

FILE 17 : HANDOUT MATAKULIAH STATISTIKA MATEMATIK II

Pertemuan 5

Pokok materi : Penaksiran Parameter

Sub pokok materi: Prosedur penaksiran parameter, dan sifat-sifat penaksir

Tujuan umum : Mahasiswa dapat memahami konsep dasar penaksira parameter

Uraian Pokok Perkuliahan

Beberapa pengertian (istilah):

- Populasi ialah himpunan semua nilai mengenai karakteristik suatu obyek yang tertentu dan jelas batas-batasnya
- Sampel ialah bagian dari populasi
- X_1, X_2, \dots, X_n adalah sampel acak berukuran n dari populasi $X \sim f(x)$, jika X_i peubah acak, dan X_i, X_j saling bebas dan X_i berdistribusi identik dengan distribusi populasi atau $X_i \sim f(x_i)$
- Setiap besaran atau ukuran yang diperoleh dari populasi dinamakan parameter, dan yang diperoleh dari sampel dinamakan statistic. Atau statistic adalah merupakan fungsi dari sampel acak
- Penaksiran titik ialah suatu proses menaksir parameter dengan sebuah bilangan, dan penaksiran banyak titik ialah suatu proses menaksir parameter dengan banyak bilangan dan biasanya dalam bentuk interval

Prosedur penaksiran (titik)

- Misalkan θ adalah parameter yang tidak diketahui nilainya dan akan ditaksir melalui sampling, dengan $\theta \in \Omega$ (ruang parameter)
- Jelaskan distribusi populasinya, misalkan $X \sim f(x) = f(x, \theta)$
- Ambil sampel acak berukuran n , yaitu X_1, X_2, \dots, X_n
- Bentuk atau tentukan fungsi dari sampel acak yang berkaitan dengan θ , misalkan $Y = h(X_1, X_2, \dots, X_n)$. Fungsi ini merupakan statistic, dan dalam hal ini merupakan penaksir untuk parameter θ , dan ditulis $\hat{\theta} = Y = h(X_1, X_2, \dots, X_n)$. Jadi penaksir parameter adalah

berupa statistic (peubah acak)

- Jika dari sebuah sampel yang diambil diperoleh data atau nilai $X_1=x_1, X_2=x_2, \dots, X_n=x_n$
- Maka $y = h(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah taksiran titik untuk parameter θ

Contoh:

Misalkan $\theta = \mu$ yaitu rerata populasi, maka $Y = h(X_1, X_2, \dots, X_n) = 1/n \sum_{i=1}^n X_i = \bar{X}$ yaitu rerata sampel

adalah penaksir untuk μ

Catatan: Penaksir untuk sebuah parameter tidak unik. $\theta = \mu$ bisa ditaksir oleh median sampel, oleh modus sampel, oleh X_i , dan oleh statistic lainnya !

Sifat-sifat Penaksir: (1) Tak bias, (2) Konsisten, (3) Efisien, (4) Statistik cukup

(1) θ^{\wedge} penaksir tak bias untuk θ , jika $E[\theta^{\wedge}] = \theta$

(2) θ^{\wedge} penaksir konsisten untuk θ , jika θ^{\wedge} konvergen stokastik ke θ

(3) θ^{\wedge} penaksir efisien untuk θ , jika θ^{\wedge} tak bias dan $\text{var}(\theta^{\wedge}) \leq \text{var}(\theta^*)$ untuk setiap θ^* penaksir tak bias untuk θ

(4) $\theta^{\wedge} = T(X_1, X_2, \dots, X_n)$ memiliki statistic cukup, jika fkp gabungan bersyarat dari sampel acak diketahui $T=t$ tidak tergantung pada θ

