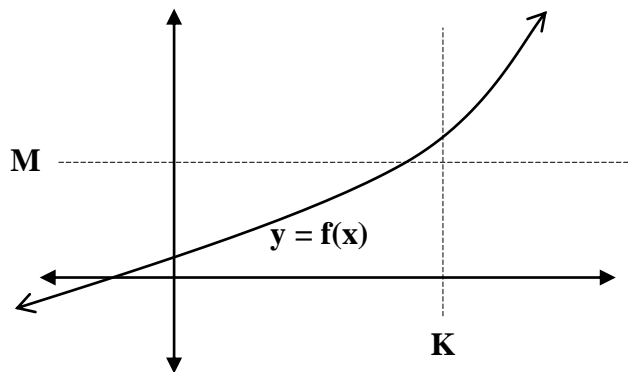


b. Lengkapi pernyataan-pernyataan berikut:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ jika dan hanya jika

c. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ jika dan hanya jika untuk setiap $M \in \mathbb{R}$ terdapat $K \in \mathbb{R}$

sehingga jika $x > K$ maka $f(x) > M$
(lihat gambar di bawah)



d. Berdasarkan pernyataan c, lengkapi pernyataan-pernyataan berikut:

d.1 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ jika dan hanya jika

.....
d.2 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ jika dan hanya jika
.....