

## Bab 3 Strategi Pengembangan Kemampuan Berpikir Matematik

Berdasarkan kajian teoritik yang telah diungkapkan pada bagian sebelumnya, selanjutnya dikembangkan sebuah kerangka kerja pedagogis yang dapat mendukung upaya pengembangan kemampuan berpikir matematik siswa. Model kerangka kerja yang menjadi inspirasi awal dikembangkan berdasarkan hasil penelitian Fraivillig, Murphy, dan Fuson (1999). Kerangka kerja tersebut meliputi tiga komponen penting dari upaya guru dalam mengembangkan kemampuan berpikir siswa yaitu: (1) strategi guru dalam mengungkap metoda penyelesaian yang digunakan siswa (*mengungkap*), (2) strategi guru dalam upaya mendorong peningkatan pemahaman konsep atau masalah yang dihadapi (*mendorong*), dan (3) mengembangkan daya berpikir matematik siswa (*mengembangkan*).

*Strategi mengungkap* adalah upaya guru untuk memfasilitasi kemungkinan terungkapnya kemampuan siswa melalui berbagai pertanyaan yang diajukan pada kelas atau kelompok selama proses penyelesaian soal berlangsung. Dengan cara seperti ini terlihat bahwa ide-ide anak untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi dapat terdorong untuk muncul karena termotivasi oleh pertanyaan-pertanyaan yang diajukan guru. Jika diamati secara seksama, jenis pertanyaan yang memungkinkan hal tersebut terjadi adalah pertanyaan yang menantang siswa untuk berpikir secara lebih terarah pada permasalahan yang dihadapi. Melalui pertanyaan-pertanyaan yang diajukan guru, adakalanya terselip rambu-rambu atau klu yang memungkinkan siswa mampu mengungkap pengetahuannya yang masih tersembunyi jauh dalam memori mereka. Berdasarkan hasil identifikasi terhadap strategi mengungkap yang digunakan guru, didapat dua cara utama yakni cara guru memfasilitasi respon siswa, dan cara guru menghidupkan diskusi dalam kelompok. Penjabaran dari komponen pertama antara lain mencakup pengungkapan berbagai cara penyelesaian yang digunakan siswa, berusaha menunggu dan mendengarkan apa yang sedang dijelaskan atau diupayakan siswa, mendorong siswa untuk mengelaborasi jawaban yang diberikan, menerima jawaban siswa dengan terbuka sekalipun masih ada kesalahan, dan mengupayakan terjadinya kolaborasi antar siswa dalam kelompok masing-

masing. Penjabaran komponen kedua antara lain mencakup: berusaha untuk menggunakan jawaban siswa sebagai bahan diskusi, dan berusaha memonitor kesungguhan siswa untuk tetap melakukan pencarian cara penyelesaian masalah yang dihadapi.

*Strategi mendorong* adalah upaya guru yang dimaksudkan untuk mendorong siswa pada saat mereka mencoba menyelesaikan permasalahan yang dihadapi. Berdasarkan hasil identifikasi terdapat empat kategori yang berkenaan dengan cara guru mendorong siswanya yaitu mendorong proses berpikir siswa pada saat memberikan penjelasan, mendorong proses berpikir siswa pada saat mendengarkan penjelasan guru atau siswa lainnya, mendorong peningkatan pemahaman konsep yang berkenaan dengan permasalahan yang dihadapi, serta mendorong proses berpikir siswa melalui ajakan pada mereka untuk bertanya. Kategori pertama mencakup beberapa kegiatan berikut : mengingatkan siswa pada konsep atau situasi yang sejenis atau mirip, mengingatkan kembali pada pengetahuan pendukung yang diperlukan, dan membantu siswa dalam upaya mengklarifikasi penyelesaian yang mereka buat. Untuk kategori kedua antara lain mencakup hal berikut: mencoba mengulang kembali apa yang dibicarakan, dan mendemonstrasikan cara memilih metoda penyelesaian tanpa berusaha untuk mendorong siswa agar meniru metoda yang dicontohkan. Kategori ketiga antara lain mencakup hal berikut: menuliskan representasi permasalahan yang dihadapi siswa pada papan tulis atau kertas kerja siswa, dan mencoba bertanya tentang hal yang dijelaskan seorang anak kepada anak lainnya. Penjabaran kategori keempat antara lain adalah mendorong siswa untuk bertanya manakala mereka menghadapi kesulitan.

*Strategi mengembangkan* adalah suatu upaya guru untuk memfasilitasi siswa agar kemampuan berpikir matematik mereka bisa meningkat. Berdasarkan hasil observasi, didapat empat hal penting yang sempat terungkap yaitu: mendorong siswa untuk melakukan atau mengerjakan sesuatu secara lebih baik walaupun masalah yang dihadapi lebih sulit, mendorong siswa untuk melakukan refleksi terhadap hasil-hasil yang sudah diperoleh sebelumnya, mendorong siswa untuk mencari alternatif penyelesaian yang lebih baik, dan mendorong siswa untuk terbiasa menghadapi masalah-masalah yang sulit.

Agar guru dapat mengungkap potensi siswa, maka diperlukan suatu masalah yang memungkinkan munculnya konflik kognitif sehingga memungkinkan terjadinya aksi mental pada diri siswa. Ketika aksi mental tersebut diekspresikan baik secara tertulis maupun secara oral, maka guru dapat mengidentifikasi sejauh mana tahap kemampuan siswa dalam merespon permasalahan yang diajukan tersebut. Jika aksi mental yang diharapkan tidak terjadi, maka selanjutnya guru dapat mendorong terjadinya aksi mental yang diharapkan tersebut melalui intervensi tertentu. Berdasarkan hasil penelitian, salah satu model pendekatan yang efektif meningkatkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa adalah pendekatan yang bersifat tidak langsung.

Model pendekatan tidak langsung adalah suatu pendekatan pembelajaran yang menempatkan siswa sebagai pusat pembelajaran, serta guru sebagai fasilitator. Dalam model ini, guru tidak secara langsung menyampaikan konsep, prosedur, atau prinsip kepada siswa melainkan melalui pengembangan strategi tertentu sehingga siswa mampu menemukan sendiri konsep, prosedur, atau prinsip tersebut melalui serangkaian aktivitas pembelajaran. Secara lebih jelasnya, pendekatan tidak langsung tersebut dapat terlihat dari tiga hal yaitu sajian bahan ajar, pola interaksi kelas, dan model intervensi yang dilakukan guru.

Sajian bahan ajar perlu dirancang sedemikian rupa sehingga siswa tidak dapat secara langsung memperoleh informasi mengenai konsep, prosedur, atau prinsip melainkan harus melalui rangkaian aktivitas pemecahan masalah matematik baik secara individu maupun kelompok. Sebagai contoh, agar siswa mampu menemukan prosedur melukis lingkaran melalui tiga titik yang diketahui, kepada siswa dihadapkan rangkaian tugas matematik berikut.

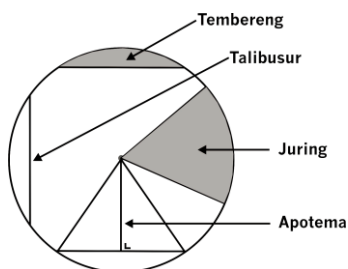
Titik A dan B terletak pada sebuah lingkaran.

A  
•

•  
B

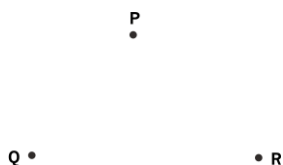
- Lukislah lingkaran yang melalui kedua titik tersebut, dan jelaskan langkah-langkahnya.
- Tentukan dua buah titik C dan D pada lingkaran.
- Lukislah sebuah garis yang tegak lurus CD di titik tengahnya.
- Apakah garis tersebut melalui titik pusat lingkaran? Jelaskan!

Dengan mengerjakan rangkaian soal tersebut, siswa diharapkan dapat menemukan bahwa melalui dua titik yang diketahui, dapat ditentukan sebuah talibusur. Melalui talibusur tersebut selanjutnya dapat ditentukan sebuah garis yang melalui titik pusat lingkaran. Untuk sampai pada kesimpulan bahwa garis yang tegak lurus talibusur lingkaran tersebut melalui titik pusat lingkaran, siswa diharapkan menggunakan pengetahuan sebelumnya yang diperoleh pada awal pembelajaran lingkaran yaitu melalui sajian informasi berikut ini.

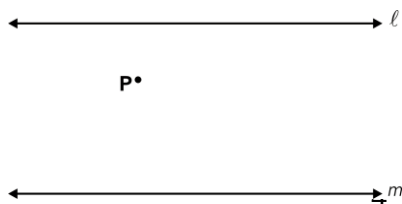


Setelah siswa memperoleh kesimpulan yang tepat, selanjutnya mereka diminta mengerjakan soal lain yang melibatkan tiga titik, misalnya sebagai berikut.

- Diketahui tiga buah titik P, Q, dan R seperti gambar di bawah ini. Lukislah sebuah lingkaran yang melalui tiga titik tersebut.



- Lukislah sebuah lingkaran yang memuat titik P serta menyinggung garis  $l$  dan  $m$ . Garis  $l$  dan  $m$  adalah dua garis sejajar.

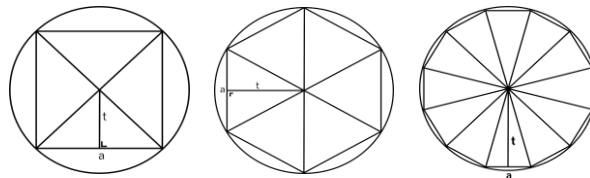


Untuk soal pertama, siswa diharapkan bisa menentukan titik pusat lingkaran dengan menggunakan dua talibusur yang dapat ditentukan melalui dua pasangan titik. Sedangkan untuk soal kedua, titik yang diketahui baru satu buah yaitu P. Dua titik lainnya yang merupakan titik singgung lingkaran dengan garis  $l$  dan  $m$  tidak dinyatakan secara eksplisit. Karena soal ini lebih bersifat tidak rutin, maka apabila siswa mengalami kesulitan untuk menerapkan pengetahuan mereka pada pemecahan soal ini, guru dapat menggunakan tektik *scaffolding* antara lain dengan mengajukan pertanyaan atau mengajukan *hints*.

Pengembangan kemampuan berpikir matematik dapat juga dilakukan melalui proses penemuan. Sebagai contoh, untuk dapat menemukan rumus luas daerah lingkaran, siswa dapat dihadapkan pada masalah seperti berikut ini.

### Luas Daerah Lingkaran

Tentukan luas segi-n beraturan di bawah ini, kemudian isilah tabel yang disediakan.



Segi-n	Luas Daerah Segi-n
Segi-4	
Segi-6	
Segi-12	
Segi-24	

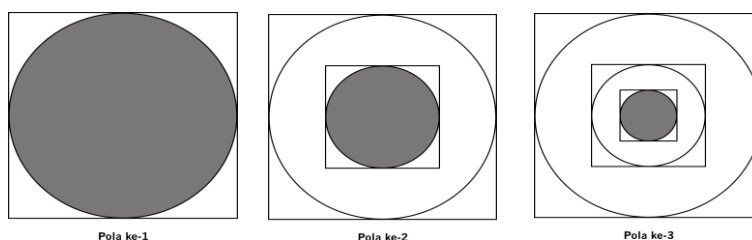
1. Secara umum, luas daerah segi-n adalah ...
2. Jika  $n$  semakin besar, maka:
  - (a)  $t$  semakin mendekati ...
  - (b) Keliling segi-n semakin mendekati ...
3. Berdasarkan jawaban 1 dan 2, maka luas daerah lingkaran adalah  $L = \dots$

Dengan pengetahuan yang sudah dimiliki seperti luas daerah segitiga, keliling lingkaran, dan keliling segi-n beraturan, siswa diharapkan akan mampu menemukan rumus luas daerah lingkaran sesuai dengan yang diharapkan. Jika dalam prosesnya ternyata siswa menemukan kesulitan, maka guru dapat membantu mereka melalui intervensi yang bersifat tidak langsung.

Selain berkaitan dengan belajar menemukan aturan atau rumus yang bersifat baku, siswa juga dapat dihadapkan pada permasalahan yang memuat tuntutan untuk mengajukan generalisasi atau bentuk umum berdasarkan pola yang ditemukan. Contoh untuk hal ini antara lain dapat dilakukan melalui masalah berikut.

### Pola Luas Lingkaran

Perhatikan gambar berikut ini.



Ukuran persegi terluar dari masing-masing pola adalah sama. Luas daerah persegi luar lingkaran yang diarsir pada pola kedua adalah seperempat dari luas persegi besar. Luas daerah persegi luar lingkaran yang diarsir pada pola ketiga adalah seperenambelas dari luas persegi besar. Jika pola tersebut dilanjutkan dan luas daerah persegi terbesarnya adalah 1 satuan luas, tentukan luas daerah lingkaran yang diarsir pada pola ke-n.

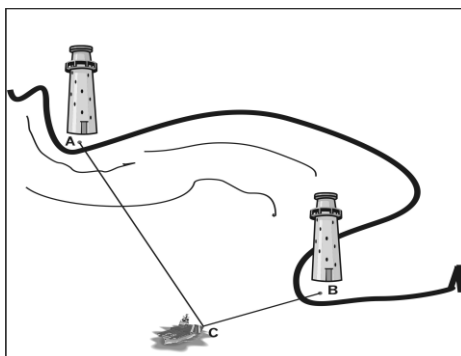
Untuk bisa mengajukan bentuk umum dari pola luas lingkaran tersebut, diperlukan prasyarat utama berupa pengetahuan tentang luas daerah lingkaran dan persegi. Dengan menguasai prasyarat tersebut, siswa diharapkan mampu menentukan ukuran jari-jari lingkaran pada setiap pola sehingga pada akhirnya dapat digunakan untuk menentukan luas daerah lingkaran pada pola tertentu.

Permasalahan yang dihadapkan kepada siswa dapat juga dikemas dalam bentuk yang bersifat kontekstual. Contoh untuk hal ini misalnya dapat dijumpai pada sajian masalah berikut ini, yang dapat diberikan setelah siswa belajar tentang sifat-sifat sudut pada lingkaran khususnya mengenai sudut keliling lingkaran.

### Lintasan Pelayaran Berbahaya

Pada gambar di bawah ini terdapat dua menara yang sengaja dibangun sebagai tanda bahaya bagi para pelaut yang akan melewati kawasan tersebut. Para Nakhoda sudah mengetahui bahwa daerah bahaya ada di antara kedua menara tersebut yaitu di daerah dalam lingkaran dengan diameter AB. Gambar di bawah ini menunjukkan sebuah kapal yang berada dikawasan berbahaya tersebut. Setelah navigator melakukan pengukuran sudut yang dibentuk titik A, B, dan posisi kapal, didapat sudut ACB yang ternyata lebih besar dari batas sudut aman yang diperbolehkan. Untuk itu, navigator segera memerintahkan agar arah kapal segera diubah.

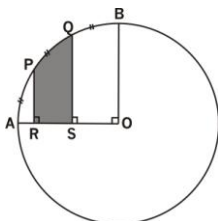
- Bagaimana navigator sampai pada kesimpulan bahwa posisi kapal ada pada kawasan berbahaya? Jelaskan jawabanmu!
- Tentukan lintasan kapal di sekitar kedua menara tersebut agar berada pada kawasan aman.



Agar siswa memiliki kemampuan untuk menerapkan pengetahuannya, baik pengetahuan yang baru dipelajari maupun pengetahuan sebelumnya, kepada mereka juga dapat dihadapkan masalah tidak rutin yang memuat tuntutan untuk melakukan proses berpikir cukup kom-pleks. Salah satu contoh masalah yang dapat digunakan dalam pembelajaran misalnya sebagai berikut.

### Luas Daerah Arsiran Pada Lingkaran

Perhatikan gambar di bawah ini. Jika busur AP, PQ, dan QB berukuran sama serta jari-jari lingkaran ukurannya 6 cm, tentukan luas daerah yang diarsir.



Melalui penyelesaian masalah ini siswa dimungkinkan untuk dapat menerapkan berbagai pengetahuan sebelumnya terutama yang berkenaan dengan juring dan tembereng lingkaran, serta sifat-sifat segitiga. Selain itu mereka dituntut untuk bisa menghubungkan pengetahuan tersebut sehingga akhirnya sampai pada penentuan luas daerah yang diarsir.

Berdasarkan teori APOS yang berbasis pandangan konstruktivisme, untuk mengembangkan obyek-obyek mental baru diperlukan adanya masalah yang berfungsi untuk mendorong terjadinya aksi mental baik pada awal maupun pada proses pembelajaran selanjutnya. Model sajian bahan ajar seperti tergambar dalam beberapa contoh di atas dikembangkan dengan berlandaskan pada kerangka kerja teori ini. Melalui sajian seperti itu diharapkan terjadi aksi-aksi mental berkelanjutan secara produktif, baik pada tahapan proses pencapaian perkembangan aktual maupun potensial siswa. Pada proses pencapaian perkembangan aktual, siswa didorong bekerja secara individual melalui aktivitas penyelesaian masalah, sedangkan pada pencapaian perkembangan potensial mereka didorong melalui intervensi tidak langsung baik dalam bentuk interaksi antar komunitas belajar maupun dengan teknik *scaffolding*.

Seperti sudah dinyatakan sebelumnya bahwa pendekatan pembelajaran tidak langsung dapat berkaitan dengan tiga faktor yakni model sajian bahan ajar, pola interaksi, dan model intervensi guru. Pola interaksi yang didasarkan pada teori belajar dari Vygotsky pada prinsipnya menganut pandangan bahwa dalam proses belajar, siswa harus terlibat secara aktif. Dalam pembelajaran matematika, tentu saja aktivitas siswa tersebut lebih bersifat mental. Namun demikian, dalam prosesnya aktivitas mental tersebut dapat diekspresikan dalam bentuk-bentuk yang bisa diamati baik secara oral maupun tertulis. Dengan demikian, pola interaksi dalam proses pembelajaran dapat dirancang sedemikian rupa sehingga setiap siswa mampu mengekspresikan aktivitas mentalnya yang memungkinkan terjadinya interaksi di antara anggota komunitas kelas. Bentuk-bentuk interaksi yang terjadi antara lain bisa berbentuk diskusi kelompok, diskusi kelas, tanya-jawab, pengajuan



argumentasi, atau eksplanasi. Kegiatan-kegiatan seperti itu dipandang penting untuk dilakukan karena, setelah siswa melakukan aktivitas mental tertentu serta mampu mencapai suatu tahapan pemahaman, mereka perlu diberi kesempatan untuk melakukan refleksi atas apa yang telah dicapainya sehingga memungkinkan munculnya konflik kognitif baru yang dapat mendorong terjadinya aktivitas mental lanjutan.

Proses perubahan dari tahapan perkembangan aktual ke perkembangan potensial bisa terjadi sebagai akibat adanya interaksi antara individu dengan individu lain yang mempunyai kemampuan lebih. Dalam proses pembelajaran, individu lain yang memiliki kemampuan lebih tersebut bisa merupakan siswa lain dari anggota komunitas kelas atau guru. Dengan demikian, guru memegang peranan yang sangat penting dalam menciptakan intervensi yang memungkinkan terjadinya proses perubahan kemampuan pada diri siswa secara optimal. Dalam hal ini, intervensi tersebut lebih bersifat tidak langsung sehingga menjadi pendorong terjadinya konflik kognitif lanjutan yang memungkinkan terjadinya aktivitas mental selanjutnya. Intervensi guru tersebut terutama dirancang dalam bentuk pengajuan *hints* atau pertanyaan yang disajikan melalui teknik *scaffolding*.