

Pertemuan 12

Deret positif: Uji Integral dan uji lainnya

Teorema (Uji Kedivergenan dengan Suku ke-n):

Jika deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergen, maka $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

Kontraposisif dari Teorema tersebut adalah:

Jika $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ (atau jika $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ tidak ada),
maka deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergen.

Diskusikan!

Buktikan bahwa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3n^3+2n^2}$ divergen

TEOREMA (Uji Banding):

Diberikan $0 \leq a_n \leq b_n$ untuk setiap $n \in \mathbb{N}$.

(a) Jika $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergen, maka $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergen.

(b) Jika $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergen, maka $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergen.

Diskusikan!

Ujilah kekonvergenan deret $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{n^2+1} + \dots$

dengan menggunakan uji banding.

TEOREMA (Uji Ratio):

Diberikan deret dengan suku-suku tak negatif

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ dan $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L$.

(a) Jika $L < 1$, maka deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergen

(b) Jika $L > 1$, maka deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergen

(c) Jika $L = 1$, maka pengujian gagal (deret dapat

(d) konvergen atau divergen)

Diskusikan!

Tunjukkan bahwa deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$ konvergen dengan menggunakan uji ratio.

LATIHAN

1. Selidiki apakah deret berikut konvergen atau divergen.

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^3}$

b. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

c. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2^n}$

2. Diketahui deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergen. Buktikan bahwa $\sum_{n=1}^{\infty} (ca_n)$ konvergen untuk sebarang konstanta c .