

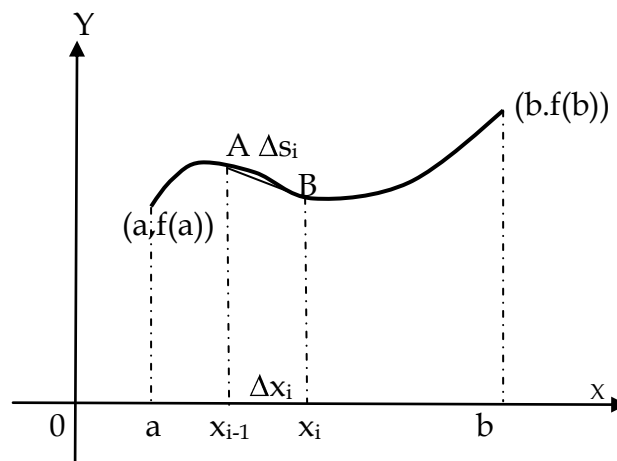
Pertemuan 6

Panjang Kurva, dan Luas Permukaan Benda Putar

A. Panjang Kurva

Diskusikan!

- Misalkan f kontinu dan dapat diturunkan pada selang $[a,b]$. Konstruksilah panjang busur kurva $y = f(x)$ antara titik $(a, f(a))$ dan $(b, f(b))$.



- Misalkan fungsi f kontinu dan dapat diturunkan $[a,b]$. Tuliskan panjang busur kurva $y = f(x)$ antara titik $(a, f(a))$ dan $(b, f(b))$.
- Tentukan panjang busur kurva $y = x^{3/2}$ antara titik $(1, 1)$ dan $(4, 8)$.
- Buktikan Reorema berikut!

Jika $x = f(t)$ dan $y = g(t)$ dengan $a \leq t \leq b$, maka panjang busur kurva antara titik $(f(a), g(a))$ dengan $(f(b), g(b))$ adalah

$$S = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt.$$

- Hitunglah panjang busur kurva $y = t^3, y = t^2$ dengan $0 \leq t \leq 4$.

Latihan:

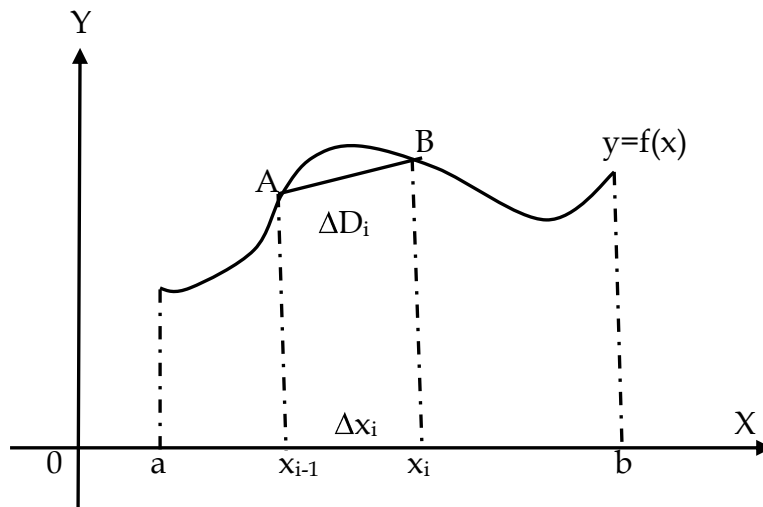
- Tentukan panjang busur kurva berikut antara dua titik yang diberikan

- $y = \frac{x^4 + 3}{6x}$ antara $x=1$ dan $x=4$
 - $y = \sqrt[3]{-x^{2/3}}$ antara $x=1$ dan $x=8$
 - $30xy^3 - y^8 = 15$ antara $y=1$ dan $y=2$
 - $x = 3t^2 + 2, y = 2t^3 - 1, 0 \leq t \leq 3$
 - $x = 4 \cos t + 5, y = 4 \sin t - 1, 0 \leq t \leq 2\pi$
- Tentukan panjang busur kurva $x = \frac{2}{3} \sqrt[3]{y-1}$ antara titik-titik kurva dengan $y=1$ dan $y=4$
 - Tentukan panjang busur setengah lingkaran $y = \sqrt{9-x^2}$ antara $x=-1$ dan $x=2$

B. Luas Permukaan Benda Putar

Diskusikan!

- Misalkan fungsi f kontinu dan dapat diturunkan pada selang $[a, b]$ dan $f(x) \geq 0$ untuk setiap $x \in [a, b]$. Misalkan D adalah suatu daerah yang dibatasi kurva $y = f(x)$, sumbu x , $x = a$, dan $x = b$. Konstruksi luas permukaan benda putar yang terjadi, jika D diputar mengelilingi sumbu x !



2. Misalkan f sebuah fungsi yang kontinu dan dapat diturunkan pada $[a, b]$ dengan $f(x) \geq 0$ untuk setiap $y \in [a, b]$. Tuliskan definisi luas permukaan benda putar yang terjadi apabila kurva $y = f(x)$ antara titik $(a, f(a))$ dan $(b, f(b))$ diputar mengelilingi sumbu x .
3. Misalkan D adalah suatu daerah yang dibatasi kurva $y = \sqrt{x}$, $x = 0$, $x = 1$ dan sumbu X . Jika D diputar pada sumbu X . Carilah luas permukaan benda yang terjadi.

Latihan:

Carilah luas permukaan benda putar yang terjadi; jika

- a. Daerah yang dibatasi kurva $x = y^3$, sumbu Y , $y = 0$ dan $y = 1$ diputar mengelilingi sumbu Y .
- b. Daerah yang dibatasi kurva $y = \frac{1}{3}x^3$, $x = 1$, $x = \sqrt{7}$ dan sumbu x diputar mengelilingi sumbu x .
- c. Daerah yang dibatasi kurva $y = x^2$, $x = 0$, $x = 2\sqrt{3}$ dan sumbu Y diputar pada sumbu Y .
- d. Daerah yang dibatasi kurva $y = \frac{x^6 + 2}{6x^2}$ sumbu x , $x = 1$ dan $x = 3$ diputar pada sumbu X .