

Pertemuan 13

Deret Pangkat dan operasinya

DEFINISI:

Deret pangkat dalam x adalah suatu deret tak berhingga yang

$$\text{berbentuk } \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots$$

dimana a_n ($n=1,2,3,\dots$) konstanta real.

Diskusikan!

1. Untuk nilai-nilai x manakah deret pangkat

$$\sum_{n=0}^{\infty} ax^n = a + ax + ax^2 + \dots + ax^n + \dots$$

konvergen dan berapa jumlahnya? Anggap $a \neq 0$

2. Tentukan himpunan kekonvergenan deret $\sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$

Himpunan kekonvergenan deret pangkat $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ selalu berbentuk salah satu selang berikut:

1. Titik tunggal $x=0$
2. Selang (R,R) , mungkin ditambah dengan salah satu atau kedua titik ujungnya.
3. Seluruh bilangan real

DEFINISI :

Deret pangkat dalam $x-c$ adalah suatu deret tak berhingga yang berbentuk

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-c)^n = a_0 + a_1 (x-c) + a_2 (x-c)^2 + \dots + a_n (x-c)^n + \dots$$

dimana a_n ($n=1,2,3,\dots$) konstanta real, dan c dinamakan pusat deret.

Sifat-sifat yang berlaku bagi deret pangkat dalam x berlaku pula bagi deret pangkat dalam x . Himpunan kekonvergenan deret pangkat berbentuk salah satu selang berikut:

1. Titik tunggal $x=c$
2. Selang $(c-R,c+R)$, mungkin ditambah dengan salah satu atau kedua titik ujungnya.
3. Seluruh bilangan real

Diskusikan!

Tentukan himpunan kekonvergenan deret $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(n+1)^2}$

LATIHAN

1. Tentukan jari-jari kekonvergenan dari setiap deret pangkat berikut:

a. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$

b. $\sum_{n=0}^{\infty} e^n (x+2)^n$

c. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!(x+2)^n}{2^n}$

d. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!x^n}{(n!)^2}$

2. Tentukan daerah keonvergenan deret berikut.

a. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n + 1}$

b. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n^2}$

c. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)^{2n}}$

d. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{(2n-1)!}$

3. Buktikan bahwa deret $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \langle -c \rangle^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} \langle -c \rangle^{n+1}$, dan

$\sum_{n=1}^{\infty} n a_n \langle -c \rangle^n$ mempunyai jari-jari kekonvergenan yang sama.