

## **RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN**

**Mata Pelajaran : Matematika**

**Kelas/ Semester: XI Program IPA/2**

**Alokasi Waktu: 6 jam Pelajaran (3 × Pertemuan)**

### **A. Standar Kompetensi**

Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

### **B. Kompetensi Dasar**

Menggunakan turunan untuk menentukan karakteristik suatu fungsi dan memecahkan masalah

### **C. Tujuan Pembelajaran**

1. Siswa dapat memilih nilai  $x$  dimana grafik fungsi naik.
2. Siswa dapat mencari titik balik minimum dari suatu grafik fungsi
3. Jika diberikan suatu fungsi siswa dapat mencari interval dimana grafik fungsi tersebut naik.
4. Siswa dapat menentukan nilai maksimum dan minimum fungsi pada suatu interval.

### **D. Materi Pokok**

Karakteristik Grafik dan Turunan Fungsi

### **E. Metode Pembelajaran**

Model Pembelajaran Matematika Knisley.

### **F. Kegiatan Pembelajaran**

#### **Pertemuan Pertama**

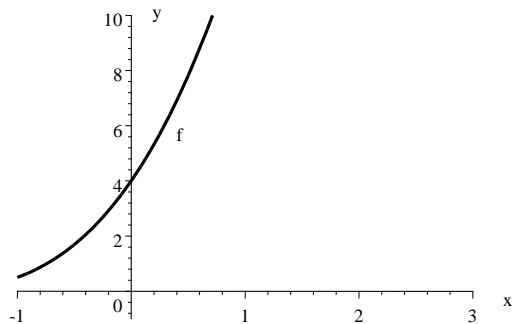
##### *Pendahuluan*

Menjelaskan tujuan pembelajaran pertemuan ini yaitu mempelajari karakteristik grafik fungsi, naik – turun, stasioner dan hubungannya dengan turunan fungsi.

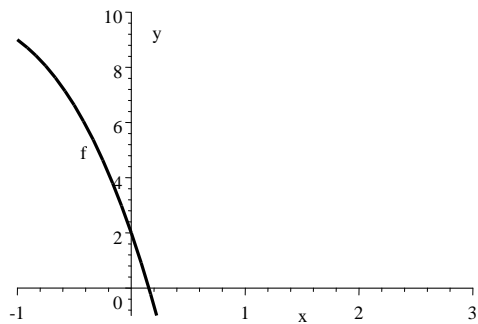
*Kegiatan Inti*

**Kegiatan 1: Kongkrit - Reflektif**

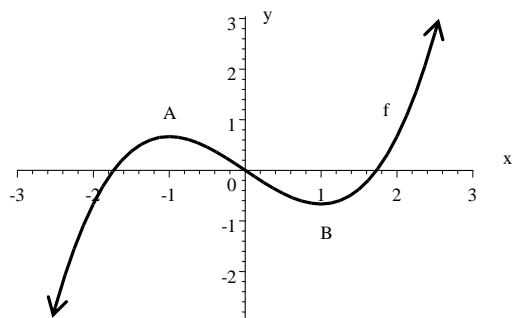
Guru menjelaskan konsep naik dan turun serta titik stasioner dari grafik fungsi, melalui ilustrasi grafik fungsi serta mengaitkannya dengan konsep turunan fungsi tersebut.



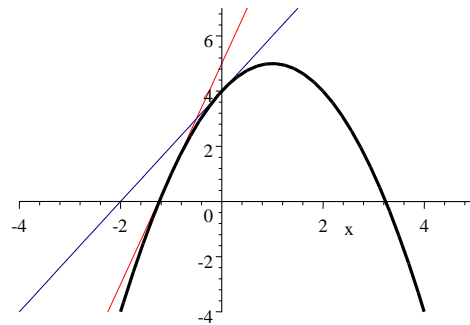
Gambar 1: Grafik naik



Gambar 2 : Grafik turun



Gambar 3: Titik stationer yaitu titik A dan B.

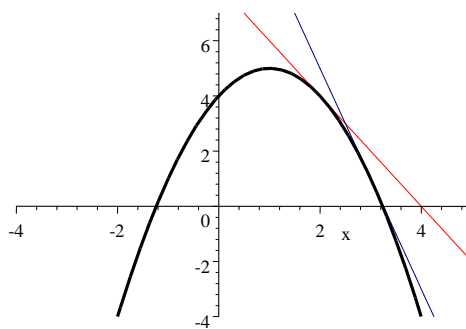


Gambar 4: Garis-garis singgung pada kurva naik

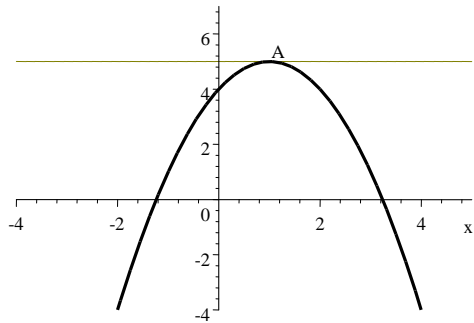
Gradien garis singgung kurva grafik  $f$  di  $x$  adalah  $f'(x)$ . Garis-garis singgung pada kurva naik membentuk sudut lancip dengan sumbu  $x$  arah positif (Gambar 4).

Gradien suatu garis ekuivalen dengan nilai  $\tan \alpha$  dengan  $\alpha$  ukuran sudut yang dibentuk garis itu dengan sumbu  $x$  arah positif. Untuk  $\alpha$  lancip maka  $\tan \alpha$  positif, sehingga disimpulkan gradien garis singgung kurva naik adalah positif. Dengan kata lain grafik  $f(x)$  naik bila  $f'(x) > 0$

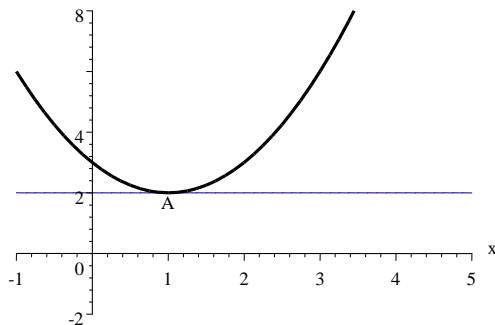
Garis-garis singgung pada kurva turun membentuk sudut tumpul dengan sumbu  $x$  arah positif (Gambar 5). Untuk  $\alpha$  tumpul maka  $\tan \alpha$  negatif, sehingga disimpulkan gradien garis singgung kurvaturun adalah negatif. Dengan kata lain grafik  $f(x)$  naik bila  $f'(x) < 0$



Gambar 5: Garis-garis singgung kurva turun



Gambar 6: Garis singgung pada titik stasioner (maksimum)



Gambar 7: Garis singgung pada titik stasioner (minimum)

Garis singgung pada kurva pada titik stasioner (Gambar 6 dan Gambar 7) sejajar dengan sumbu x, artinya gradien garis tersebut adalah nol. Dapat disimpulkan bahwa grafik  $f(x)$  mencapai stasioner bila  $f'(x) = 0$ .

Selanjutnya guru memberi contoh menentukan interval grafik naik atau turun dan menentukan titik stasioner dari sebuah grafik

### Kegiatan 2: Kongkrit-Aktif

Untuk memberikan kepada siswa mengeksplorasi karakteristik grafik fungsi, diberikan tugas sebagai berikut.

1. Untuk setiap fungsi yang diberikan tentukanlah interval-interval dimana fungsi itu naik dan dimana fungsi itu turun
  - a.  $f(x) = x^2 - 8x + 10$
  - b.  $f(x) = 3x - x^3$
  - c.  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$

2. Tunjukkanlah grafik fungsi  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 10$  tidak pernah turun.
3. Tentukan nilai-nilai stasioner dari fungsi yang diberikan, dan tentukan pula jenisnya.
  - a.  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$
  - b.  $f(x) = 2x^4 - 2x^2$
  - c.  $f(x) = x + 1/x$
  - d.  $f(x) = (4 - x)^2$
  - e.  $f(x) = \sin x, 0 \leq x \leq 2\pi$

### *Penutup*

Guru bersama siswa merangkum tentang kaitan antara grafik fungsi dengan turunannya positif, negatif atau nol. Pada pertemuan berikutnya, akan menggunakan kaitan tersebut untuk menggambar grafik fungsi.

## **Pertemuan Kedua**

### *Pendahuluan*

Guru menjelaskan bahwa tujuan pembelajaran pada pertemuan ini adalah trampil menggambar sketsa grafik fungsi dengan menerapkan kaitan turunan fungsi dengan sifat-sifat grafik fungsi dan menentukan nilai maksimum dan minimum fungsi yang domainnya dibatasi pada suatu interval tertentu. Sebelumnya guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya atau menjelaskan gagasannya terkait dengan materi pelajaran sebelumnya.

### *Kegiatan Inti*

#### **Kegiatan 1: Abstrak-Reflektif**

Guru memberi contoh prosedur menggambar sketsa grafik fungsi memanfaatkan turunan fungsi. Adapun prosedur itu sebagai berikut.

1. Menentukan titik potong grafik dengan sumbu  $x$ , diperoleh dari  $f(x) = 0$
2. Menentukan titik potong grafik dengan sumbu  $y$ , diperoleh dari  $f(0)$
3. Menentukan titik-titik stasioner, diperoleh dari  $f'(x) = 0$
4. Menentukan jenis titik stasioner
5. Menentukan nilai  $f(x)$  untuk  $x \rightarrow \infty$  dan  $x \rightarrow -\infty$

Contoh

Gambarlah grafik kurva  $f(x) = x(x - 3)^2$

Jawab:

(1). Titik-titik potong dengan sumbu x

Titik potong dengan sumbu x diperoleh jika  $f(x) = 0$ , maka  $x(x - 3)^2 = 0$  diperoleh

Titik potong dengan sumbu x adalah (0,0) dan (3,0).

(2) Titik potong dengan sumbu y

Titik potong dengan sumbu y diperoleh jika  $x = 0$  maka  $f(0) = 0(0-3)^2 = 0$

Titik potong dengan sumbu y adalah (0,0).

(3). Titik-titik stasioner

$$f(x) = x(x - 3)^2 = x(x^2 - 6x + 9) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 \Rightarrow f''(x) = 6x - 12$$

Titik-titik stasioner pada kurva diperoleh dari  $f'(x) = 0$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1) = 0 \text{ atau } (x-3) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ atau } x = 3$$

Untuk  $x = 1$ , maka  $f(1) = 1(1-3)^2 = 4$ , untuk  $x = 3$  maka  $f(3) = 3(3-3)^2 = 0$

Jadi titik-titik stasioner adalah (1, 4), dan (3, 0)

(4) Menentukan jenis stasioner

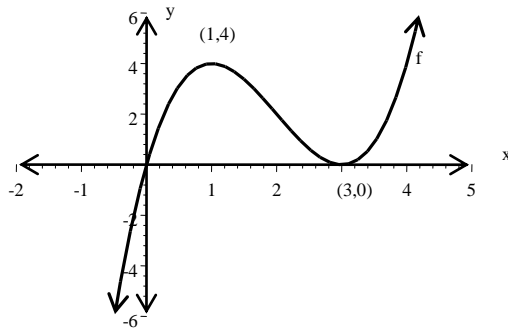
Absis titik stasioner adalah 1 dan 3, dengan menggunakan  $f'(x)$  diperoleh

Sedikit sebelah kiri 1	$x = 1$	Sedikit sebelah kanan 1
Negatif (-)	$f'(1) = 0$	Positif (+)
	(1,4) titik stasioner maksimum	

Sedikit sebelah kiri 3	$x = 3$	Sedikit sebelah kanan 3
Positif (+)	$f'(3) = 0$	Negatif (-)
	(3,0) titik stasioner minimum	

(5)  $f(x) = x(x - 3)^2$ .

Untuk nilai  $x \rightarrow \infty$  maka  $f(x) \rightarrow \infty$  dan untuk nilai  $x \rightarrow -\infty$  maka  $f(x) \rightarrow -\infty$   
 Dari semua keterangan di atas, sketsa grafik fungsi  $f(x) = x(x - 3)^2$  seperti tampak pada Gambar 21.



Gambar 8.

Bila daerah asal fungsi dibatasi pada interval tertentu, dengan menentukan nilai-nilai fungsi pada batas-batas interval, dapat ditentukan nilai maksimum dan minimum fungsi pada interval tersebut.

### Kegiatan 2: Abstrak-Aktif

Gambarlah kurva-kurva berikut ini:

1.  $y = x^2 - 4$
2.  $y = 8x - x^2$
3.  $y = 3x^2 - x^3$
4.  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2$
5.  $y = 8 + 2x^2 - x^4$

Tentukanlah nilai-nilai maksimum atau minimum fungsi-fungsi berikut dalam interval tertutup yang diberikan. Nyatakanlah hasilnya dalam bentuk  $a \leq f(x) \leq b$  dan tunjukkanlah dengan sketsa.

6.  $f(x) = x^2$  pada interval  $-3 \leq x \leq 3$
7.  $f(x) = x^2 - 9$  pada interval  $-4 \leq x \leq 4$
8.  $f(x) = 2x - x^2$  pada interval  $-1 \leq x \leq 1\frac{1}{2}$
9.  $f(x) = 2x^3 - 6x$  pada interval  $-2 \leq x \leq 2$
10.  $f(x) = 2x^2 - x^4$  pada interval  $-1 \leq x \leq 1$

### Penutup

Guru bersama dengan siswa, merangkum prosedur yang telah digunakan dalam menyelesaikan tugas-yang telah diberikan. Selanjutnya guru menyampaikan bahwa pertemuan berikutnya adalah evaluasi melalui tes tertulis..

### G. Sumber Belajar

Buku ajar dan Lembar Tugas Siswa

### H. Penilaian Hasil Belajar

Tes tertulis bentuk uraian.

Asesmen otentik tahap pemahaman siswa berdasarkan gaya belajar siswa, menggunakan rubriks sebagai berikut.

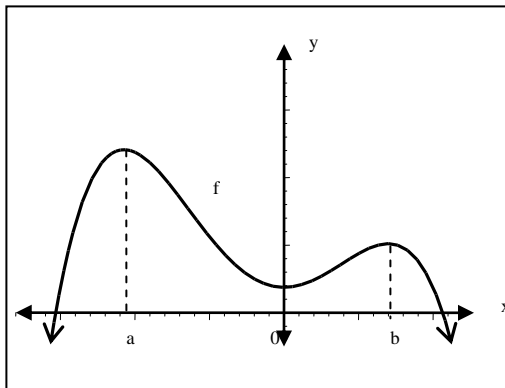
#### Rubriks Tahapan Gaya Belajar Siswa

<b>Tahapan Gaya Belajar Siswa</b>			
<b>Kongkrit-Reflektif</b>	<b>Kongkrit-Aktif</b>	<b>Abstrak-Reflektif</b>	<b>Abstrak-Aktif</b>
Siswa baru mengingat/hafal istilah - istilah, notasi yang terkait dengan konsep baru, tetapi belum bisa membedakan/mengaitkan dengan konsep lain yang telah diketahuinya.	Siswa dapat membedakan konsep baru dengan konsep lainnya, tetapi belum mengetahui sifat-sifat khusus dari konsep tersebut.	Siswa dapat mengaitkan konsep baru dengan konsep lainnya, serta mengetahui sifat-sifat konsep tersebut.	Siswa menguasai konsep beserta sifat-sifatnya dan dapat menggunakannya untuk menyelesaikan persoalan, dan dapat mengembangkan strategi/prosedur sendiri.



### Soal Tes

1. Perhatikan sketsa grafik fungsi  $f$  di bawah ini.



Tentukan pada interval manakah grafik naik dan pada interval manakah grafik turun.

2. Tentukan titik balik minimum dan minimum dari grafik fungsi  $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 1$
3. Tentukan interval dimana grafik fungsi  $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$  naik.
4. Gambar sketsa grafik fungsi  $f(x) = -2x^3 + 3x^2$  pada interval  $-1 \leq x \leq 2$ , kemudian tentukan nilai maksimum dan nilai minimumnya.