

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/ Semester: XI Program IPA/2

Alokasi Waktu: 6 jam Pelajaran (3 × Pertemuan)

A. Standar Kompetensi

Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

B. Kompetensi Dasar

1. Menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu fungsi aljabar dan trigonometri

C. Tujuan Pembelajaran

1. Siswa dapat menetapkan kebenaran suatu pernyataan tentang sifat limit fungsi.
2. Siswa dapat menerapkan sifat-sifat limit dalam menyelesaikan persoalan
3. Siswa dapat menghitung nilai limit suatu fungsi trigonometri.

D. Materi Pokok

Sifat-Sifat Limit Fungsi dan Limit Fungsi Trigonometri

E. Metode Pembelajaran

Model Pembelajaran Matematika Knisley.

F. Kegiatan Pembelajaran

Pertemuan Pertama

Pendahuluan

Menjelaskan tujuan pembelajaran pertemuan ini yaitu mempelajari sifat-sifat limit fungsi yang dapat digunakan dalam mencari nilai limit fungsi.

Selanjutnya akan dipelajari tentang limit fungsi trigonometri.

*Kegiatan Inti***Kegiatan 1: Abstrak-Reflektif**

Guru menjelaskan sifat-sifat limit sebagai fakta. Guru memberikan beberapa contoh menghitung limit fungsi dengan menggunakan sifat-sifat limit.

Bila n bilangan asli, k suatu konstanta, serta f dan g fungsi yang memiliki limit di $x = c$, maka

$$(1) \lim_{x \rightarrow c} k = k$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow c} x = c$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow c} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow c} f(x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) + \lim_{x \rightarrow c} g(x)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow c} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) - \lim_{x \rightarrow c} g(x)$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow c} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow c} g(x)$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}, \lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^n = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)]^n$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$$

Kegiatan 2: Abstrak-Aktif

Untuk memberikan kesempatan kepada siswa mengembangkan penggunaan sifat-sifat limit dalam menentukan nilai limit fungsi, siswa diberi tugas berikut, serta dilanjutkan dengan mendiskusikan jawaban. .

Untuk soal nomor 1 sampai dengan 3 diketahui $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$ dan 4. $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -1$

Carilah nilai limit berikut.

$$1. \lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f^2(x) + g^2(x)}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[3]{g(x)} [f(x) + 3]$$

$$3. \lim_{x \rightarrow a} \left[|f(x)| + |3g(x)| \right]$$

Hitunglah

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{(x-5)(3-x)}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2 + x + 3}{x^2 - 1}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 2}{x^3 - 1}$$

$$7. \lim_{y \rightarrow -\infty} \frac{9y^3 + 1}{y^2 - 2y + 2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$$

Untuk soal nomor 9 dan 10. carilah $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ apabila $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$

$$9. f(x) = 3x^2 + 2x + 1$$

$$10. f(x) = \frac{3}{x^2}$$

Penutup

Guru mengulas kembali sifat-sifat limit fungsi di suatu. Pertemuan berikutnya akan dipelajari limit fungsi trigonometri.

Pertemuan Kedua

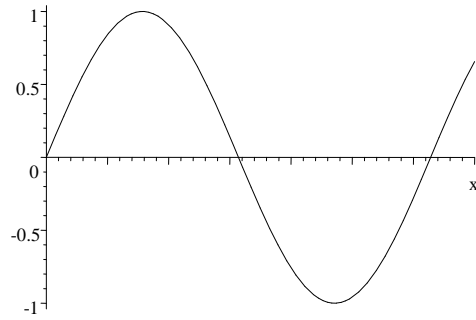
Pendahuluan

Menjelaskan tujuan pembelajaran pada pertemuan ini yaitu mempelajari nilai limit fungsi trigonometri. Guru menjelaskan kepada siswa bahwa berkaitan dengan limit fungsi trigonometri, satuan sudut yang digunakan haruslah satuan radian, bukan derajat.

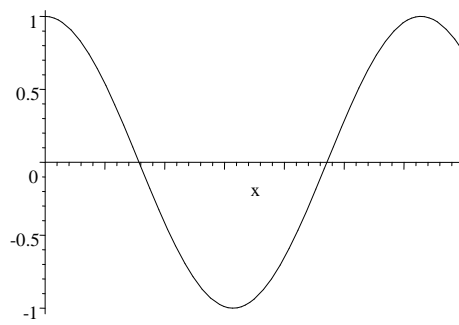
Kegiatan Inti

Kegiatan 1. Kongkrit-Reflektif

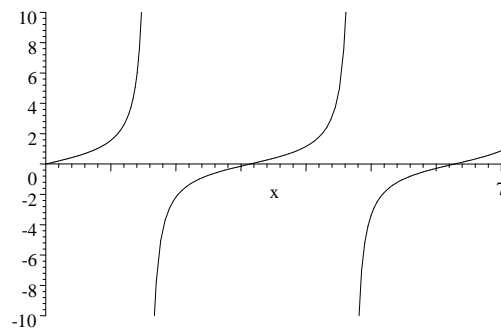
Guru guru mengajak siswa untuk mengingat kembali grafik fungsi trigonometri, khususnya $\sin x$, $\cos x$, dan $\tan x$. Selanjutnya sifat-sifat limit fungsi yang telah dipelajari berlaku pula pada fungsi trigonometri.



$$f(x) = \sin x$$



$$g(x) = \cos x$$



$$h(x) = \tan x$$

Kegiatan 2: Kongkrit- Aktif

Untuk mengingat kembali konsep limit fungsi dan menerapkan teorema substitusi pada fungsi trigonometri, siswa diberi tugas sebagai berikut.

Berdasarkan grafik fungsi trigonometri $\sin x$, $\cos x$ atau $\tan x$, carilah nilai limit berikut.

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x$
2. $\lim_{x \rightarrow \pi} \cos x$
3. $\lim_{x \rightarrow \pi} \tan x$
4. $\lim_{x \rightarrow a} \sin x$
5. $\lim_{x \rightarrow b} \cos x$
6. Adakah nilai $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x$? Mengapa?

Kegiatan 3: Abstrak-Reflektif

Guru menjelaskan terlebih dahulu *teorema apit* sebagai fakta melalui contoh. Selanjutnya dengan menggunakan teorema apit guru menurunkan rumus-rumus (teorema) limit fungsi trigonometri khusus.

1. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{\sin t} = 1$
2. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$
3. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\tan t}{t} = 1$
4. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{\tan t} = 1$

Guru memberi contoh penggunaan teorema untuk mencari nilai limit fungsi trigonometri.

Kegiatan 4: Abstrak-Aktif

Untuk memberikan kesempatan kepada siswa mengembangkan penggunaan teorema limit fungsi trigonometri dan sifat-sifat limit fungsi, siswa diberi tugas berikut, dilanjutkan dengan diskusi jawaban siswa.

Hitunglah

1. (a) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos^2 t}{1 + \sin t}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \tan x}{\sin x}$

2. (a) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 3\theta}{2\theta}$ (b) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan 5\theta}{\sin 2\theta}$
3. (a) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(3t) + 4t}{t \sec t}$ (b) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2t}{t^2}$
4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan x}$ (b) $\lim_{z \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 z}{1 - \sin z}$
5. Hitunglah $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ untuk
- (a) $f(x) = \sin x$ (b) $f(x) = \tan x$

Penutup

Guru menyampaikan bahwa pertemuan berikutnya adalah evaluasi hasil belajar secara tes tertulis mengenai limit fungsi, oleh karena itu siswa diminta mempelajari kembali materi tersebut dengan sungguh-sungguh.

Pertemuan Ketiga

Pertemuan ini digunakan untuk melakukan evaluasi hasil belajar melalui tes tertulis. Setelah selesai pelaksanaan tes diadakan diskusi tentang penyelesaian soal-soal tes itu.

G. Sumber Belajar

Buku ajar dan Lembar Tugas Siswa

H. Penilaian Hasil Belajar

Tes tertulis bentuk uraian.

Asesmen otentik tahap pemahaman siswa berdasarkan gaya belajar siswa, menggunakan rubriks sebagai berikut.

Rubriks Tahapan Gaya Belajar Siswa

Tahapan Gaya Belajar Siswa			
Kongkrit-Reflektif	Kongkrit-Aktif	Abstrak-Reflektif	Abstrak-Aktif
Siswa baru mengingat/hafal istilah - istilah, notasi yang terkait dengan konsep baru, tetapi belum bisa membedakan/mengaitkan dengan konsep lain yang telah diketahuinya.	Siswa dapat membedakan konsep baru dengan konsep lainnya, tetapi belum mengetahui sifat-sifat khusus dari konsep tersebut.	Siswa dapat mengaitkan konsep baru dengan konsep lainnya, serta mengetahui sifat-sifat konsep tersebut.	Siswa menguasai konsep beserta sifat-sifatnya dan dapat menggunakannya untuk menyelesaikan persoalan, dan dapat mengembangkan strategi/prosedur sendiri.

Soal Tes

1. Apakah $\lim_{x \rightarrow c} \tan x = \tan c$ untuk semua x bilangan real?, berikan penjelasan !

B - S. Jika $f(x)$ suatu sukubanyak, maka $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$

2. Bila diketahui $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 9$ dan $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -7$, carilah nilai limit berikut.

a. $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x) - g(x)}$

b. $\lim_{x \rightarrow a} |f(x) + g(x)|^3$

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{x}}{1 - x^2}$

4. Hitunglah $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sin 2x} =$