H. Maman Suherman,Drs.,M.Si

FILE 13 : HANDOUT MATA KULIAH PENGANTAR TEORI STOKASTIK

Pertemuan 1

Pokok materi : Pengantar Teori Peluang

Sub pokok materi : Peluang & Barisan peristiwa

Tujuan Umum : Mawasiswa dapat memahami konsep dasar peluang dengan pendekatan la pangan sigma dan fungsi

Uraian pokok perkuliahan

Prosedur mendefinisikan peluang terjadinya peristiwa:

$E \rightarrow S \rightarrow \Omega \rightarrow P: \Omega \rightarrow R$ => (S, Ω, P) ruang peluang

Ciri-ciri eksperimen acak E:

- Hasil tak dapat diduga
- Setiap hasil dapat diidentifikasi dan dapat dihimpun
- Dapat diulang dengan kondisi yang sama

Ruang sampel, S adalah himpunan semua hasil dari suatu eksperimen acak, dan setiap anggota nya dinamakan titik sampel

S, ruang sampel diskrit jika S terhitung

S, ruang sampel kontinu jika S tak terhitung

S, ruang sampel uniform jika setiap titik sampel memiliki kesempatan yang sama untuk muncul

Ω adalah koleksi dari beberapa subset S, dinamakan lapangan sigma (medan peristiwa) pada S,

Jika : 1). Tertutup terhadap komplemen

2). Tertutup terhadap irisan terbilang

Sifat-sifat / catatan:

- Setiap lapangan sigma memuat Φ dan S
- Ω_1, Ω_2 lapangan sigma, maka irisannya lapangan sigma
- $\{\Phi, S\}$ lapangan sigma terkecil, dan 2^S lapangan sigma terbesar
- Setiap anggota Ω dinamakan peristiwa
- (S, Ω) dinamakan ruang peristiwa
- Operasi pada peristiwa: A, B $\in \Omega$ => A^c , $A \cap B$, AUB, A-B, Φ,S $\in \Omega$
- Relasi pada peristiwa: $A \subset B \Leftrightarrow$ A terjadi maka B terjadi
- A dan B saling eksklusif jika $A \cap B = \Phi$

Definisi (Peluang)

Fungsi P: $\Omega \rightarrow R$ fungsi peluang, jika

1). Setiap $A \in \Omega$, $P(A) \geq 0$

2). P(S) = 1

3). Setiap $A_1, A_2, \ldots \in \Omega$, A_i, A_j eksklusif => $P(\cup A_i) = \sum P(A_i)$

Catatan:

- P fungsi peluang, maka P(A) adalah peluang (nilai kemungkinan) terjadinya peristiwa A
- Nilai P(A) ditentukan, antara lain dengan asumsi, percobaan, pengalaman, dan teorema
- Sifat fungsi peluang: Tak negative, terbatas, dan kontinu
- Tiga serangkai (S,Ω,P) dinamakan ruang peluang

Contoh:

Misalkan S= $\{1, 2, 3, 4 ,5, 6\}$ ruang sampel pengetosan sebuah dadu tak jujur. Dapat ditunjuk kan ,bahwa $\Omega = \{\Phi, \{1\}, \{2,3,4,5,6\}, S\}$ adalah sebuah medan peristiwa . Dalam hal ini memi liki empat peristiwa . Didefinisikan pemetaan P:$\Omega \rightarrow R$, dengan $P(\Phi)=0$, P(S)=1 , $P(\{1\})=0$, dan $P(\{2,3,4,5,6\}) = 0{,}7$. Pemetaan ini memenuhi semua aksioma pada definisi peluang, sehingga P merupakan fungsi peluang dan (S,Ω,P) sebuah ruang peluang. Dalam hal ini, Peluang terjadi pe ristiwa muncul sisi dadu lebih besar dari satu adalah 0,7

Sifat dasar peluang:

Jika (S,Ω,P) ruang peluang dan $A,B, A_i \in \Omega$, makan

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$
3. $P(A^c) = 1 - P(A)$
4. $P(A \cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
5. $P(\cup A_i) = \sum P(A_i)$, dengan A_i mutualy eksklusif
6. $P(\cup A_i) \leq \sum P(A_i)$ (Ketaksamaan Bool)

Teorema dasar peluang:

1. Jika (S,Ω,P) ruang peluang dengan S ruang sampel diskrit dan $A \in \Omega$ maka P(A) adalah Jumlah peluang semua titik yang terletak dalam A
2. Jika (S,Ω,P) ruang peluang dengan S ruang sampel diskrit uniform hingga, dan $A\in\Omega$, maka

   PA) = N(A)/N(S)

Barisan peristiwa

Definisi (Barisan naik&turun)

Barisan peristiwa $\{A_n, n\geq 1\}$ naik (increasing) jika $A_n \subset A_{n+1}$ dan turun (decrising) jika $A_{n+1} \subset A_n$

Untuk setiap $n\geq 1$

Definisi (Limit barisan)

Jika $\{A_n , n\geq 1\}$ naik maka $\lim A_n = \cup A_n$, dan jika turun maka $\lim A_n = \cap A_n$

Untuk barisan sebarang, maka $\lim\sup A_n = \cap \cup A_k$, dan $\lim\inf A_n = \cup \cap A_k$

Definisi (Barisan konvergen)

$\{A_n, n\geq 1\}$ konvergen jika $\lim\inf A_n = \lim\sup A_n$