

OPERASI PENYISIPAN DAN REPOSISI SIMPUL DALAM MENYELESAIKAN MASALAH DESAIN TATA LETAK MESIN DAN ROBOT

Oleh:

Yaya S. Kusumah
Mieke Yolanda

Jurusan Pendidikan Matematika
FPMIPA Universitas Pendidikan Indonesia
Jl. Dr. Setiabudhi 229, Bandung 40154
Tel (022) 2004508
E-mail: yskusumah@upi.edu

Abstrak

Desain tata letak fasilitas, termasuk di dalamnya tata letak mesin atau robot, diperlukan untuk mengoptimalkan biaya atau keuntungan produksi. Masalah tata letak muncul dalam berbagai aplikasi, misalnya dalam bidang manufaktur, pergudangan, penugasan, pengemasan, dan pengiriman barang. Pesatnya perkembangan komputer telah mendorong lahirnya berbagai pendekatan baru terhadap masalah ini yang didasarkan pada konsep teori graf dengan pendekatan heuristik. Dalam makalah ini akan disajikan sebuah algoritma baru yang ditujukan untuk memecahkan masalah desain tata letak robot dan mesin dengan teknik penyisipan dan reposisi simpul dalam konteks graf planar dan triangulasi bidang.

Kata kunci: desain tata letak fasilitas, triangulasi bidang, reposisi simpul, graf planar.

1. Pendahuluan

Masalah desain tata letak fasilitas dapat diartikan sebagai masalah penentuan susunan dan konfigurasi fasilitas secara fisik yang paling efektif yang membantu produksi suatu hasil atau keuntungan jasa layanan (Kusumah, 1998, 2001, 2002; Caccetta dan Kusumah 2001, 2006), atau suatu penugasan sederhana dari n mesin untuk n lokasi penempatan pada suatu ruang (Kusiak dan Heragu, 1987). Fasilitas yang dimaksud dapat berupa ruangan yang diperlukan dalam sebuah gedung, mesin-mesin dalam industri perakitan, atau rumah dan kompleks perumahan.

Dalam konteks masalah desain tata letak fasilitas, entitas dan aktivitas yang berkaitan dengan desain tata letak dapat disusun dalam bentuk model kelompok tersusun. Model acuan tersebut memiliki tiga kelompok objek: jenis produk (*product mix*), jenis mesin yang digunakan dalam produksi (*machine types*), dan lokasi penempatan pada suatu ruang. Jenis produk meliputi macam-macam barang yang harus diproduksi beserta jumlahnya. Setiap mesin yang tersedia dikelompokkan dalam jenis-jenis mesin. Sedangkan jumlah lokasi penempatan pada suatu ruang sama dengan banyaknya mesin yang tersedia pada kelompok *machine types*.

Dua kelompok lainnya dalam model acuan menunjukkan desain aktivitas yang dilibatkan. Masalah perencanaan proses memetakan setiap produk ke barisan

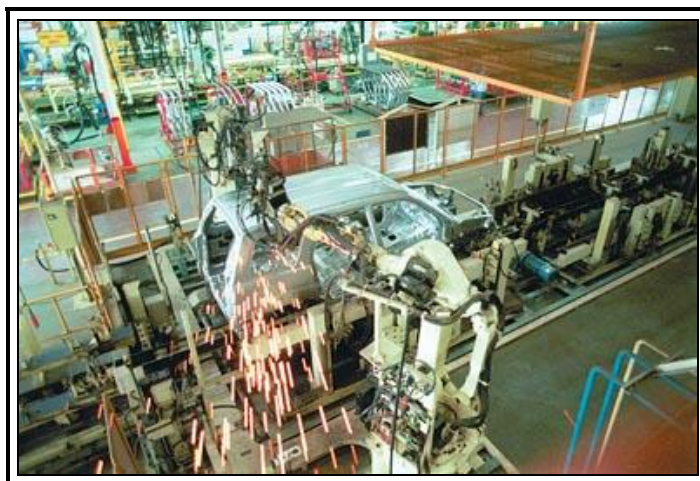
jenis mesin yang berbeda, hasilnya meliputi beberapa data produksi seperti waktu proses dan informasi peralatan. Sedangkan masalah tata letak merupakan pemetaan satu-satu dari setiap mesin ke lokasi penempatan pada ruang yang telah ditentukan.

Kelompok aktivitas yang ketiga (tidak ditunjukkan dalam gambar) adalah masalah penjadwalan (*Scheduling problem*). Penjadwalan meliputi penentuan jenis mesin yang spesifik yang akan digunakan dalam *product routing* pada lokasi tertentu, serta mengatur pemilihan waktu dan seluruh rangkaian kerja yang harus dilakukan oleh mesin tertentu.

Penyelesaian masalah desain tata letak ditentukan oleh entitas dan aktivitas dalam setiap kelompok pada model acuan di atas. Faktor kesulitan pemecahan masalah desain tata letak fasilitas adalah kombinatorial ruang pencarian yang besar, terutama untuk nilai n yang besar, dan konstruksi suatu fungsi yang menyertakan berbagai pertimbangan usaha untuk mengevaluasi kelebihan dari suatu tata letak

2. Robot dan Mesin dalam Industri Perakitan dan Manufaktur

Pabrik PT. Astra Daihatsu Motor (ADM) yang berlokasi di Jakarta Utara, adalah salah satu contoh pabrik perakitan mobil yang mulai memasuki era robotisasi. Pabrik ini mengaplikasikan prinsip efisiensi mesin, sumber daya minimal dan *zero defect* (cacat nol), sehingga dihasilkan produk dengan kualitas tinggi. Salah satu kelebihan pabrik ini adalah penggunaan mesin robot dalam proses pengelasan. Dengan menggunakan tenaga mesin robot, bermacam pekerjaan dapat dilakukan sekaligus secara simultan dalam hitungan menit. Mengingat terdapat lebih dari seratus titik pada rangka mobil yang perlu dikerjakan dengan keakuratan atau presisi tinggi dan seragam untuk seluruh mobil yang diproduksi, maka pemakaian tenaga mesin dan robot tersebut sangat diperlukan. (Krisman, 2003).



Gambar 2.2. Mesin robot pada proses perakitan mobil.

Secara umum sebuah perusahaan industri menggunakan tenaga mesin dan robot untuk proses penyemiran (pelapisan), pengelasan, perakitan, pengangkutan dan pengemasan produk. Beberapa bentuk robot dan fungsi kerjanya ditunjukkan pada Gambar 2.3.



(i) Penyemiran



(ii) Pengelasan



(iv) Pengangkutan



(iii) Pengemasan

Gambar 2.3. Robot dan fungsi kerjanya.

Dalam sebuah pabrik, tata letak merupakan suatu landasan utama. Tata letak yang terencana dengan baik akan ikut menentukan efisiensi dan efektivitas kegiatan produksi. Karena aktivitas produksi suatu industri secara normal harus berlangsung dalam jangka waktu yang panjang dengan tata letak yang tidak berubah-ubah, maka kekeliruan yang terjadi dalam perencanaan tata letak ini akan menyebabkan kerugian yang sangat besar.

Beberapa manfaat pengaturan tata letak pabrik yang baik dalam sistem produksi adalah menaikkan output produksi, mengurangi proses pemindahan van, penghematan penggunaan area, peningkatan pendayagunaan pemakaian mesin, tenaga kerja, dan fasilitas produksi.

Dalam industri manufaktur berat yang menggunakan tenaga mesin dan robot besar sebagai alat operasionalnya, penentuan konfigurasi robot dan mesin tersebut sangatlah penting. Karena besarnya ukuran dan bobot mesin tersebut, konfigurasi tidak dapat diubah semudah objek-objek lain seperti pada supermarket. Untuk itu, setiap faktor yang berkaitan dengan penyusunan robot dan mesin perlu diperhitungkan secara tepat dan teliti, sebelum ditentukannya konfigurasi yang akan digunakan untuk menyusun robot dan mesin tersebut.

Contoh faktor-faktor yang mungkin berkaitan dengan tata letak mesin dan robot adalah biaya operasional, efisiensi waktu produksi, kuantitas produksi barang, bahan bakar yang diperlukan dan lain-lain. Setelah semua faktor tersebut diperhitungkan, barulah dicari konfigurasi yang tepat untuk mengoptimalkan setiap faktor yang menjadi tujuan utama.

Masalah desain tata letak fasilitas, termasuk robot dan mesin, dapat dimodelkan menjadi masalah penugasan kuadratis, masalah peliput himpunan kuadratis,

pemrograman bilangan bulat linear, pemrograman bilangan bulat campuran dan masalah teori graf (Kusiak dan Heragu, 1987).

3. Model Teori Graf untuk Tata Letak Mesin dan Robot

Dengan pendekatan teori graf, masalah tata letak fasilitas dapat dibuat modelnya sebagai graf dengan sisi berbobot. Simpulnya menyatakan fasilitas dan sisinya menyatakan ajasensi antar fasilitas tersebut, sedangkan bobot sisi menyatakan keuntungan yang diperoleh jika dua fasilitas dihubungkan oleh sisi tersebut. Dari graf berbobot ini kemudian dikonstruksi graf bagian yang planar maksimal dengan bobot maksimum.

Diasumsikan bahwa keuntungan penempatan setiap pasang fasilitas yang saling ajasen diketahui. Diberikan graf berbobot G , masalah tata letak fasilitasnya adalah menentukan subgraf rentang G' dari graf G , yang berbobot maksimum dan planar maksimal. Bobot yang diinginkan dinyatakan sebagai sebuah matriks ajasensi (*relationship, relativity chart*).

Terdapat beberapa model tata letak fasilitas yang didasarkan pada konsep Teori Graf. Ini mencakup model dari Deltahedron, Metode Green-Al Hakim, Konstruktif Leung, Perluasan Roda, Algoritma Kim-Kim, dan TESSA. Dalam makalah ini, modifikasi TESSA sebagai hasil penelitian, akan didiskusikan.

Heuristik TESSA (Boswell, 192), mengawali langkahnya dengan membuat daftar seluruh muka beserta bobotnya. Graf bagian pertama adalah graf lengkap K_3 yang dipilih berdasarkan bobot maksimum dari semua K_3 yang mungkin. Kemudian dilakukan penambahan muka secara berulang dari daftar muka yang mungkin sampai terbentuk graf planar maksimal dengan $2n-4$ muka. Muka tersebut ditambahkan pada batas graf bagian yang ada sesuai dengan urutan besarnya bobot muka, tanpa mengganggu keplanaran graf tersebut.

Muka yang akan ditambahkan dipilih berdasarkan bobotnya dan memiliki paling sedikit sebuah sisi persekutuan dengan batas dari graf bagian parsial yang ada. Dalam setiap iterasi yang ditambahkan adalah sebuah sisi atau sebuah simpul dan dua buah sisi. Jika muka yang terpilih memuat simpul atau sisi yang ada pada interior graf, maka muka tersebut tidak dapat ditambahkan. Muka yang tidak memiliki sisi sekutu dengan batas graf bagian ditolak untuk sementara dari daftar pertimbangan, tapi muka-muka tersebut masih dipertimbangkan pada iterasi berikutnya. Graf bagian yang terbentuk dalam setiap langkah penyisipan tidak selalu planar maksimal, kecuali solusi akhirnya tetap merupakan graf planar maksimal.

Sebuah graf planar maksimal dapat dideskripsikan dengan membuat daftar muka yang ada pada graf tersebut. Bobot dari suatu muka didefinisikan sebagai jumlah bobot ketiga sisi yang membatasi muka tersebut. Jumlah bobot seluruh muka dalam graf planar maksimal sama dengan dua kali jumlah bobot semua sisi dalam graf tersebut. Dengan demikian, memaksimumkan jumlah bobot muka ekuivalen dengan memaksimumkan jumlah bobot sisi.

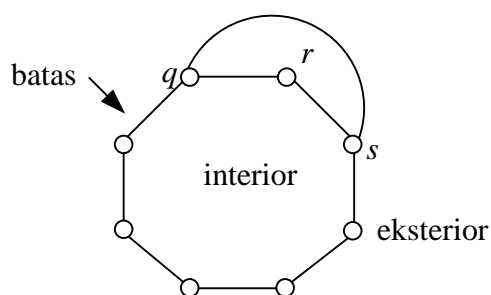
Heuristik ini berbeda dengan metode dan algoritma sebelumnya, karena solusi optimalnya diperoleh dari hasil penambahan muka-muka segitiga. Dalam heuristik ini yang diperhitungkan hanya muka segitiga dengan bobot maksimal, dan pada setiap langkahnya dibuat daftar muka yang mungkin dimasukkan.

Muka yang akan ditambahkan dipilih berdasarkan bobotnya dan memiliki paling sedikit sebuah sisi persekutuan dengan batas dari graf bagian parsial yang ada. Dalam setiap iterasi yang ditambahkan adalah sebuah sisi atau sebuah simpul dan dua buah sisi

(Gambar 3.1 dan Gambar 3.2). Jika muka yang terpilih memuat simpul atau sisi yang ada pada interior graf, maka muka tersebut ditolak, artinya tidak dapat ditambahkan. Muka yang tidak memiliki sisi sekutu dengan batas graf bagian juga ditolak untuk sementara dari daftar pertimbangan, karena muka-muka tersebut masih mungkin dipertimbangkan pada iterasi berikutnya. Graf bagian yang terbentuk dalam setiap langkah penyisipan tidak selalu planar maksimal, kecuali solusi akhirnya tetap merupakan graf planar maksimal.

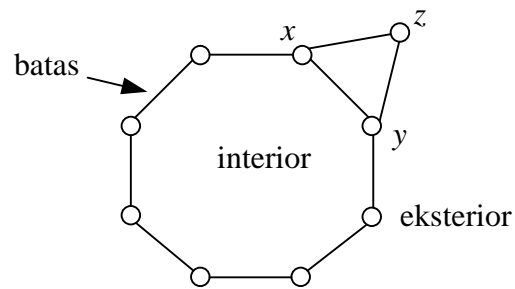
Heuristik TESSA dengan n simpul adalah sebagai berikut :

- Langkah 1. Buat daftar urutan tak naik dari $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ muka yang belum digunakan berdasarkan besar bobotnya. Ambil muka dengan bobot tertinggi dari daftar tersebut untuk dijadikan solusi parsial awal. Batas graf bagian yang ada adalah batas muka tersebut.
- Langkah 2. Pilih muka dengan bobot tertinggi dari daftar muka yang belum digunakan. Tambahkan muka ini pada eksterior graf bagian yang ada dengan salah satu dari cara berikut.
- a) Jika ketiga simpul muka tersebut terdapat pada batas graf bagian yang ada, dan batas graf bagian tersebut mempunyai lebih dari tiga buah sisi, muka tersebut ditambahkan dengan cara seperti ditunjukkan pada Gambar 3.1. Jumlah sisi pada batas graf bagian yang baru berkurang satu, dan simpul r tidak lagi terletak pada batas graf bagian, melainkan pada interior graf bagian yang baru. Dengan demikian tidak ada lagi muka yang memuat simpul r yang dapat masuk pada iterasi berikutnya. Hapus muka yang memuat simpul r dari daftar muka yang belum digunakan. Jika setelah muka tersebut masuk dengan aturan ini, terbentuk graf bagian baru yang dibatasi oleh tiga buah sisi, artinya graf planar maksimal telah diperoleh dan iterasi selesai. Stop.



Gambar 3.1. Penambahan muka baru (q,r,s) pada graf bagian.

- b) Jika dua simpul pada muka terdapat pada batas graf bagian yang ada, dan simpul ketiganya tidak ada pada batas maupun pada interior graf bagian yang ada, maka muka tersebut dapat ditambahkan pada graf bagian dengan cara seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.2. Dalam kasus ini jumlah sisi pada batas graf bagian bertambah satu, dan sisi (x, y) tidak lagi terletak pada batas, melainkan pada interior graf bagian yang baru. Hapus semua muka yang mempunyai sisi (x, y) dari daftar muka yang belum digunakan.



Gambar 3.2. Penambahan muka baru (x,y,z) pada graf bagian.

Langkah 3. Jika muka tersebut tidak dapat dimasukkan dengan kedua cara di atas, kembali ke langkah 2.

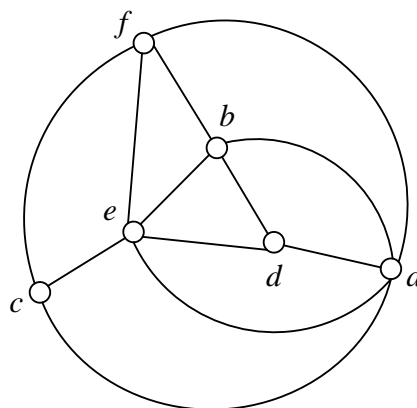
Contoh 3.1.

Misalkan diketahui data sisi berbobot seperti pada tabel berikut.

Tabel 3.1. Relativitas bobot sisi ($n = 6$).

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
<i>a</i>	0	17	71	70	70	58
<i>b</i>	17	0	34	83	76	66
<i>c</i>	71	34	0	18	29	12
<i>d</i>	70	83	18	0	40	0
<i>e</i>	70	76	29	40	0	1
<i>f</i>	58	66	12	0	1	0

Dari data di atas diperoleh 20 buah muka segitiga. Solusi awalnya adalah b,d,e dengan bobot 199. Dengan mengaplikasikan TESSA diperoleh solusi akhir dengan bobot 593, seperti diilustrasikan pada gambar berikut.



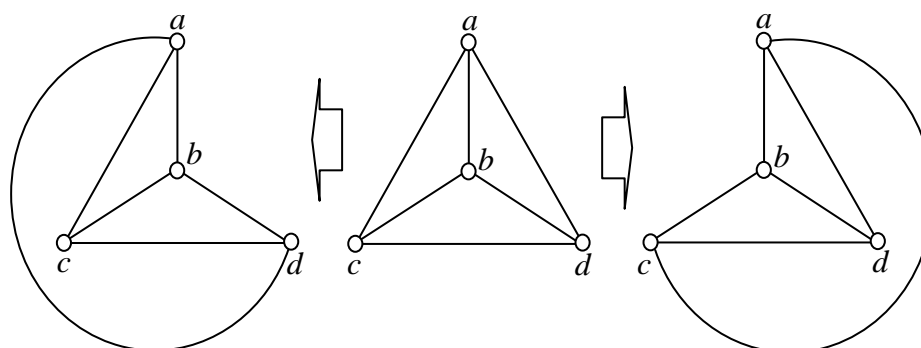
Gambar 3.3. Solusi akhir hasil heuristik TESSA.

4. Teknik Penyisipan dan Reposisi Simpul (Mieke, 2006)

Dalam algoritma TESSA penyisipan simpul dipertimbangkan berdasarkan muka yang mempunyai persekutuan dengan batas suatu subgraf parsial sehingga muka dengan bobot yang besar namun tidak mempunyai persekutuan dengan batas tidak dapat disisipkan dalam suatu subgraf parsial tertentu. Untuk mengatasi kelemahan tersebut, dalam penelitian ini dilakukan pembuatan metode baru sebagai penyempurnaan dari metode yang telah ada dengan harapan metode tersebut dapat menghasilkan penyelesaian yang lebih baik. Operasi penyisipan simpul yang dilakukan sama dengan penyisipan pada metode Delthahedron, hanya saja pada metode ini penyisipan simpul selalu dilakukan pada muka luar.

Pada TESSA muka yang mempunyai sisi persekutuan dengan sisi yang berada pada muka dalam yang terdapat pada subgraf parsial tidak dapat disisipkan. Hal ini akan sangat merugikan jika muka tersebut memiliki bobot yang besar. Untuk mengatasi masalah tersebut perlu dilakukan reposisi simpul dengan tujuan agar muka yang memiliki sisi persekutuan dengan muka dalam dapat dipertimbangkan, yaitu dengan mereposisi simpul sehingga sisi yang berada di muka dalam berubah menjadi sisi pada muka luar.

Gambar berikut adalah contoh reposisi simpul b , demikian sehingga b menjadi simpul eksterior.



Gambar 4.1. Proses Reposisi Simpul

Algoritma penyisipan dan reposisi simpul sebagai modifikasi terhadap heuristik TESSA dirumuskan sebagai berikut:

- Langkah 1: Buatlah daftar tak naik dari K_3 yang mungkin berdasarkan bobotnya. Pilih K_3 dengan bobot tertinggi sebagai penyelesaian parsial awal.
- Langkah 2: Pilih K_3 dengan bobot tertinggi dari daftar K_3 yang belum digunakan. Sisipkan simpul pada K_3 yang tidak termasuk simpul-simpul yang menjadi persekutuan antara K_3 tersebut dengan muka luar pada subgraf parsial yang ada. Tambahkan sisi-sisi sehingga simpul baru yang disisipkan ajasen dengan simpul-simpul pada muka luar.
- Langkah 3: Jika K_3 tersebut tidak memiliki sisi persekutuan dengan muka luar pada subgraf parsial, lakukan eposisi simpul sehingga sisi persekutuannya berada di muka luar. Simpul yang dapat direposisi adalah simpul yang terdapat pada muka dengan salah satu sisinya merupakan batas subgraf parsial tertentu. Jika berhasil lanjutkan ke langkah 4. Jika tidak, tangguhkan muka tersebut untuk sementara waktu, dan lanjutkan ke langkah 2.

Langkah 4: Berhenti jika jumlah muka pada subgraf yang terbentuk telah mencapai $2n-4$ buah. Jika kurang dari $2n-4$ kembali ke langkah 2.

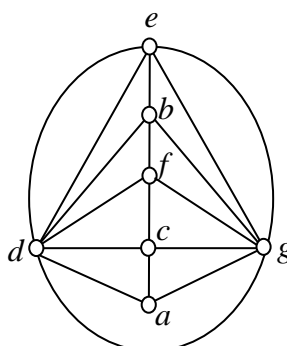
Contoh 4.1.

Misalkan diketahui data-data tentang kedekatan antara robot yang satu dengan robot lainnya adalah sebagai berikut.

Tabel 3.2. Relativitas bobot sisi ($n=7$).

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
<i>a</i>	0	0	3	53	33	4	43
<i>b</i>	0	0	44	34	54	45	36
<i>c</i>	3	44	0	60	35	46	39
<i>d</i>	53	34	60	0	9	47	59
<i>e</i>	33	54	35	9	0	25	48
<i>f</i>	4	45	46	47	25	0	62
<i>g</i>	43	36	39	59	48	62	0

Dari data ini dapat diketahui bahwa graf parsial awalnya adalah muka (d,f,g) dengan bobot 168. Penerapan algoritma penyisipan dan reposisi simpul memberikan hasil graf final maksimal planar dengan bobot 638. Graf terakhir yang dapat diperoleh adalah sebagai berikut.



Gambar 4.2. Graf final berukuran 7 dengan bobot total 638.

Sebagai pembandingan, hasil total bobot graf final dengan TESSA adalah 611. Dari hasil ini dapat diketahui bahwa peningkatan yang diperoleh dengan menerapkan algoritma baru ini termasuk cukup besar.

Dari hasil perhitungan data-data dengan ukuran 6, 7, dan 10 diperoleh peningkatan sebesar rata-rata 10% dari hasil yang diberikan TESSA sendiri. Masih sedang dilakukan penelitian lanjutan apakah graf parsial awal lebih baik berupa sebuah muka dengan bobot terbesar ataukah K_4 dengan bobot total terbesar.

7. Penutup

Langkah pengembangan ini tidak selalu memberikan solusi akhir yang lebih baik dari penerapan operasi diagonal yang dikaji. Hasil akhir yang diperoleh bergantung pada karakter data nilai ajasensinya. Meskipun demikian, operasi diagonal

pada sisi tidak tercapai dengan selisih bobot maksimum juga memberikan solusi optimal yang lebih baik dari TESSA sendiri.

8. Daftar Pustaka

- Boswell, S. G. (1992). TESSA - A new greedy heuristic for facilities layout planning. *International Journal of Production Research*, 30, 1957-1968.
- Caccetta, L. dan Kusumah, Y.S. *Graph Theoretic Based Heuristics For the Facility Layout Design Problems*. [Online]. Tersedia : <http://www.esc.auckland.ac.nz/Organisations/ORSNZ/conf34/PDFs/Kusumah.pdf>. [5 Mei 2006].
- Caccetta, L. dan Kusumah, Y.S. (2001). Computational Aspects of the Facility Layout Design Problem. *Non Linear Analysis* 47, hal 5599-5610.
- Krisman, K. (2003). Menyaksikan Robot Kerja di Pabrik Daihatsu Sunter. *Sinar Harapan* [Online], halaman 1. Tersedia: <http://www.sinarharapan.co.id/feature/otomotif/2003/033/oto2.html>. [5 Agustus 2006].
- Kusiak, A. dan Heragu, S.S. (1987). Invited Review, The Facility Layout Problem. *European Journal of Operational Research*, 29, 229-251.
- Kusumah, Y. S. (1998). *Matematika Diskrit*. Bandung IKIP Bandung Press.
- Kusumah, Y. S. (2001). *Graph Theoretic Based Heuristics for The Facility Layout Design Problem*, Thesis, Curtin University of Technology, Western Australia.
- Kusumah, Y. S. (2002). Teknik Konstruksi Graf Planar Maksimal Melalui Penyisipan Simpul dan Proses Triangulasi Bidang. Makalah tidak dipublikasikan.
- Mieke, Y. (2006). Operasi Penyisipan dan Reposisi Simpul dalam Menyelesaikan Masalah Tata Letak Fasilitas: Mesin dan Robot. Skripsi Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI: tidak dipublikasikan.