

SIMETRI, PERSEGIPANJANG, PERSEGI, DAN KESEJAJARAN GARIS

A. Pengantar

Materi yang akan di bahas pada kegiatan pembelajaran ini terdiri atas pengertian simetri lipat, simetri putar, setengah putaran, segiempat dan sifat-sifat persegipanjang dan persegi, serta konsep kesejajaran garis dan postulat Euclid. Di samping itu juga dikemukakan tentang nama-nama pasangan sudut jika ada dua garis dipotong oleh garis lain serta hubungan ukuran setiap pasangan sudut jika dua garis yang dipotong itu sejajar.

Materi ini harus dikuasai dengan baik oleh para calon guru sebagai dasar untuk memahami konsep-konsep geometri berikutnya.

B. Tujuan Pembelajaran Umum

Setelah mengikuti pembelajaran ini mahasiswa dapat memahami konsep simetri lipat dan simetri putar, dapat menentukan simetri lipat dan simetri putar, kesejajaran garis dan postulat Euclid tentang kesejajaran; dapat menyelidiki bangun-bangun yang memiliki sifat-sifat simetri; dapat menggunakan lebih lanjut sifat-sifat persegipanjang dan persegi. at berdasarkan setengah putaran, mengeksplorasi sifat-sifat persegipanjang dan persegi; serta terampil mengajarkannya kepada siswa.

C. Tujuan Pembelajaran Khusus

Setelah mempelajari modul ini diharapkan mahasiswa dapat:

1. Menentukan bangun yang tidak memiliki sumbu simetri.
2. Menentukan sifat-sifat garis sumbu suatu ruas garis.
3. Menentukan tingkat simetri putar suatu bangun datar
4. Menentukan bangun datar yang mempunyai sebuah sumbu simetri
5. Menentukan pernyataan yang merupakan sifat dari persegi tetapi bukan sifat persegipanjang
6. Menentukan hubungan himpunan-himpunan segiempat, persegi dan persegipanjang.
7. Menentukan ukuran sudut yang perpotongan diagonal persegipanjang.

8. Membandingkan sifat-sifat persegi dan persegipanjang.
9. Menentukan nama-nama pasangan sudut apabila ada dua garis dipotong oleh garis lain.
10. Menentukan ukuran sudut apabila ada dua garis sejajar dipotong oleh garis lain, dimana salah satu ukuran sudutnya diketahui.

D. Materi Pelajaran

Simetri lipat

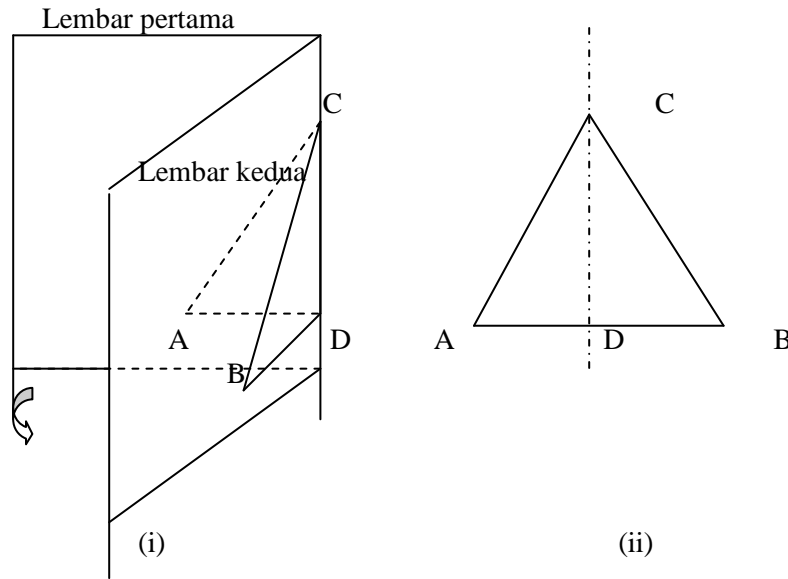
Lukislah sebuah $\triangle ABC$ sama sisi dengan $AB = 6$ cm pada selembar kertas. Lipatlah segitiga kertas tersebut sehingga titik A berimpit dengan titik B. Oleh lipatan tadi kertas menjadi dua lembar, dan misalkan lipatan kertas memotong \overline{AB} di titik D seperti terlihat pada gambar 1. (i). Bagian $\triangle ABC$ yang termuat pada lembaran kertas pertama adalah \overline{AC} dan \overline{AD} , sedangkan bagian $\triangle ABC$ yang termuat pada lembaran kertas kedua adalah \overline{BC} dan \overline{BD} . Ternyata \overline{AC} berimpit dengan \overline{BC} dan \overline{AD} berimpit dengan \overline{BD} . Jika bagian-bagian $\triangle ABC$ pada lembaran pertama masing-masing berpasangan dengan bagian-bagian $\triangle ABC$ pada lembaran yang kedua, segitiga dan berimpit, maka $\triangle ABC$ itu dikatakan memiliki simetri lipat. Sedangkan garis lipatnya dalam kasus ini adalah \overline{CD} disebut *sumbu simetri*, seperti terlihat pada gambar 1. (ii). Apakah $\triangle ABC$ sama sisi ini mempunyai sumbu simetri selain \overline{CD} ? Berikan alasan!

Tugas 1

Gunakan cara seperti di atas untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut ini..

1. Segitiga manakah yang memiliki simetri lipat?
2. Apakah setiap segitiga memiliki simetri lipat?
3. Sebutkan bangun-bangun datar yang memiliki simetri lipat, dan berapa banyak masing-masing sumbu simetri yang dimilikinya?
4. Apakah setiap ruas garis memiliki simetri lipat? Jika ya, berapakah banyaknya sumbu simetri suatu ruas garis?

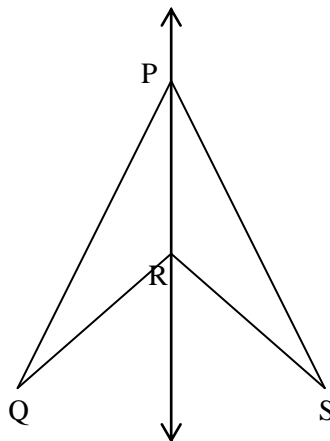
5. Selidiki sifat-sifat sumbu simetri suatu ruas garis ! (Sumbu simetri suatu ruas garis disebut garis sumbu ruas garis tersebut).



Gambar 1.

Sifat-sifat simetri lipat

Perhatikan bangun segiempat PQRS pada gambar 2 yang memiliki sumbu simetri \overleftrightarrow{PR} . Artinya jika bangun itu dilipat menurut garis \overleftrightarrow{PR} , maka \overline{PQ} berimpit dengan \overline{PS} , serta \overline{QR} berimpit dengan \overline{SR} , sehingga $\angle PQR$ berimpit dengan $\angle PSR$. Akibatnya $PQ = PR$ dan $QR = SR$ dan $m\angle PQR = m\angle PSR$.



Gambar 2.

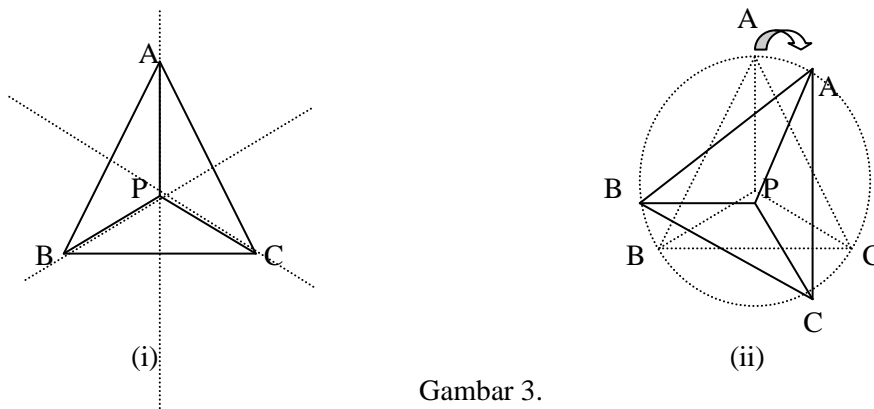
Tugas 2

Gunakan cara seperti di atas untuk menunjukkan pernyataan-pernyataan berikut.

1. Jika ΔABC sama kaki, $AB = AC$, maka $m\angle ACB = m\angle ABC$.
2. Jika ΔABC sama sisi, maka $m\angle ACB = m\angle ABC = m\angle BAC = 60^\circ$.
3. Jika ΔDEF dimana $m\angle DEF = m\angle DFE$, maka ΔDEF segitiga samakaki.
4. Jika ΔKLM dimana $m\angle KLM = m\angle KML = m\angle MKL$, maka ΔKLM segitiga sama sisi.

Simetri putar

Lukislah ΔABC sama sisi dengan $AB = 6$ cm pada selembar karton, dan dimana titik P merupakan titik potong sumbu-sumbu simetrinya (\overline{PA} , \overline{PB} , dan \overline{PC}) merupakan sumbu-sumbu simetri seperti terlihat pada gambar 3. (i). Kemudian gunting menurut sisi-sisi segitiga itu. Gambar sebuah lagi ΔABC dengan ukuran yang sama pada kertas lain, segitiga kedua ini kita sebut saja *bingkai ΔABC* .



Gambar 3.

Impitkanlah ΔABC yang terbuat dari karton tersebut di atas bingkai ΔABC , sehingga titik A berimpit dengan titik A, titik B berimpit dengan titik B, serta titik C berimpit dengan titik C. Tancapkan ujung jangka pada titik P sebagai *pusat pemutaran*, kemudian putarlah ΔABC (yang terbuat dari karton) searah jarum jam sehingga titik A pada ΔABC yang diputar menempati titik C pada bingkai (lihat gambar 4.3 (ii)). Ternyata ΔABC tersebut menutupi bingkainya dengan sempurna. Sekarang impitkan

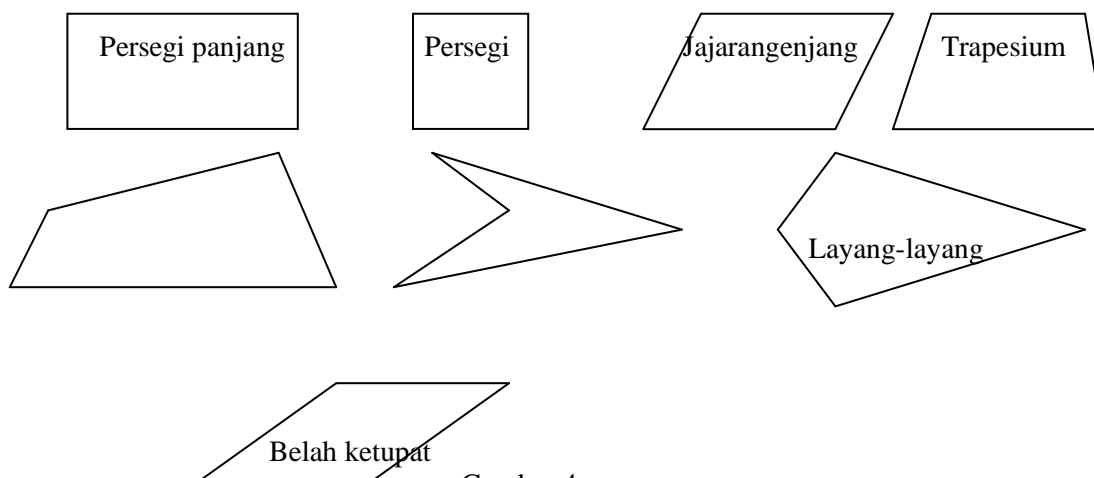
kembali $\triangle ABC$ itu dengan bingkainya seperti semula, kemudian putarlah searah jarum jam $\triangle ABC$ sehingga titik A berimpit dengan titik B pada bingkainya. Ternyata $\triangle ABC$ tersebut menutupi bingkainya dengan sempurna. Demikian pula jika $\triangle ABC$ diputar satu putaran, jelas $\triangle ABC$ tersebut menutupi bingkainya dengan sempurna. Dari kegiatan tersebut di atas, dengan cara memutar $\triangle ABC$ searah jarum jam, ternyata ada tiga cara agar segitiga itu menutupi bingkainya. Dikatakan *tingkat simetri putar* dari segitiga sama sisi adalah tiga.

Tugas 3

1. Melalui kegiatan seperti di atas, tentukan tingkat simetri putar dari:
 - a. persegi
 - b. persegi panjang
 - c. jajargenjang
2. Berikan contoh bangun yang memiliki tingkat simetri putarnya satu !
3. Bagaimana menentukan titik pusat pemutaran untuk bangun yang tidak memiliki sumbu simetri atau bangun yang memiliki hanya sebuah sumbu simetri ?
4. Bangun segiempat manakah yang tidak memiliki sumbu simetri tetapi memiliki tingkat simetri putar lebih dari satu ?

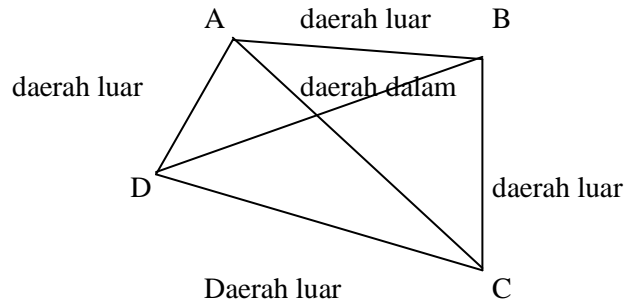
Segiempat

Disekeliling kita banyak benda-benda yang memuat bangun segiempat; terutama yang berbentuk persegi panjang dan persegi. Semua bangun- bangun pada gambar 4 merupakan segi empat.



Gambar 4

Segiempat ABCD adalah gabungan dari \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , dan \overline{DA} . Seperti halnya segitiga, pada segiempat juga ada yang disebut daerah dalam (interior) dan daerah luar (eksterior) serta \overline{AC} dan \overline{BD} disebut diagonal dari segiempat tersebut (Gambar 5).



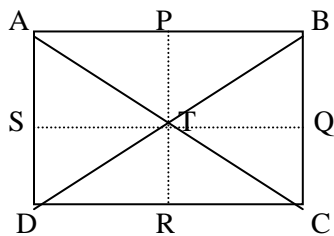
Gambar 5

Tugas 4.

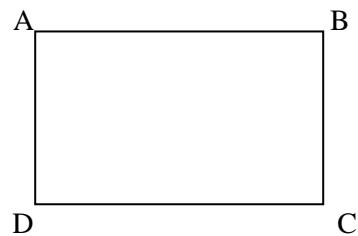
Rumuskan tiga buah pernyataan tentang empat ruas garis yang membentuk suatu segiempat !

Persegi panjang

Gambarlah pada sebuah karton sebuah persegi panjang ABCD dengan $AB = 6$ cm dan $AD = 4$ cm, kemudian guntinglah menurut sisi-sisinya (gambar 6.(i)). Gambarkan pula persegi panjang tersebut pada kertas lain sebagai bingkainya (gambar 6. (ii)).



(i) Persegi panjang



(ii) bingkai persegi panjang

Gambar 6

Tugas 5.

Dengan melipat, memutar (dengan pusat T), dan membalik dalam menempatkan persegi panjang ABCD pada bingkainya; jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

1. Berapakah banyaknya sumbu simetri persegi panjang ABCD ?
2. Berapakah tingkat simetri putar persegi panjang ABCD ?

3. Berapa cara persegi panjang ABCD menempati bingkainya dengan melakukan pemutaran ?
4. Berapa cara persegi panjang ABCD menempati bingkainya dengan cara membalik ?
5. Berapa cara persegi panjang ABCD menempati bingkainya ?
6. Selidiki, apakah pernyataan berikut benar atau salah !Berikan alasan !
 - a. Jika ABCD persegi panjang, maka $AB = DC$ dan $AD = BC$
 - b. Jika ABCD persegi panjang, maka $AC = BD$
 - c. Jika ABCD persegi panjang, maka $AT = BT$ dan $CT = DT$
 - d. Jika ABCD persegi panjang, maka $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
 - e. Jika ABCD persegi panjang, maka $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^0$
 - f. Jika ABCD persegi panjang, maka $m\angle A = m\angle B = m\angle C = m\angle D = 90^0$

Persegi

Gambarlah pada sebuah karton sebuah persegi panjang KLMN dengan $KL = 5$ cm, kemudian guntinglah menurut sisi-sisinya. Gambarkan pula persegi tersebut pada kertas lain sebagai bingkainya.

Tugas 6.

Dengan melipat, memutar dengan pusat titik potong sumbu simetrinya, serta menempatkan persegi KLMN pada bingkainya; jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

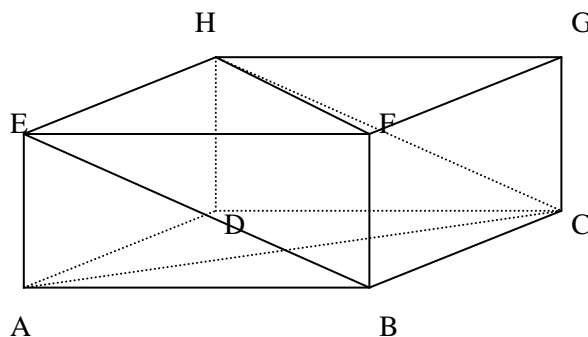
1. Berapakah banyaknya sumbu simetri persegi KLMN ?
2. Berapakah tingkat simetri putar persegi KLMN ?
3. Berapa cara persegi KLMN menempati bingkainya dengan melakukan pemutaran terhadap pusatnya ?
4. Berapa cara persegi KLMN menempati bingkainya dengan cara membalik ?
5. Berapa cara persegi KLMN menempati bingkainya ?
6. Selidiki, apakah pernyataan berikut benar atau salah !Berikan alasan !
 - a. Jika KLMN persegi, maka $KL = LM = MN = NK$
 - b. Jika KLMN persegi, maka $KM = LN$

- c. Jika KLMN persegi dan perpotongan diagonal-diagonalnya adalah titik X, maka $KX = LX = MX = NX$.
- d. Jika KLMN persegi, maka $\overline{KM} \perp \overline{LN}$
- e. Jika KLMN persegi, maka $m\angle K + m\angle L + m\angle M + m\angle N = 360^0$.
- f. Jika KLMN persegi, maka $m\angle K = m\angle L = m\angle M = m\angle N = 90^0$.
7. Tandailah baris-baris pada kolom, 3 dan 4 dengan ceklis (\checkmark) jika sesuai dengan pernyataan yang terdapat pada kolom 2.

No.	Sifat-sifat	Persegi panjang	Persegi
1.	Setiap sudutnya berukuran 90^0		
2.	Ukuran sisi yang berhadapan sama panjang		
3.	Panjang kedua diagonalnya sama		
4.	Kedua diagonalnya saling berpotongan dan membagi dua sama panjang		
5.	Kedua diagonalnya saling berpotongan tegaklurus		

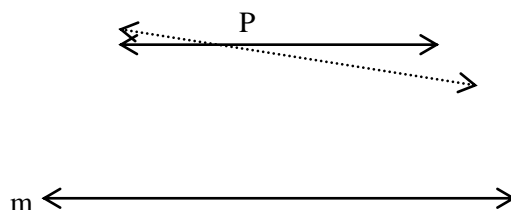
Pasangan Garis Sejajar

Perhatikan gambar 7 merupakan sebuah balok ABCDEFGH. Garis \overline{AB} sejajar dengan \overline{DC} , garis \overline{BC} sejajar dengan \overline{EH} , garis \overline{BE} sejajar dengan \overline{CH} . Tetapi Garis \overline{AC} tidak sejajar dengan \overline{FH} , garis \overline{BC} tidak sejajar dengan \overline{FH} . Pasangan garis pada himpunan pertama $\{(\overline{AB}, \overline{DC}), (\overline{BC}, \overline{EH}), (\overline{BE}, \overline{CH})\}$ maupun pada himpunan kedua $\{(\overline{AC}, \overline{FH}), (\overline{BC}, \overline{FH})\}$ setiap pasangan garis tersebut tidak beririsan (berpotongan). Apakah yang membedakan di antara kedua himpunan tadi? Pasangan garis-garis pada himpunan kedua disebut pasangan garis yang bersilangan. Dua buah garis disebut sejajar jika kedua garis itu terletak pada sebuah bidang dan tidak saling berpotongan. Garis $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ sebab \overline{AB} dan \overline{DC} terletak pada bidang \overline{ABCD} dan tidak saling berpotongan. Garis \overline{AC} tidak sejajar dengan \overline{FH} , walaupun tidak saling berpotongan tetapi tidak ada sebuah bidang yang memuat kedua garis tersebut. Jadi untuk memastikan apakah garis itu sejajar harus diperiksa terlebih dahulu, adakah sebuah bidang yang memuat kedua garis tersebut, baru kemudian diperiksa apakah kedua garis itu saling berpotongan atau tidak.



Gambar 7

Selanjutnya kita menganggap bahwa garis-garis yang dibicarakan terletak pada sebuah bidang. Menurut Euclid, “ melalui sebuah titik P yang terletak di luar sebuah garis m terdapat tepat satu garis yang sejajar dengan garis yang diketahui”(gambar 8). Geometri yang dikembangkan berdasarkan ketentuan (postulat) tersebut disebut Geometri Euclid.



Gambar 8.

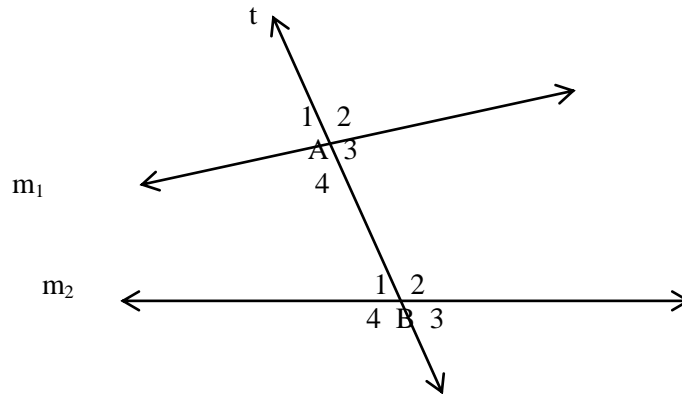
Tugas 7

1. Sebutkan pasangan garis-garis yang sejajar pada balok ABCD.EFGH di atas !
2. Selidiki apakah pernyataan ini benar atau salah !
 - a. Misalkan garis-garis p , q , dan r terletak pada satu bidang, jika $p \perp r$ dan $q \perp r$ maka $p \parallel q$.
 - b. Misalkan titik P dan garis m terletak pada sebuah bidang, terdapat tepat sebuah garis yang melalui P dan tegak lurus m .

Macam-macam Pasangan Sudut

Misalkan pada sebuah bidang terdapat dua garis yaitu m_1 dan m_2 (tidak harus sejajar) dan ada sebuah garis lain t ((transversal) yang memotong kedua garis

tersebut (gambar 9) maka terdapat pasangan sudut-sudut dalam berseberangan, sudut-sudut luar berseberangan dan sudut-sudut sehadap.

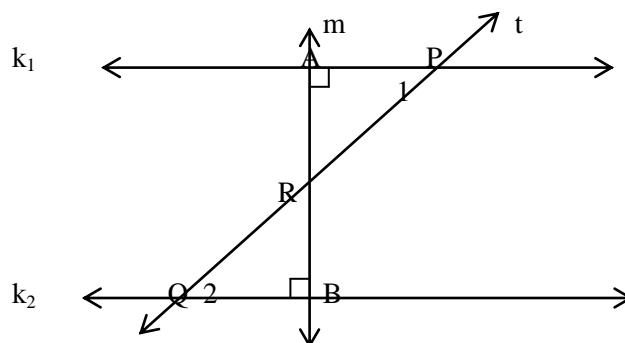


Gambar 9

Pasangan $\angle A_3$ dengan $\angle B_1$ dan pasangan $\angle A_4$ dengan $\angle B_2$ disebut pasangan *sudut-sudut dalam berseberangan*. Pasangan $\angle A_1$ dengan $\angle B_3$ dan $\angle A_2$ dengan $\angle B_4$ disebut pasangan *sudut-sudut luar berseberangan*. Pasangan $\angle A_1$ dengan $\angle B_1$, $\angle A_2$ dengan $\angle B_2$, $\angle A_3$ dengan $\angle B_3$, dan pasangan $\angle A_4$ dengan $\angle B_4$ disebut pasangan *sudut-sudut sehadap*. Pasangan $\angle A_3$ dengan $\angle B_2$ dan $\angle A_4$ dengan $\angle B_1$ disebut pasangan *sudut-sudut dalam sepihak*. Pasangan $\angle A_2$ dengan $\angle B_3$ dan $\angle A_1$ dengan $\angle B_4$ disebut pasangan *sudut-sudut luar sepihak*.

Hubungan Ukuran Pasangan Sudut

Misalkan garis $k_1 \parallel k_2$ dipotong oleh transversal t dimana titik potongnya P dan Q seperti terlihat pada gambar 10. Bagaimanakah ukuran pasangan sudut-sudut dalam berseberangan ?



Gambar 10

Misalkan titik tengah ruas garis \overline{PQ} adalah R. Melalui titik R buat garis m yang tegak lurus k_1 . Berdasarkan pernyataan pada bagian 10, maka garis m akan tegak lurus juga terhadap garis k_2 .

Perhatikan segitiga siku-siku $\triangle APR$ dan $\triangle BQR$, kemudian lengkapilah kalimat-kalimat berikut ini.

1. $m \angle APR + m \angle ARP = \dots\dots\dots^{\circ}$, sebab
.....
2. $m \angle AQR + m \angle BRQ = \dots\dots\dots^{\circ}$, sebab
.....
3. $m \angle ARP = m \angle \dots\dots\dots$, sebab
.....
4. Dari 1, 2, dan 3 disimpulkan bahwa $m \angle APR = m \angle \dots\dots\dots$, artinya jika dua garis sejajar dipotong oleh garis lain (transversal), maka ukuran sudut-sudut dalam berseberangan sama.

Tugas 8.

1. Misalkan dua garis sejajar dipotong oleh sebuah garis transversal, buktikan
 - a. ukuran sudut-sudut sehadap sama
 - b. ukuran sudut-sudut luar berseberangan sama
 - c. jumlah ukuran pasangan sudut-sudut dalam sepihak adalah 180°
 - d. jumlah ukuran pasangan sudut-sudut luar sepihak adalah 180°
2. Misalkan dua garis dipotong oleh garis lain, buktikan jika ukuran sudut-sudutnya sama maka kedua garis itu sejajar.

RANGKUMAN

1. Sumbu suatu ruas garis adalah himpunan semua (tempat kedudukan) titik yang berjarak sama terhadap titik-titik ujung ruas garis tersebut.
2. Bangun datar yang mempunyai sumbu simetri (lipat) jika dan hanya jika menempati bingkainya dengan cara membalik.

3. Tingkat simetri putar adalah banyaknya cara bangun datar menempati bingkainya melalui pemutaran dengan pusat tertentu.
4. Setiap bangun datar memiliki tingkat simetri putar satu.
5. Segiempat disebut persegi panjang jika dan hanya jika memiliki sudut siku-siku dan menempati bingkainya dengan paling sedikit empat cara.
6. Segiempat disebut persegi jika dan hanya jika memiliki sudut siku-siku dan menempati bingkainya dengan tepat delapan cara.
7. Jika ada dua buah garis dipotong oleh garis lain, maka terdapat pasangan sudut-sudut sehadap, dalam berseberangan, luar berseberangan, dalam sepihak, dan luar sepihak
8. Jika dua garis sejajar dipotong oleh garis lain, maka ukuran pasangan sudut sehadap sama.
9. Jika dua garis sejajar dipotong oleh garis lain, maka ukuran pasangan sudut dalam berseberangan sama.
10. Jika dua garis sejajar dipotong oleh garis lain, maka ukuran pasangan sudut luar berseberangan sama.
11. Jika dua garis sejajar dipotong oleh garis lain, maka jumlah ukuran pasangan sudut dalam sepihak 180° .
12. Jika dua garis sejajar dipotong oleh garis lain, maka jumlah ukuran pasangan sudut luar sepihak 180° .

TUGAS MANDIRI

A. Pilihlah sebuah jawaban yang paling tepat !

1. Manakah bangun di bawah ini yang *tidak memiliki* sumbu simetri ?
 - a.
 - b.
 - c.
 - d.

E

H

N

O

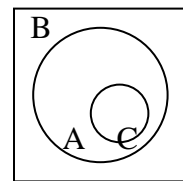
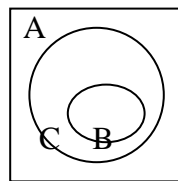
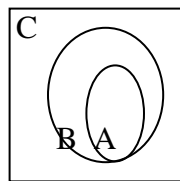
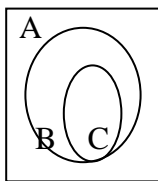
2. Diberikan sebuah ruas garis \overline{AB} dengan garis sumbu \overleftrightarrow{PQ} . Manakah pernyataan di bawah ini yang salah ?
- \overleftrightarrow{PQ} dan \overline{AB} membentuk sudut siku-siku.
 - \overleftrightarrow{PQ} dan \overline{AB} saling berpotongan di titik tengah \overline{AB} .
 - Setiap titik yang terletak pada \overleftrightarrow{PQ} berjarak sama terhadap A dan B.
 - Setiap titik yang terletak pada \overline{AB} berjarak sama terhadap P dan Q.
3. Jika $\triangle PQR$ samakaki, $PQ = QR$ dan $m\angle PQR = 50^\circ$, berapakah $m\angle PRQ$?
- 65°
 - 60°
 - 55°
 - 50°
4. Bangun segiempat manakah yang mempunyai sebuah sumbu simetri dengan tingkat simetri putar satu ?
- persegi
 - layang-layang
 - persegi panjang
 - jajargenjang
5. Manakah sifat persegi yang tidak dimiliki oleh persegi panjang ?
- Diagonal-diagonalnya sama panjang
 - Diagonal-diagonalnya saling berpotongan dan membagi dua sama panjang
 - Diagonal-diagonalnya saling berpotongan tegak lurus
 - Ukuran sisi-sisi yang berhadapan sama panjang
6. Misalkan A = himpunan persegi, B = himpunan persegi panjang dan C = himpunan segiempat. Digram Venn manakah yang paling tepat menyatakan hubungan ketiga himpunan tersebut ?

a.

b.

c.

d.



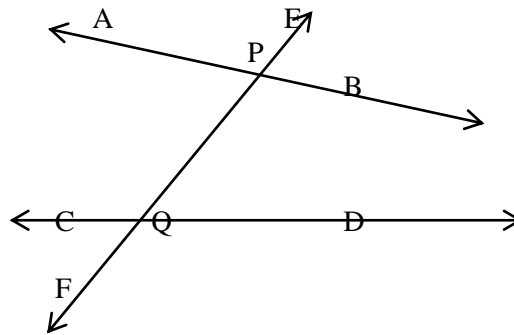
7. Diketahui persegi panjang PQRS dan T adalah titik potong diagonalnya. Jika $m\angle PQT = 50^\circ$, Berapakah $m\angle PTS$?
- 50°
 - 60°
 - 80°
 - 100°

8. Manakah pernyataan berikut merupakan sifat persegi tetapi bukan sifat dari persegipanjang?
- Ukuran sisi yang berhadapan sama panjang
 - Panjang kedua diagonalnya sama panjang
 - Kedua diagonal saling membagi dua sama panjang
 - Kedua diagonalnya saling tegak lurus

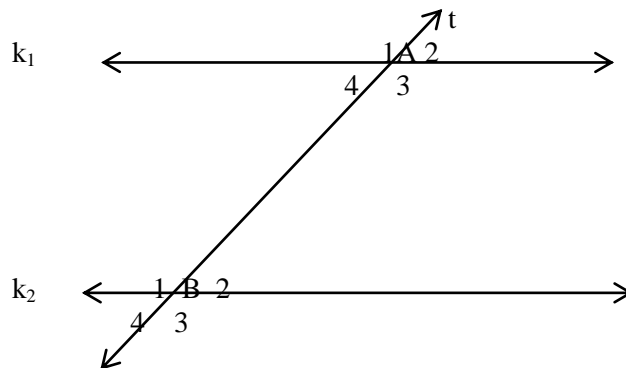
B. Jawablah semua pertanyaan pada soal berikut!

1. Perhatikan gambar 11 di bawah ini, garis \overleftrightarrow{EF} memotong garis \overleftrightarrow{AB} dan garis \overleftrightarrow{CD} masing-masing di titik P dan Q. Tuliskan masing-masing sepasang sudut-sudut :

- Sehadap
- dalam berseberangan
- luar berseberangan
- dalam sepihak
- luar sepihak



Gambar 11



Gambar 12.

2. Garis k_1 sejajar dengan garis k_2 dipotong oleh garis t masing-masing di titik A dan B, seperti terlihat pada gambar 12. Jika $m\angle A_2 = 40^\circ$, carilah :
- $m\angle A_1$
 - $m\angle A_3$
 - $m\angle B_1$
 - $m\angle B_3$
 - $m\angle B_4$

