BAB 2
PELUANG

Standar Kompetensi

Menggunakan aturan statistika, kaidah pencacahan, dan sifat-sifat peluang dalam pemecahan masalah.

Kompetensi Dasar

1. Menggunakan aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi dalam pemecahan masalah
2. Menentukan ruang sampel suatu percobaan
3. Menentukan peluang suatu kejadian dan penafsirannya

Orang-orang yang terlibat dalam kegiatan ekonomi seperti investor, pialang bursa saham, pengusaha asuransi dan lain sebagainya, akan terhindar dari kerugian apabila mereka memanfaatkan teori peluang ketika mengambil keputusan. Sebaliknya, bila mereka tidak mengindahkan teori peluang ini berarti mereka bertindak untung-untungan (spekulasi) saja yang berakibat mengalami kerugian sangat besar bagi perusahaannya. Untuk memahami teori peluang, terlebih dahulu harus mempelajari kaidah perkalian, permutasi dan kombinasi, sebagai konsep dasar dalam menentukan ruang sampel.

Apersepsi

1. Diketahui H = {a, b, c, d }
   a. Tentukan banyaknya himpunan bagian dari H
   b. Tentukan himpunan bagian dari H yang memiliki tepat dua anggota.
   c. Tentukan himpunan bagian dari H yang memiliki paling sedikit dua anggota
2. Diberikan angka-angka 3, 4, dan 5
   a. Tentukan banyaknya lambang bilangan yang terdiri dari dua angka yang berbeda
   b. Tentukan banyaknya lambang bilangan yang terdiri dari tiga angka yang berbeda

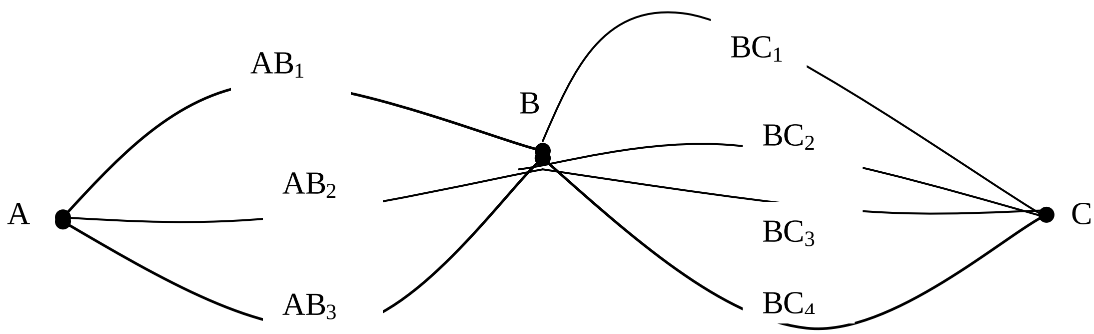
Kontekstual Problem

Pengetesan 100 bola lampu yang diproduksi oleh sebuah perusahaan memiliki ketahanan 1000 jamSebuah perusahaan yang memproduksi bola lampu

A. Kaidah Perkalian, Permutasi dan Kombinasi

1. Kaidah Perkalian

Contoh 2.1
Dari kota A menuju ke kota B ada 3 pilihan lintasan, sedangkan dari kota B ke kota C ada 4 pilihan lintasan. Berapa pilihan lintasan dari kota A ke kota C bila melalui kota B?



Gambar 2.1

Jawab:
Banyaknya lintasan dari kota A ke kota C melalui kota B adalah

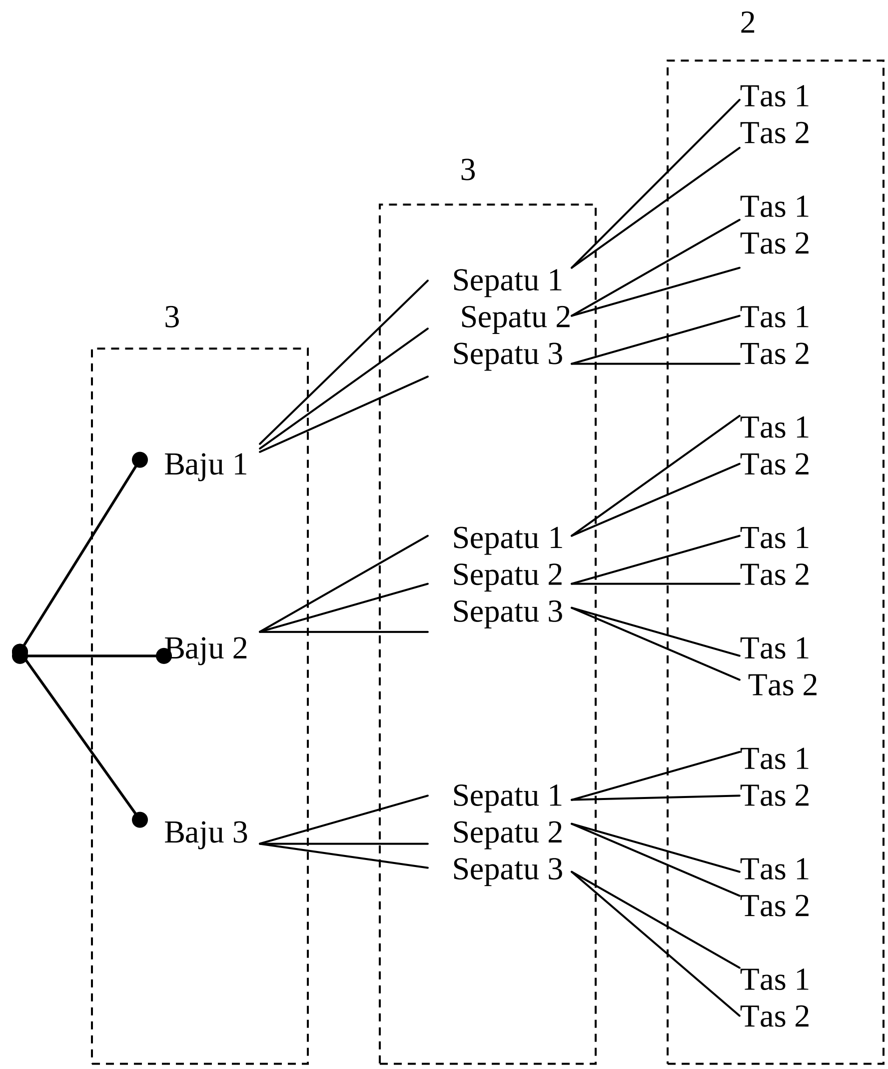
$AB_1 - BC_1$	$AB_2 - BC_1$	$AB_3 - BC_1$
$AB_1 - BC_2$	$AB_2 - BC_2$	$AB_3 - BC_2$
$AB_1 - BC_3$	$AB_2 - BC_3$	$AB_3 - BC_3$
$AB_1 - BC_4$	$AB_2 - BC_4$	$AB_3 - BC_4$

Ada $3 \times 4 = 12$ pilihan lintasan dari kota A ke kota C melalui kota B

Contoh 2.2
Seorang Ibu mau pergi ke undangan, memiliki 3 stel baju yang layak digunakan, ada 3 pasang sepatu dan 2 buah tas. Ada berapa pilihan pasangan baju, sepatu dan tas dapat digunakan ke undangan tersebut?
Jawab:
Banyaknya pilihan pasangan baju, spatu dan tas adalah

Baju 1 – Sepatu 1 – Tas 1	Baju 1 – Sepatu 2 – Tas 1	Baju 1 – Sepatu 3 - Tas 1
Baju 1 – Sepatu 1 – Tas 2	Baju 1 – Sepatu 2 – Tas 2	Baju 1 – Sepatu 3 - Tas 2
Baju 2 – Sepatu 1 – Tas 1	Baju 2 – Sepatu 2 – Tas 1	Baju 2 – Sepatu 3 - Tas 1
Baju 2 – Sepatu 1 – Tas 2	Baju 2 – Sepatu 2 – Tas 2	Baju 2 – Sepatu 3 - Tas 2
Baju 3 – Sepatu 1 – Tas 1	Baju 3 – Sepatu 2 – Tas 1	Baju 3 – Sepatu 3 - Tas 1
Baju 3 – Sepatu 1 – Tas 2	Baju 3 – Sepatu 2 – Tas 2	Baju 3 – Sepatu 3 - Tas 2

Banyaknya pilihan ada $3 \times 3 \times 2 = 18$ pilihan.
Pilihan tersebut dapat digambarkan sebagai diagram pohon seperti berikut



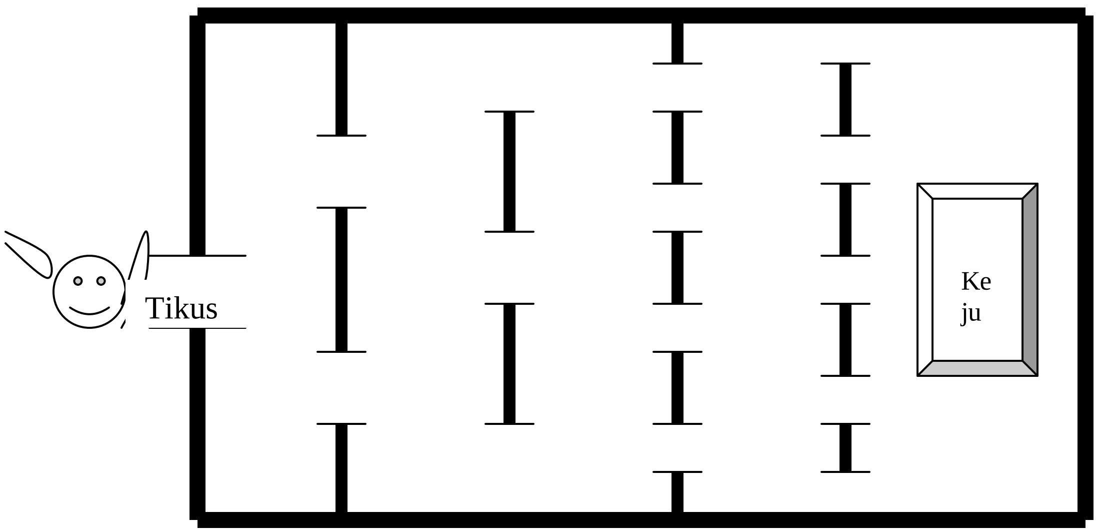
Gambar 2.2

Dari kedua contoh di atas, dapat disimpulkan bahwa:
Bila suatu aktivitas dilakukan dengan k tahap, dan tahap pertama dapat dilakuakan dengan n_1 cara, tahap kedua dapat dilakukan dengan n_2 cara, ..., dan tahap k dapat dilakukan dengan n_k cara, maka banyaknya cara melakukan aktivitas tersebut ada $n_1 \times n_2 \times ... \times n_k$

Latihan 1

1. Dari Bandung ke Bandara Cengkareng ada 6 pilihan perusahaan angkutan darat, sedangkan dari Bandara ke Palangka Raya ada 4 pilihan perusahaan penerbangan. Berapa banyak pilihan angkutan yang digunakan dari Bandung ke Palangka Raya.

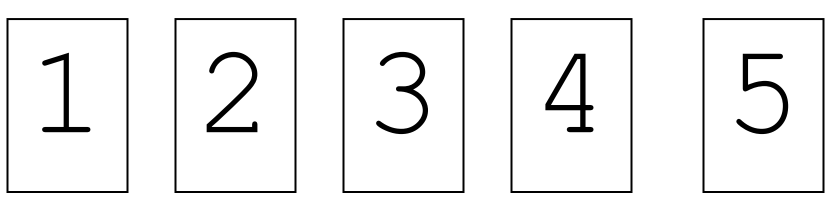
2. Dalam pemilihan Pengurus OSIS yang terdiri dari seorang Ketua, seorang Sekretaris, dan seorang Bendahara, terdapat 5 orang calon Ketua, 7 orang calon Sekretaris, dan 4 orang calon Bendahara. Berapa banyak susunan Pengurus OSIS yang mungkin?
3. Seorang siswa berniat joging pada hari Minggu pagi. Ia memiliki 7 kaos T-shirt, 6 potong celana oleh raga, dan 3 pasang sepatu olah raga. Berapa banyak pilihan pakaian yang dapat digunakan pada saat joging?
4. Dalam sebuah kotak yang disekat-sekat disimpan sepotong keju seperti terlihat pada Gambar 3. Berapa banyak jalan yang ditempuh tikus untuk mencapai keju tersebut ?



Gambar 2.3

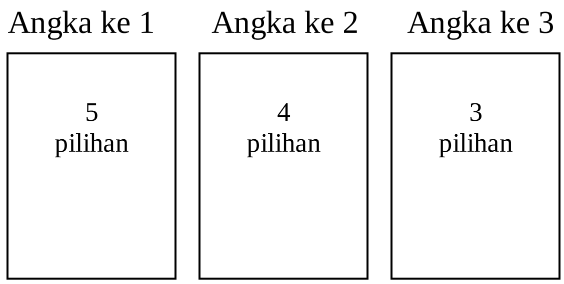
2. Permutasi

Misalkan ada lima kartu yang bertuliskan angka 1, 2, 3, 4, dan 5. Ada berapa pilihan susunan lambang bilangan yang terdiri dari tiga angka?



Gambar 2.4

Lambang bilangan yang terdiri dari tiga angka dapat digambarkan tiga kotak seperti berikut. Untuk mengisi kotak angka pertama terdapat 5 pilihan angka, untuk mengisi kotak angka kedua tinggal 4 pilihan karena satu angka telah diletakkan pada kotak pertama. Sedangkan untuk mengisi kotak angka yang ketiga tinggal 3 pilihan, sebab dari 5 angka yang tersedia telah diletakkan satu angka di kotak pertama dan satu angka di kotak kedua.



Gambar 2.5

Berdasarkan kaidah perkalian, maka banyaknya lambang bilangan yang dapat disusun ada $5 \times 4 \times 3 = 60$.

Persoalan seperti di atas disebut permutasi 3 unsur dari 5 unsur ditulis $\mathbf{{}_5P_3}$.
Secara umum permutasi r unsur dari n unsur dengan $k \le n$ ditulis $\mathbf{{}_nP_r}$.
Untuk memudahkan penulisan diperlukan lambang perkalian dari bilangan asli yang berurutan sebagai berikut.
$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ ditulis 6! (dibaca: enam faktorial)
$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$, $10! = 10\times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ dan seterusnya.
Secara umum $n! = n \times (n-1) \times(n-2) \times ... \times 2 \times 1$, tentu saja $1! = 1$. Sedangkan $0! = 1$

Persoalan permutasi diatas dapat ditulis sebagai

$${}_5P_3 = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{2\times1} = \frac{5!}{2!} = \frac{5!}{(5-3)!}.$$

Dari uraian di atas diperoleh rumus permutasi $\mathbf{{}_nP_r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

Contoh 2.3

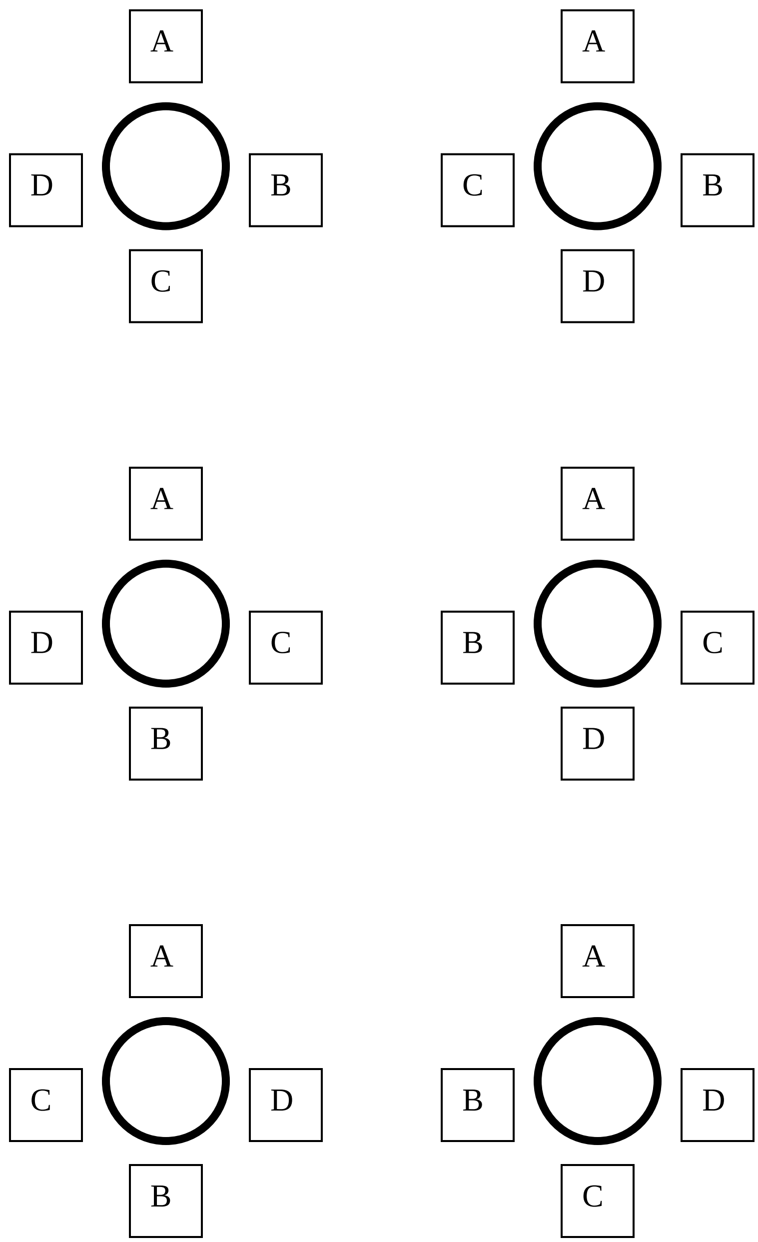
Pada saat 4 orang siswa akan menonton film di bioskop, tempat penjualan tiket sedang kosong. Pada saat membeli tiket mereka membuat antrian. Ada berapa susunan antrian yang mungkin ?

Jawab

Persoalan ini merupakan permutasi 4 unsur dari 4 unsur, jadi n = 4 dan r = 4, sehingga banyak susunan antrian $\mathbf{{}_4P_4} = \dfrac{4!}{(4-4)!} = \dfrac{4!}{0!} = \dfrac{4\times3\times2\times1}{1} = 24$.

Permutasi Memutar

Contoh 2.4:
Misalkan empat orang duduk mengelilingi sebuah meja. Ada berapa susunan cara mereka menduduki kursi?



Gambar 2.6

Dipandang putaran searah jarum jam terdapat 6 susunan yaitu ABCD, ABDC, ACBD, ACDB, ADBC, dan ADCB. Demikian pula bila dipandang putaran berlawanan arah

jarum jam yaitu ADCB, ACDB, ADBC, ABDC, ACBD, dan ABCD. Jadi banyaknya susunan empat orang mengelilingi meja ada 6.
Banyaknya susunan mengelilingi suatu tempat disebut permutasi siklis (melingkar), dengan rumus **P_n = (n-1)!.** Untuk n = 4 seperti contoh di atas, banyaknya susunan tersebut adalah $P_4 = (4-1)! = 3! = 3\times2\times1 = 6$.

Permutasi Beberapa Unsur sama
Contoh 2.5:
Ada berapa kata yang terdiri dari tiga huruf yang dapat disusun dari kata APA?
Kata APA terdiri dari tiga huruf , tetapi ada huruf yang sama yaitu huruf A.
Misalkan huruf A yang pertama diberi indek A_1, dan huruf A kedua adalah A_2.
Bila kita menyusun kata dari ketiga huruf A_1, A_2, dan P diperoleh 6 kata, yaitu A_1A_2P, A_1PA_2 , A_2A_1P, A_2PA_1, PA_1A_2, dan PA_2A_1. Akan tetapi bila indeksnya tidak diperhatikan, maka kita hanya memperoleh tiga kata yang berbeda yaitu,
$A_1A_2P = A_2A_1P = AAP$, $A_1PA_2 = A_2PA_1$, = APA dan $PA_1A_2 = PA_2A_1 = PAA$.
Jadi banyaknya kata yang (berbeda) yang dapat disusun dari kata APA adalah 3 kata yaitu AAP, APA, dan PAA. Cara memperolehnya adalah P = $\frac{3!}{2!} = \frac{3\times2\times1}{2\times1} = 3$.
Bila banyak unsur seluruhnya A, P, dan A dimisalkan n = 3 dan ada sebuah unsur yang sama yaitu A, banyaknya misalkan k = 2, maka rumus yang digunakan adalah permutasi itu 3 = $\frac{3\times2\times1}{2\times1} = \frac{3!}{2!}$. Ini menyimpulkan bila banyak unsur seluruhnya n dan ada sebuah unsur yang sama dengan banyaknya k, maka permutasi dengan sebuah unsur yang sama memiliki rumus **$P_n = \frac{n!}{k!}$.**
Secara umum, bila banyaknya seluruh unsur ada n, ada r buah unsur yang sama dengan masing-masing banyaknya k_1, k_2, …,k_r, maka **$P_n = \frac{n!}{k_1!k_2!\ldots k_r!}$**

Contoh 2.6:
Berapa banyaknya kata yang terdiri dari 10 huruf yang dapat disusun dari kata MATEMATIKA
Jawab:
Banyaknya seluruh huruf ada 10, artinya n = 10
Banyaknya huruf-huruf yang sama ada 3, yaitu M, A, dan T, artinya r = 3.
Huruf M ada 2 buah artinya $k_1 = 2$, huruf A ada 3 buah artinya $k_2 = 3$,dan huruf T yang sama ada 2 buah artinya $k_3 = 2$
Banyaknya susunan kata yang terdiri dari huruf MATEMATIKA adalah

$$P_n = \frac{n!}{k_1!k_2!\ldots k_r!} = \frac{10!}{2!\times3!\times2!} = \frac{10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times3\times2\times1\times2\times1} = 151200$$

Latihan 2

1. Seorang pelukis membawa 8 lukisan yang akan dipajang pada dinding pameran. Ternyata ia hanya diperbolehkan memajang 4 lukisan dalam satu baris. Ada berapa banyak susunan lukisan yang mungkin dipajang pelukis tersebut?
2. Seorang siswa akan menumpuk 6 buah buku yang dikeluarkan dari tas. Berapa banyak tumpukan buku yang mungkin?
3. Ada berapa cara 5 orang siswa memasuki angkot ?
4. Dari 10 orang pengurus OSIS akan membetuk Panitia suatu acara yang terdiri dari seorang Ketua, seorang Sekretaris, dan seorang Bendahara. Berapa banyak susunan panitia dari pengurus OSIS tersebut?
5. Pada sebuah rapat yang dihadiri 7 orang, duduk mengelilingi sebuah meja. Berapa banyak susunan yang mungkin mereka duduk mengikuti rapat?
6. Barapa banyak kata yang dapat dibentuk dari kata CACAH?

3. Kombinasi

Contoh 2.7

Ada berapa susunan pasangan nomor ganda dari 5 pemain bulutangkis ?

Jawab:

Misalkan pemain itu A, B, C, D, dan E . Nomor ganda dibentuk oleh dua orang , kemungkinannya adalah AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, dan DE, banyaknya susunan yang mungkin ada 10. Banyaknya susunan ini disebut kombinasi 2 unsur dari 5 unsur ditulis ${}_5C_2$. Secara umum kombinasi r unsur dari n unsur dengan r ≤ n memiliki rumus ${}_n\mathbf{C}_r = \dfrac{n!}{(n-r)!\,r!}$

Soal di atas memiliki n = 5 dan r =2, maka ${}_5C_2 = \dfrac{5!}{(5-2)!2!} = \dfrac{5\times 4\times 3\times 2\times 1}{3\times 2\times 1\times 2\times 1}$ = 10.

Coba perhatikan dengan persoalan berikut, susunlah banyaknya bilangan yang terdiri dari dua angka yang berbeda dari angka-angka 1, 2, 3, 4, dan 5. Untuk menjawab persoalan ini kita sediakan dua kotak, kotak pertama adalah kotak puluhan dan kedua kotak satuan sebagagai berikut.

Kotak Puluhan	Kotak Satuan

Gambar 2.7

Untuk mengisi kotak puluhan ada 5 pilihan yaitu angka-angka 1, 2, 3, 4, dan 5. Sedangkan untuk mengisi kotak satuan hanya ada 4 pilihan. Menurut kaidah perkalian banyaknya lambang bilangan tersebut ada 5 × 4 = 20. Bilangan-bilangan itu adalah

12	21	31	41	51
13	23	32	42	52
14	24	34	43	53
15	25	35	45	54

Dengan cara yang sama, banyaknya pasangan ganda dari 5 orang pemain bulutangkis A, B, C, D, dan E adalah diperoleh

AB	BA	CA	DA	EA
AC	BC	CB	DB	EB
AD	BD	CD	DC	EC
AE	BE	CE	DE	ED

Pada susunan lambang lambang bilangan 12 dan 21 berbeda walaupun angka yang disusun angka 1 dan 2, tetapi pada pasangan pemain bulutangkis pasangan AB dan BA sama saja, sehingga yang sama hanya dihitung satu kali saja, sehingga diperoleh 10 susunan

AB	(BA)	(CA)	(DA)	(EA)
AC	**BC**	(CB)	(DB)	(EB)
AD	**BD**	**CD**	(DC)	(EC)
AE	**BE**	**CE**	**DE**	(ED)

Secara singkat perbedaan permutasi dan kombinasi adalah pada permutasi memperhatikan urutan susunan 12 dan 21 merupakan dua susunan yang berbeda, sedangkan pada kombinasi {A,B} = {B,A} dianggap satu susunan.

Perpangkatan Suku-dua (Binomial)

Perhatikan perpangkatan dari suku-dua berikut.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, koefisien a^2 adalah 1 = ${}_2C_0$, koefisien ab adalah 2 = ${}_2C_1$ dan koefisien b^2 adalah 1 = ${}_2C_2$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, koefisien a^3 adalah 1= ${}_3C_0$, koefisien a^2b adalah 3 = ${}_3C_1$ dan koefisien ab^2 adalah 3 = ${}_3C_2$ dan koefisien b^3 adalah 1 = ${}_3C_3$.

$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6\ a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$, koefisien a^4 adalah 1= ${}_4C_0$, koefisien a^3b adalah 4 = ${}_4C_1$ dan koefisien a^2b^2 adalah 6 = ${}_4C_2$, koefisien ab3 adalah 4 = ${}_4C_3$ dan koefisien b^4 adalah 1 = ${}_4C_4$.

Selanjutnya dapat diduga bahwa pada

$(a + b)^5 = {}_5C_0\ a^5 + {}_5C_1\ a^4b + {}_5C_2\ a^3b^2 + {}_5C_3\ a^2b^3 + {}_5C_4\ ab^4 + {}_5C_5\ b^5$

$= a^5 + 5a^4b + 10\ a^3b^2 + 10\ a^2b^3 + 5\ ab^4 + b^5$

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa

$$\mathbf{(a + b)^n = {}_nC_0\ a^n + {}_nC_1\ a^{n-1}b + {}_nC_2\ a^{n-2}b^2 + \ldots + {}_nC_{n-2}\ a^2b^{n-2} + {}_nC_{n-1}\ ab^{n-1} + {}_nC_n\ b^n}$$

Contoh 2.8

Carilah koefisien suku ke 5 dari $(x + y)^7$.

Jawab:

Koefisien suku ke 5 adalah ${}_7C_4 = \dfrac{7!}{4!(7-4)!} = \dfrac{7!}{4!3!} = \dfrac{7\times 6\times 5\times 4!}{4!\times 3\times 2\times 1} = 35$

Contoh 2.9

Carilah koefisien suku ke 4 dari $(x - 2y)^6$.

Jawab:

$(x - 2y)^6 = (x + (-2y))^6$, suku ke 4 adalah ${}_6C_3\ x^{6-3}\ (-2y)^3 = {}_6C_3\ x^3\ (-2)^3y^3 = {}_6C_3\ (-2)^3\ x^3y^3$

Jadi koefisien suku ke 4 adalah -8 $_6C_3 = -8\dfrac{6!}{3!(6-3)!} = -8\dfrac{6\times5\times4\times3!}{3!\times3\times2\times1} = -8\times20 = -160$

Latihan 3

1. Dari 10 pemain bola volley dipilih 6 orang untuk mengawali pertandingan. Berapa banyak susunan yang dipilih?
2. Rapat Komite suatu sekolah dihadiri 15 orang, akan menetapkan 4 orang pengurus inti. Berapa banyak susunan yang mungkin dari pengurus inti tersebut?
3. Susunan panitia terdiri dari 3 orang yang dibentuk dari 5 pria dan 4 wanita. Susunan panitia harus terdiri dari 2 pria dan 1 wanita, berapakah susunan panitia yang dapat dibuat?
4. Tentukan koefisien ke 7 dari $(2x + y)^8$

B. . Ruang Sampel

Contoh- contoh Ruang Sampel

1. Bila kita sebuah uang logam dilempar , maka yang terlihat dari atas ada dua kemungkingan yaitu Angka (A) atau Gambar (G). Himpunan {A , G} ini disebut ruang sampel dari pengetosan sekeping uang logam, dan banyaknya anggota ruang sampel adalah 2.
2. Jika sebuah dadu yang seimbang dilempar, maka mata dadu yang terlihat dari atas kemungkinannya adalah mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, atau 6. Himpunan {1, 2, 3, 4, 5, 6} adalah ruang sampel dari pengetosan sebuah dadu, dan banyaknya ruang sampel adalah 6.
3. Bila dilakukan pengetosan sebuah uang logam dan sebuah dadu bersama-sama, maka diperoleh ruang sampel {A1, A2, A3, A4, A5, A6, G1, G2, G3, G4, G5, G6}. Banyaknya ruang sampel ada 12 seperti terlihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1

Dadu / **Koin**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
A	A1	A2	A3	A4	A5	A6
G	G1	G2	G3	G4	G5	G6

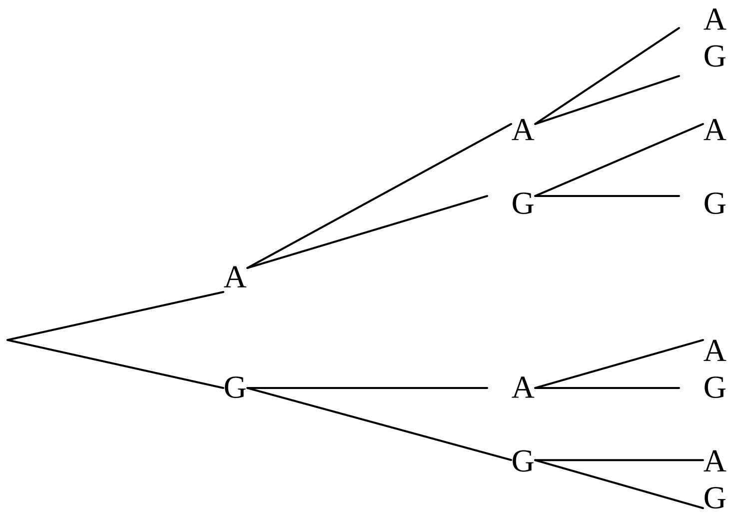
Persoalan –persoalan yang terkait dengan ruang sampel adalah mencari banyaknya anggota ruang sampel dan banyaknya (frekuensi) kejadian-kejadian tertentu pada ruang sampel tersebut.

Contoh 2.10

Tentukan banyaknya ruang sampel dari pengetosan 3 uang logam sekaligus, dan berapa banyaknya ruang sampel yang terdiri dua angka (A) dan satu gambar (G)?

Jawab:

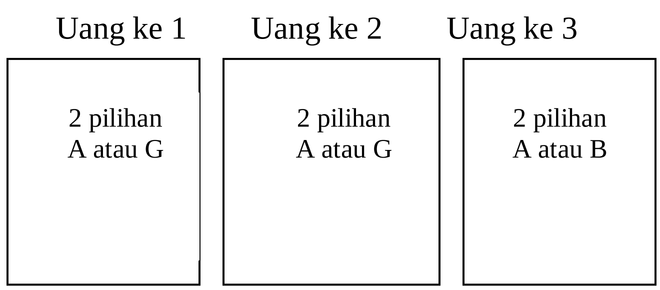
Ruang sampel dari pengetosan 3 uang logam sekaligus dapat digambarkan sebagai diagram pohon pada Gambar 2. 8



Gambar 2.8

Ruang sampel itu adalah AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, dan GGG, serta banyaknya ada 8

Cara lain untuk mengetahui banyaknya ruang sampel itu dengan kaidah perkalian, seperti terlihat pada Gambar 2.9



Gambar 2.9

Jadi banyaknya ruang sampel adalah $2 \times 2 \times 2 = 8$
Munculnya 2 angka (A) dan satu gambar (G) yaitu ada 3 yaitu, AAG, AGA, dan GAA. Cara lain untuk memperoleh banyak munculnya dua A dan satu G dengan menggunakan kombinasi ${}_3C_2 = \dfrac{3!}{2!(3-2)!} = \dfrac{3 \times 2!}{2!1!} = 3$.

Latihan 4

1. Tentukan ruang sampel dari pengetosan dua buah dadu sekaligus. Tentukan banyaknya ruang sampel dan banyaknya anggota ruang sampel yang jumlah kedua mata dadu genap.
2. Tentukan banyaknya ruang sampel dari pengetosan 4 uang logam sekaligus. Tentukan pula banyaknya anggota ruang sampel yang paling sedikit terdiri dari 2 angka.

3. Tentukan banyak anggota ruang sampel pengambilan 2 kartu sekaligus dari setumpuk kartu bridge. Tentukan pula banyaknya anggota ruang sampel yang kedua kartu berwarna hitam. (Setumpuk kartu bridge lengkap terdiri dari 52 kartu).
4. Dalam satu kotak terdapat 4 buah bola putih dan 5 bola merah. Tentukan banyaknya ruang sampel jika diambil 3 bola sekaligus dari kotak tersebut. Tentukan pula banyaknya anggota ruang sampel yang terdiri dari 1 bola putih dan 2 bola merah.

C. Peluang Suatu Peristiwa

1. Pengertian Peluang

Peluang suatu kejadian tertentu , misalnya kejadian A didefinisikan sebagai

$$\mathbf{P(A)} = \frac{\textbf{Banyaknya frekuensi munculnya peristiwa A}}{\textbf{Banyaknya ruang sampel}}$$

Contoh 2.11
Tentukan peluang munculnya gambar (G) pada pengetosan sebuah uang logam.
Jawab:
Banyaknya ruang sampel adalah 2 yaitu A dan G
Peluang munculnya gambar P(G) = ½
Contoh 2.12
Tentukan peluang terjadinya muncul mata dadu genap pada sekali pengetosan sebuah dadu.
Jawab:
Ruang sampel pengetosan sebuah dadu adalah {1, 2, 3, 4, 5, 6} dan banyaknya ruang sampel ada 6. Banyaknya ruang sampel mata dadu genap ada 3 yaitu mata dadu 2, 4, dan 6.
Misalkan terjadinya muncul mata dadu genap disebut kejadian A, maka peluang muncul mata dadu genap adalah P(A) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
Contoh 2.13
Tentukan peluang terambilnya kartu As dari setumpuk kartu bridge?
Jawab:
Banyaknya ruang sampel dari setumpuk kartu bridge adalah 52, sedangkan banyaknya kartu As ada 4. Jadi peluang terambilnya kartu As adalah
P(As) = $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.
Aksioma Peluang
1. Peluang suatu peristiwa yang tidak mungkin terjadi adalah 0
2. Peluang suatu peristiwa yang pasti terjadi adalah 1
3. Untuk setiap peristiwa A berlaku $0 \leq P(A) \leq 1$

Contoh 2.14
Tentukan peluang terjadinya orang akan mati
Jawab:
Semua orang akan mati, jadi P(orang akan mati) = 1

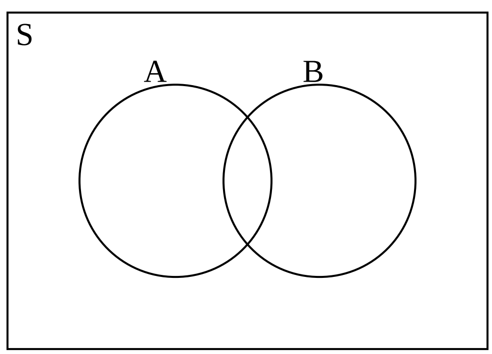
Contoh 2.15
Tentukan peluang muncul mata dadu 7 pada pelemparan sebuah dadu
Jawab:
Sebuah dadu hanya bermata 1, 2, 3, 4, 5, dan 6, jadi P(mata 7) = 0

Teorema
Misalkan terdapat peristiwa Adalam ruang sampel S, maka peluang bukan A adalah
P(A') = 1-P(A)

Contoh 2.16
Tentukan peluang munculnya bukan mata dadu 2 pada pengetosan sebuah dadu.
Jawab:
P(2) = $\frac{1}{6}$, maka P(bukan mata dadu 2) = 1- $\frac{1}{6}$ = $\frac{5}{6}$

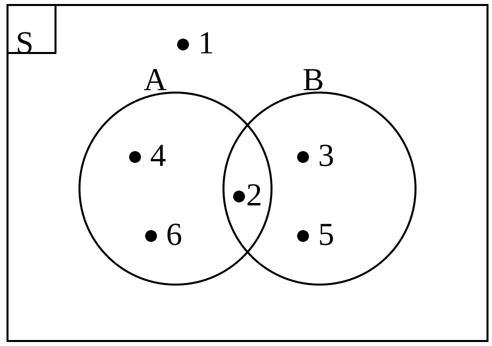
2. Peluang Saling Lepas

Teorema
Bila A dan B sebarang dua peristiwa, maka $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$.



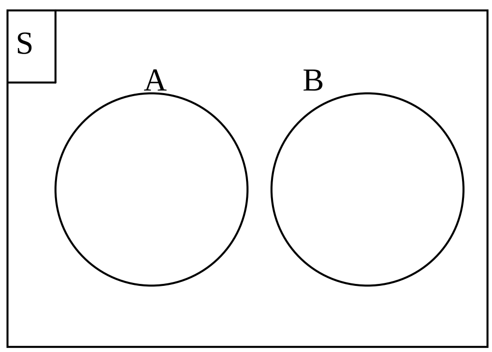
Gambar 2.10

Contoh 2.17
Tentukan peluang munculnya mata dadu genap atau mata dadu prima pada pengetosan sebuah dadu.
Jawab:
Ruang sampel pengetosan sebuah dadu adalah {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Banyaknya ruang sampel adalah 6. Peristiwa munculnya mata dadu genap adalah A = {2, 4, 6} dan peristiwa munculnya mata dadu prima adalah B = {2,3,5}, sehingga $A\cap B$ = {2}
P(A) = 3/6 = ½ dan P(B) = 3/6 = ½ serta $P(A\cap B)$ = 1/6.
Peluang muncul mata dadu genap atau prima adalah
$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$ = ½ + ½ -1/6 = 5/6.
.



Gambar 2.11

Definisi:
Dua peristiwa A dan B disebut saling lepas jika dan hanya jika $A \cap B = \emptyset$.
Karena $A \cap B = \emptyset$, maka $P(A \cap B) = 0$, sehingga $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - 0$.
Dengan kata lain peristiwa A dan B saling lepas jika dan hanya jika
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.



Gambar 2.12

Contoh 2.18
Tentukan peluang terambilnya sebuah kartu King atau Queen dari setumpuk kartu bridge lengkap.
Jawab:
$P(K) = 4/52 = 1/13$ dan $P(Q) = 4/52 = 1/13$. Karena himpunan K dan himpunan dan himpunan Q dua himpunan yang lepas, maka $P(K \cup Q) = P(K) + P(Q) = 1/13 + 1/13 = 2/13$

Latihan 5

1. Dua buah dadu dilempar sekaligus. Tentukan peluang jumlah mata dadu 5
2. Selembar kartu diambil setumpuk kartu bridge lengkap. Berapa peluang terambilnya kartu As atau kartu merah
3. Sebuah kotak berisi 6 bola hitam dan 4 bola putih. Jika diambil 4 buah bola sekaligus, tentukan peluang 3 bola hitam dan 1 bola putih.
4. Sebuah uang logam dan sebuah dadu ditos bersamaan. Tentukan peluang munculnya Gambar atau mata dadu lebih dari 4.

3. Peluang Bersyarat

Misal dalam sebuah kotak terdapat 3 bola merah dan 2 bola kuning. Mula-mula diambil sebuah bola, kemudian bola yang terambil itu dilihat ternyata berwarna merah. Kemudian diambil lagi sebuah bola tanpa mengembalikan bola merah yang telah terambil. Berapakah peluang terambilnya bola kuning? Peluang terambilnya bola kuning pada pengambilan kedua setelah pengambilan bola pertama terambil bola merah ini, mengilustrasikan peluang bersyarat. Bila peluang terambilnya bola kuning adalah P(K) dan peluang terambilnya bola merah adalah P(M), peluang terambilnya bola kuning bila sebelumnya terambil bola merah dilambangkan dengan P(K/M).

Teorema

Pada sebarang peristiwa A dan B berlaku $P(A\cap B) = P(A).\ P(B/A) = P(B).P(A/B)$ atau $P(A/B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ dan $P(B/A) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

Contoh 2.19

Dalam sebuah kotak terdapat 3 bola merah dan 2 bola kuning. Berapakah peluang terambilnya bola pertama bola merah dan bola kedua bola kuning (tanpa pengembalian).

Jawab:

Misalnya peristiwa terambilnya bola merah adalah M dan terambilnya bola kuning adalah K, peluang terambilnya sebuah bola merah dan sebuah bola kuning adalah $P(M\cap K) = P(M).P(K/M)$. Dari yang diketahui $P(M) = 3/5$ sedangkan $P(K/M) = 2/4 = ½$.

Jadi $P(M\cap K) = 3/5.\ ½ = 3/10$.

Contoh 2.20

Dalam satu kelas terdiri dari 25 siswi dan 15 siswa. Terdapat 5 siswi dan 10 siswa yang yang senang matematika. Jika dipilih sesorang secara acak dari siswa dan siswi yang senang matematika, berapa peluang terpilihnya sesorang siswa?

Jawab:

Misal himpunan yang senang matematika adalah M, himpunan siswa adalah L, maka

$P(M) = 15/40 = 3/8$, $P(M\cap L) = 10/40 = ¼$, dan $P(M/L) = \dfrac{P(M\cap L)}{P(L)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \dfrac{2}{3}$

4. Peluang Saling Bebas

Definisi:

Dua peristiwa A dan B disebut saling bebas jika dan hanya jika $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

Contoh 2.21

Sebuah dadu berwarna hitam dan sebuah dadu berwarna biru dilempar sekaligus. Tentukan peluang munculnya dadu hitam bermata ganjil dan dadu hitam bermata ganjil.

Jawab:

Misal peristiwa muncul mata ganjil dadu hitam adalah H dan peristiwa muncul mata genap dadu biru, maka $P(H) = 3/6 = ½$ dan $P(B) = 3/6 = ½$, sehingga $P(H \cap B) = P(H).P(B) = ½ . ½ = ¼$

Latihan 6

1. Misalkan kita memiliki 12 kartu yang diberi nomor 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, dan 12. Misalkan G adalah peristiwa terambilnya sebuah kartu bernomor genap, T adalah peristiwa terambilnya kartu dengan nomor kelipatan 3. Tentukan peluang dari (i) P(G), (ii) P(T), (iii) P(T/G), dan (iv) P(G/T).

2. Tabel 2.2. berikut menunjukkan jumlah siswa pria dan wanita kelas X suatu SMA yang mengikuti ekstra kurikuler olahraga dan bukan olah raga. Akan dipilih seorang siswa secara acak. Apakah peristiwa terpilihnya siswa pria dan siswa mengikuti ekstra kurikuler olahraga merupakan suatu kejadian saling bebas?

Tabel 2.2

Ekstra Kurikuler	Pria	Wanita
Olahraga	27	48
Bukan olahraga	83	92

3. Tabel 2.3. berikut menunjukkan jumlah siswa pria dan wanita kelas X suatu SMA yang senang dan tidak senang terhadap mata pelajaran matematika. Seorang siswa dipilih secara acak.

a. Tentukan peluang terambilnya seorang siswa yang senang matematika

b. Tentukan peluang terpilihnya seorang siswa pria yang senang matematika.

c. Tunjukkan bahwa senang terhadap matematika tidak saling bebas dengan jender siswa.

Tabel 2.3

	Pria	Wanita
Senang Matematika	72	58
Tidak senang matematika	48	22

4. Dua orang siswa perempuan Ana dan Beta saling lempar –tangkap bola. Peluang Ana menangkap bola yang dilempar Beta adalah 0, 3, sedangkan peluang Beta menangkap bola yang dilempar Ana adalah 0,4. Jika kedua peristiwa itu saling bebas, tentukan

peluang (i) Ana dan Beta keduanya dapat menangkap bola, dan (i) paling sedikit seorang dari kedua orang itu menangkap bola.

REFLEKSI

RANGKUMAN

1. Kaidah Perkalian
   Bila suatu aktivitas dilakukan dengan k tahap, dan tahap pertama dapat dilakukan dengan n_1 cara, tahap kedua dapat dilakukan dengan n_2 cara, ..., dan tahap k dapat dilakukan dengan n_k cara, maka banyaknya cara melakukan aktivitas tersebut ada $n_1 \times n_2 \times ... \times n_k$

2. Permutasi r unsur dari n unsur adalah $_n\mathbf{P}_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

3. Permutasi memutar $\mathbf{P_n = (n-1)!}$

4. Permutasi dari unsur yang sama
   Bila banyaknya seluruh unsur ada n, ada r buah unsur yang sama dengan masing-masing banyaknya k_1, k_2, …,k_r, maka $\mathbf{P_n} = \dfrac{n!}{k_1!k_2!...k_r!}$

5. Kombinasi r unsur dari n unsur adalah $_n\mathbf{C}_r = \dfrac{n!}{(n-r)!r!}$

6. Ruang sampel adalah himpunan berbagai peristiwa yang mungkin terjadi bila melakukan suatu aktivitas.

7. Peluang terjadinya peristiwa

$$\mathbf{P(A)} = \frac{\textbf{Banyaknya frekuensi munculnya peristiwa A}}{\textbf{Banyaknya ruang sampel}}$$

8. Sifat-sifat peluang
   (1) Peluang suatu peristiwa yang tidak mungkin terjadi adalah 0
   (2) Peluang suatu peristiwa yang pasti terjadi adalah 1
   (3) Untuk setiap peristiwa A berlaku $0 \leq P(A) \leq 1$
   (4) Misalkan terdapat peristiwa Adalam ruang sampel S, maka peluang bukan A adalah P(A') = 1-P(A)
   (5) Bila A dan B sebarang dua peristiwa, maka
   $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$.
   (6) Pada sebarang peristiwa A dan B berlaku
   $P(A\cap B) = P(A).\ P(B/A) = P(B).P(A/B)$

9. Dua peristiwa dikatakan saling lepas jika dan hanya jika $P(A\cap B) = 0$

10. Peluang terjadinya peristiwa A dengan syarat terjadinya peristiwa B adalah
    $P(A/B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

11. Dua peristiwa dikatakan saling bebas jika dan hanya jika $P(A\cap B) = P(A).P(B)$

Perdalam konsepmu

1. Apa bedanya permutasi dan kombinasi
2. Apa bedanya peristiwa yang saling lepas dan saling bebas