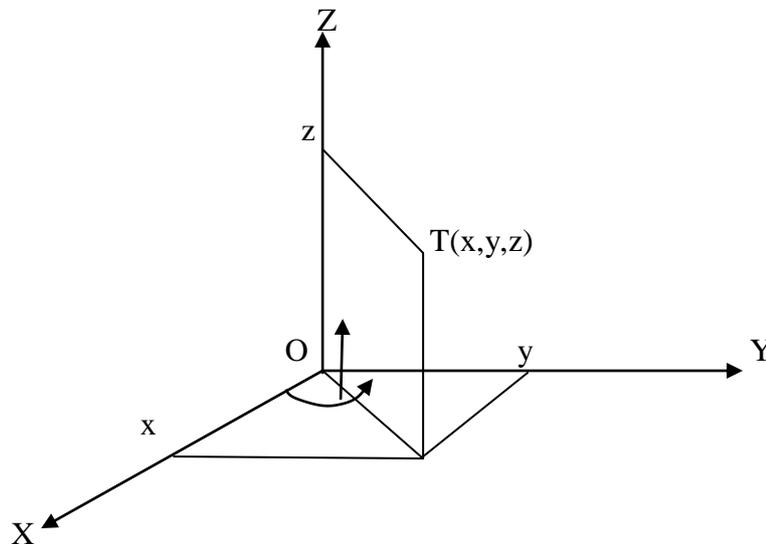


Pertemuan 15 Permukaan Ruang

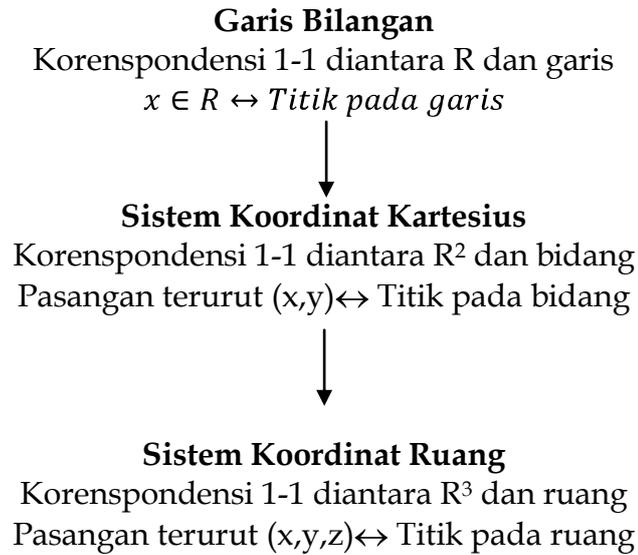
PERMUKAAN RUANG

A. Sistem Koordinat Ruang

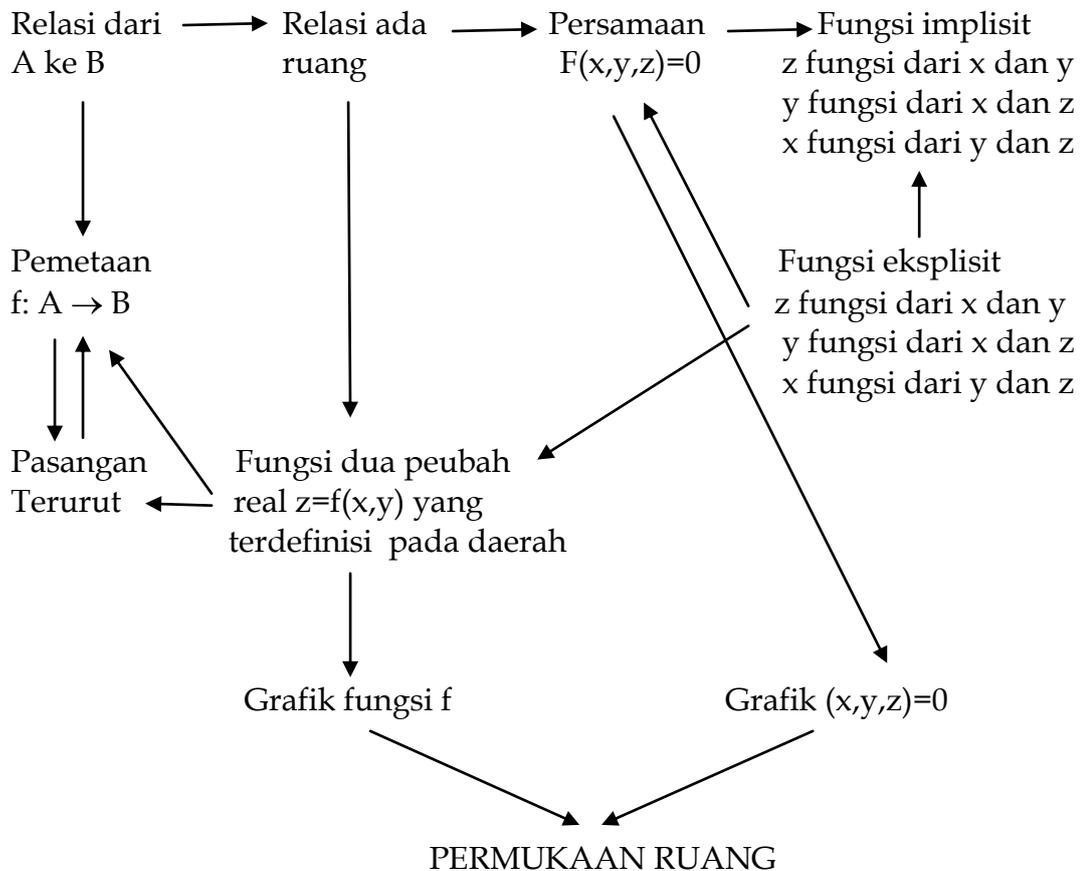
- Pembentuknya terdiri atas tiga garis yang saling berpotongan tegak lurus. Garisnya dinamakan sumbu koordinat dan titikpotongnya dinamakan titik asal O.
- Pemberian nama sumbu koordinat memenuhi aturan putaran sekrup.
- Ketiga sumbu koordinat membagi ruang atas 8 bagian yang diberi nama oktan I sampai dengan oktan VIII
 $Oktan I = \{(x,y,z): x > 0, y > 0, z > 0\}$
- Pada kasus ini, bila keia sumbu oordinatnya tidaktermasuk dinamakan oktan terbuka. Dalam kasus semua sumbu koordinat termasuk dinamakan oktan tertutup.



- x arak bearah dari titik T terhadap bidang YOZ
- y arak bearah dari titik T terhadap bidang XOZ
- z arak bearah dari titik T terhadap bidang XOY



B. Permukaan Ruang



DEFINISI 1:

Himpunan titik yang berbentuk $\{(x, y, z): F(x, y, z) = 0\}$ disebut permukaan ruang dan $F(x, y, z) = 0$ disebut persamaan permukaan.

Catatan:

Relasi bukan fungsi tetapi dari suatu relasi dapat dikonstruksi suatu fungsi yang dinamakan fungsi implisit.

Persamaan ruang diantaranya adalah:

1. Persamaan Bidang Datar

$ax + by + cz = d$, dimana a, b, c, d konstanta real dan a, b, c tidak semuanya bernilai nol.

2. Persamaan Bola

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $a > 0$, pusatnya $O(0, 0, 0)$ dan jari-jari bola $a > 0$

3. Persamaan Elipsoida

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, dimana $a, b, c > 0$, pusatnya $O(0, 0, 0)$

4. Persamaan Hiperbola Berdaun Satu

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$, dimana $a, b, c > 0$, pusatnya $O(0, 0, 0)$

5. Persamaan Hiperbola Berdaun Dua

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$, dimana $a, b, c > 0$, pusatnya $O(0, 0, 0)$

6. Persamaan Paraboloida Eliptik

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z}{c}$, dimana $a, b, c > 0$, $z \geq 0 \forall (x, y) \in R^2$, pusatnya $O(0, 0, 0)$

7. Persamaan Paraboloida Hiperbolik

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \frac{z}{c}$, dimana $a, b, c > 0$, pusatnya $O(0, 0, 0)$

8. Persamaan Kerucut

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}$, dimana $a, b, c > 0$, pusatnya $O(0, 0, 0)$

9. Persamaan Silinder

- Silinder Eliptik

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ dimana } a, b > 0, \text{ x dan y dapat diganti dengan z,}$$

pusatnya $O(0,0,0)$,

- Silinder Hiperbolik

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 1, \text{ dimana } a, b > 0, \text{ x dan y dapat diganti dengan}$$

z, pusatnya $O(0,0,0)$,

- Silinder Parabolik

$$y^2 = 4px, \text{ } p \neq 0, \text{ x dan y dapat diganti dengan z, pusatnya}$$

$O(0,0,0)$,

Cara menggambar permukaan berderajat dua yang tidak berpusat di $O(0,0,0)$:

1. Tuliskan persamaannya dalam bentuk kuadrat
2. Tentukan jenis permukaannya
3. Tentukan pusat permukaannya
4. Tentukan jejak permukaannya pada bidang yang sejajar dengan bidang koordinat
5. Gambarkan permukaannya

Cara lain:

Setelah jenis dan permukaan dapat ditentukan, gambarkan permukaan yang jenisnya sama dan berpusat di $(0,0,0)$. Permukaan yang diinginkan diperoleh dengan menggeser permukaan ini ke titik pusatnya.

Diskusikan!

Gambarkan permukaan $4x^2 + y^2 - z - 8x - 6y + 16 = 0$ setelah menentukan jenis, pusat dan jejak permukaan pada bidang $z = 7$, $x = 1$, dan $y = 3$.

C. Lengkungan Ketinggian

Permukaan $F(x,y,z)=0 \Rightarrow z=f(x,y)$ termuat secara implicit dalam persamaan $F(x,y,z)=0$

↓
Ambil $z=k$, kkonstanta

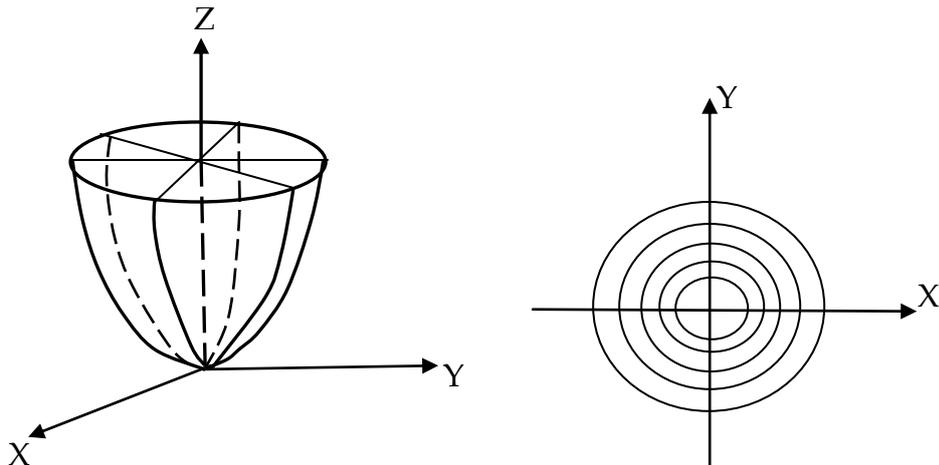
Keluarga $F(x,y,k)=0$ atau $f(x,y)=k$, k konstanta disebut lengkungan ketinggian dari permukaan $F(x,y,z)=0$ atau dari permukaan $z=f(x,y)$.

DEFINISI 2:

- Lengkungan ketinggian dari permukaan $z=f(x,y)$ adalah keluarga lengkungan $f(x,y)=k$, k konstanta.
- Lengkungan ketinggian dari permukaan $F(x,y,z)=0$ adalah keluarga lengkungan $F(x,y,k)=0$, k konstanta

Diskusikan!

- Keluarga lengkungan ketinggian dari permukaan $z = x^2 + y^2$ adalah $x^2 + y^2 = k$, $k>0$. Permukaannya berbentuk paraboloida eliptik dan keluarga lengkungan ketinggiannya berbentuk lingkaran



- Tentukan keluarga lengkungan ketinggian dari permukaan elipsoida $x^2 + \frac{y^2}{2} + z^2 = 1$. Kemudian gambarkan permukaan tersebut beserta lengkungan ketinggiannya.