

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/ Semester: XI Program IPA/2

Alokasi Waktu: 8 jam Pelajaran (4 × Pertemuan)

A. Standar Kompetensi

Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

B. Kompetensi Dasar

Menggunakan konsep dan aturan turunan dalam perhitungan turunan fungsi

C. Tujuan Pembelajaran

1. Siswa dapat menuliskan definisi turunan fungsi sebagai limit fungsi.
2. Siswa dapat menentukan gradien garis singgung suatu fungsi yang diberikan yang melalui titik tertentu pada grafik fungsi tersebut.
3. Siswa dapat mencari turunan pertama dari hasil kali dua fungsi.
4. Siswa dapat menentukan nilai fungsi turunan pertama dari suatu fungsi pecah
5. Siswa dapat mencari turunan dari suatu fungsi yang merupakan komposisi dua fungsi.

D. Materi Pokok

Turunan Fungsi dan Sifat-sifatnya

E. Metode Pembelajaran

Model Pembelajaran Matematika Knisley.

F. Kegiatan Pembelajaran

Pertemuan Pertama

Pendahuluan

Menjelaskan tujuan pembelajaran pertemuan ini yaitu mempelajari fungsi turunan yang didasarkan atas konsep limit fungsi. Kegunaan fungsi turunan ini

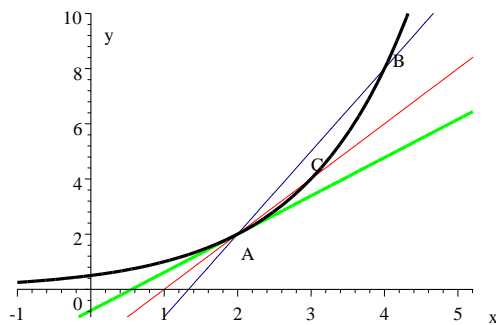
sangat banyak dalam memecahkan persoalan sehari-hari. Selain itu konsep fungsi turunan ini merupakan dasar untuk mempelajari konsep integral. Oleh karena itu siswa diharapkan dengan sungguh-sungguh dalam mempelajari topik ini.

Kegiatan Inti

Kegiatan 1: Kongkrit - Reflektif

Guru mengingatkan kembali gradien suatu garis AB dengan $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ adalah $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Selanjutnya bila diketahui sebuah grafik fungsi, ada sebuah garis memotong grafik tersebut di titik A dan B, maka dengan rumus di atas, gradien garis AB dapat ditentukan, tetapi yang menjadi persoalan bagaimana menentukan gradien garis singgung grafik di titik A?



Gambar 1

Titik A, B, dan C terletak pada grafik f , bila absisnya berturut-turut x_1 , x_2 , dan x_3 , maka koordinat titik $A(x_1, f(x_1))$, $B(x_2, f(x_2))$, dan $C(x_3, f(x_3))$. Garis AB memotong grafik f memiliki gradien $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$. Garis AC

memotong grafik f memiliki gradien $\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1}$. Misalkan selisih

absis titik C dan absis titik A sama dengan h , maka $x_3 = x_1 + h$, sehingga gradien garis AC sama dengan $\frac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1} = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{(x_1 + h) - x_1} = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$

Jika titik C pada grafik terus digeser mendekati titik A, maka x_3 mendekati x_1 atau sehingga selisihnya yaitu h mendekati 0, ditulis $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$

dilambangkan dengan $f'(x_1)$ yang memiliki makna gradien garis singgung kurva f di titik $A(x_1, f(x_1))$.

Contoh:

Tentukan gradien garis singgung kurva $f(x) = x^2 - 1$ di titik $x = 2$

Jawab:

Bila $f(x) = x^2 - 1$, maka gradien garis singgung kurva tersebut di $x = 2$ ditulis

$$\begin{aligned} \text{sebagai } f'(2) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(2+h)^2 - 1] - [(2^2 - 1)]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4 + 4h + h^2 - 1] - [4 - 1]}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(4+h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (4+h) = 4 \end{aligned}$$

Gradien garis singgung di $x = 2$ adalah $f'(2) = 4$

Kegiatan 2: Kongkrit-Aktif

Untuk memperoleh pemahaman konsep turunan fungsi di suatu titik sebagai garis singgung kurva di titik tersebut, siswa diberi tugas sebagai berikut.

1. Tentukan gradien garis singgung $f(x) = x^2$, di titik $(1,1)$.
2. Tentukan gradien garis singgung $f(x) = x^2 + x$ di titik $(-1,0)$.
3. Jika $g(x) = x^2 + 4x$, carilah $g'(2)$
4. Jika $h(x) = 2x^2 + 1$, carilah $h'(1)$

Kegiatan 3: Abstrak-Reflektif

Guru menjelaskan, berdasarkan gradien garis singgung kurva di suatu titik, maka fungsi dari gradien garis singgung di sembarang titik ditulis sebagai fungsi

turunan dengan definisi $\text{definisi } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

Selanjutnya, guru menurunkan rumus turunan dari fungsi konstan, juga fungsi $f(x) = x^n$ dan sifat-sifat fungsi turunan.

- (i). Turunan fungsi-fungsi konstan
- (ii). Turunan x^n (n bilangan bulat positif)
- (iii). Turunan ax^n (n bilangan bulat positif)
- (iv). Turunan pangkat negative dan rasional dari x

Bila $g(x)$ dan $h(x)$ fungsi-fungsi yang memiliki turunan dan k konstanta, berlaku:

- (i) Jika $f(x) = k g(x)$ maka $f'(x) = k g'(x)$
- (ii) Jika $f(x) = u(x) + v(x)$ maka $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

- (iii) Jika $f(x) = u(x) - v(x)$ maka $f'(x) = u'(x) - v'(x)$
 (iv) Jika $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ maka $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$
 (v) Jika $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ maka $f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Kegiatan 4: Abstrak-Aktif

Untuk mengembangkan penggunaan sifat-sifat turunan yang telah disampaikan, siswa diberi tugas berikut ini.

Carilah turunan dari fungsi-fungsi berikut.

1. $x^2 + 2x + 3$
2. $x^3 - 7x^2 + 2$
1. $4x^4 - x^2 + 9$
2. $(x^3 + 3x^2)(2x - 1)$
3. $(5x^2 - 7)(3x^2 - 2x + 1)$
4. $\frac{2x^2 - 1}{3x + 5}$
5. $\frac{5x^2 + 2x - 6}{2x - 1}$
6. Jika $f(0) = 4$, $f'(0) = -1$, $g(0) = -3$ dan $g'(0) = 5$
Carilah $(f-g)'(0)$; $(f \cdot g)'(0)$; dan $(f/g)'(0)$
7. Jika $f(3) = 7$, $f'(3) = 2$, $g(3) = 6$ dan $g'(3) = -10$
Carilah $(f+g)'(3)$; $(f \cdot g)'(3)$; dan $(f/g)'(3)$
8. Tentukanlah persamaan garis singgung kurva berikut ini:
 - a. $y = x^2 - 3x + 2$ pada $x = 1$
 - b. $y = 4/x^2$ pada $x = 1$

Penutup

Guru mengulas kembali dengan singkat tentang konsep turunan suatu fungsi dan rumus turunan dari fungsi tertentu, serta sifat-sifat fungsi turunan. Pertemuan berikutnya akan dipelajari turunan dari fungsi trigonometri dan sifat turunan dari fungsi komposisi.

Pertemuan Kedua

Pendahuluan

Guru menjelaskan tujuan pembelajaran pada pertemuan ini yaitu mempelajari turunan fungsi trigonometri dan turunan dari fungsi komposisi. Sebelumnya memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya, tentang penggunaan sifat-sifat turunan yang telah dijelaskan sebelumnya.

Kegiatan Inti

Kegiatan 1: Abstrak - Reflektif

Berdasarkan definisi turunan dan sifat-sifat turunan, guru menurunkan turunan dari fungsi trigonometri, $\sin x$, $\cos x$, dan $\tan x$.

Jika $f(x) = \sin x$, maka $f'(x) = \cos x$.

Jika $f(x) = \cos x$, maka $f'(x) = -\sin x$.

Jika $f(x) = \tan x$, maka $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

Selanjutnya, melalui contoh-contoh guru menyampaikan rumus turunan untuk fungsi komposisi.

Teorema Aturan Rantai:

Jika $f(x) = (u \circ v)(x) = u(v(x))$, maka $f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$

Selain itu juga diperkenalkan notasi Leibniz untuk turunan, sehingga aturan rantai dapat dituliskan sebagai berikut.

: Jika $y = f(u)$ dan $u = g(x)$, maka $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$.

Kegiatan 2: Abstrak -Aktif

Untuk mengembangkan kemampuan siswa dalam menggunakan turunan sifat-sifat turunan fungsi (termasuk untuk fungsi trigonometri), siswa diberi tugas sebagai berikut.

Mencari turunan fungsi dengan memanfaatkan sifat-sifat turunan fungsi.

- Carilah turunan dari fungsi-fungsi berikut.
 - $2 \sin x + 3 \cos x$
 - $\cot x$
 - $x^2 \cos x$
- Tentukan gradien garis singgung kurva $f(x) = \cos x$ di $x = \pi/3$.

3. Tentukan persamaan garis singgung $f(x) = \tan x$ melalui titik $(\pi/4, 1)$.
4. Tentukan turunan dari fungsi-fungsi berikut.
- a. $f(x) = (x^3 - 2x^2 + 3x + 1)^{11}$ b. $f(x) = 1 - \cos^2 x$
- c. $y = \frac{1}{(x^2 + 3)^9}$ d. $y = \sin^4 (3x^2)$
- e. $y = [(x^2 + 1)\sin x]^3$ f. $y = \left(\frac{x^2 + 1}{\cos x} \right)^4$
- g. $y = \sin^2[\cos^2 x(x^2)]$

Penutup

Guru bersama siswa merangkum konsep dan sifat-sifat turunan fungsi. Pertemuan berikutnya adalah evaluasi melalui tes tertulis, oleh karena itu siswa diharapkan mempelajari kembali materi turunan fungsi.

Pertemuan Ketiga

Pelaksanaan tes tertulis dari materi Fungsi turunan dan sifat-sifatnya.

G. Sumber Belajar

Buku ajar dan Lembar Tugas Siswa

H. Penilaian Hasil Belajar

Tes tertulis bentuk uraian.

Asesmen otentik tahap pemahaman siswa berdasarkan gaya belajar siswa, menggunakan rubriks sebagai berikut.

Rubriks Tahapan Gaya Belajar Siswa

Tahapan Gaya Belajar Siswa			
Kongkrit-Reflektif	Kongkrit-Aktif	Abstrak-Reflektif	Abstrak-Aktif
Siswa baru mengingat/hafal istilah - istilah, notasi yang terkait dengan konsep baru, tetapi belum bisa membedakan/mengaitkan dengan konsep lain yang telah diketahuinya.	Siswa dapat membedakan konsep baru dengan konsep lainnya, tetapi belum mengetahui sifat-sifat khusus dari konsep tersebut.	Siswa dapat mengaitkan konsep baru dengan konsep lainnya, serta mengetahui sifat-sifat konsep tersebut.	Siswa menguasai konsep beserta sifat-sifatnya dan dapat menggunakannya untuk menyelesaikan persoalan, dan dapat mengembangkan strategi/prosedur sendiri.

Soal Tes

1. Tuliskan definisi dari $f'(a)$
2. Carilah gradien garis singgung $f(x) = x^3 + 2x$ di $x = -\frac{1}{2}$
3. Tentukan turunan dari $f(x) = x \cos x$
4. Diketahui $f'(x)$ dan $g'(x)$ masing-masing turunan $f(x)$ dan $g(x)$. Jika $f(1) = 4$, $f'(1) = 2$, $g(1) = 5$ dan $g'(0) = -2$, tentukan nilai $(f/g)'(1)$
5. Carilah turunan dari $y = \frac{2}{(3x^2 + 8x)^5}$