

H. Maman Suherman, Drs., M.Si

FILE 14 : HANDOUT MATA KULIAH PENGANTAR TEORI STOKASTIK

Pertemuan 2

Pokok materi : Distribusi peubah acak

Sub pokok materi : Peubah acak, Fungsi distribusi, Fungsi kepadatan peluang, Distribusi bersama, Distribusi bersama, Distribusi bersyarat, dan Distribusi khusus

Tujuan umum : Mahasiswa dapat memahami distribusi peubah acak

Uraian pokok perkuliahan

Definisi (Peubah acak)

Misalkan (S, Ω, P) ruang peluang pada ruang sampel S

Fungsi $X: S \rightarrow R$ dengan range S_X , dinamakan peubah acak pada S jika setiap $A \in \Omega_X$ maka $X^{-1}(A) \in \Omega$

Catatan:

- X peubah acak diskrit jika S_X terhitung, dan kontinu jika S_X tak terhitung
- Ω_X medan peristiwa pada S_X , dengan $S_X = \text{range}(X)$
- Biasanya medan peristiwa yang diambil adalah medan Borel, yaitu koleksi dari semua subset dari himpunan bilangan real. Jadi setiap subset dari R adalah peristiwa.
- $A \subset R \Rightarrow P_X(A) = P_X(X \in A) = P(X^{-1}(A))$, dengan $X^{-1}(A) = \{s \in S / X(s) \in A\}$

Definisi (Fungsi distribusi)

Fungsi $F: R \rightarrow R$, dengan $F(x) = P(X \leq x) = P(X \in (-\infty, x])$ dinamakan fungsi distribusi dari X

Contoh:

$$0 \quad ; \quad x < 0$$

$$F(x) = 1/8 x^3 ; 0 \leq x < 2$$

$$1 ; x \geq 2$$

Sifat-sifat fungsi distribusi F

1. Terbatas dengan $0 \leq F(x) \leq 1$
2. Monoton tak turun
3. Kontinu kanan (X p.a kontinu \Leftrightarrow F kontinu)
4. $F(-\infty)=0$, dan $F(\infty)=1$

Catatan:

- X berdistribusi diskrit, jika ada $\{x_1, x_2, \dots\} \subset \mathbb{R}$ sedemikian sehingga, $\sum P(X = x_i) = 1$ dan

$$F(x) = \sum P(X=t)$$

- X berdistribusi kontinu, jika F(x) kontinu, dan $F(x) = \int f(t)dt$ dengan f fkp dari X
- $F^c(x) = P(X > x) = 1 - F(x)$ adalah komplemen dari F

Definisi (Fungsi distribusi gabungan, marjinal, dan bersyarat)

Fungsi $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, dengan $F(x,y) = P(X \leq x, Y \leq y)$ dinamakan fungsi distribusi gabungan dari X dan Y

$F_X(x) = \lim_{y \rightarrow \infty} F(x,y)$ dengan $y \rightarrow \infty$, dinamakan fungsi distribusi marjinal dari X

$F_Y(y) = \lim_{x \rightarrow \infty} F(x,y)$ dengan $x \rightarrow \infty$, dinamakan fungsi distribusi marjinal dari Y

$F(x/y) = P[X \leq x / Y = y]$ dinamakan fungsi distribusi bersyarat dari X, diberikan $Y=y$

$f(x/y) = f(x,y) / f_Y(y)$, $f_Y \geq 0$ dinamakan fkp bersyarat dari X, diberikan $Y=y$

X, Y kontinu $\Rightarrow F(x/y) = \int f(t/y)dt$

X, Y bebas (stokastik) $\Leftrightarrow F_X(x) \cdot F_Y(y)$

Beberapa model distribusi peluang khusus

A. Peubah acak diskrit: Bernoulli, Binomial, Trinomial, Multinomial, Geometrik, Hipergeometrik

Pascal (Binomial negative), dan Poisson,

B. Peubah acak kontinu: Uniform, Gamma, Eksponensial, Chi kuadrat, Beta, Normal,