

# **PEMBELAJARAN MATEMATIKA UNTUK SISWA KELAS KELAS AWAL SEKOLAH DASAR: DARI MATEMATIKA INFORMAL KE MATEMATIKA FORMAL**

Oleh :  
**Sufyani Prabawanto**  
**FPMIPA UPI**

## **Abstract**

Children construct mathematics by assimilating what is taught into what they already know. Teacher should help the child to elaborate these constructions in meaningful direction. There is no reason why virtually all children should not achieve a reasonable level of proficiency in elementary mathematics.

During the preschool years children display a natural curiosity concerning quantitative events and spontaneously construct an informal mathematics. This informal mathematics is relatively powerful and indeed can serve as the foundation for learning of mathematics in school. On entrance to school, children encounter formal mathematics. At first, they are eager to learn it. Unfortunately, as children become socialized by school and society, their view of mathematics shifts gradually from enthusiasm to apprehension, from confidence to fear.

The teacher must recognize that learning mathematics involves far more than memorizing fact, acquiring behaviors, or master basic skills. He or she needs to foster understanding - to help the child make meaningful connection between existing informal knowledge and the structured system of formal mathematics.

## **A. Pendahuluan**

Sejak sebelum memasuki bangku sekolah, anak-anak sudah sering berhadapan dengan kejadian-kejadian kuantitatif dan mereka secara spontan mencoba membangun matematika informal pada dirinya. Berpikir matematika informal analog dengan berbicara spontan anak. Jika berbicara merupakan fondasi untuk membaca, maka berpikir matematika informal merupakan fondasi untuk matematika tertulis di sekolah. Di dalam keluarga atau lingkungan alamiah di mana tidak ada pengajaran formal, anak-anak secara aktif mengembangkan pengertian matematika, seperti lebih besar, lebih kecil, penjumlahan, dan pengurangan. Meskipun tidak seperti orang dewasa yang berfikir matematika formal, matematika informal ini bagi anak relatif bermanfaat dan menjadi fondasi untuk belajar matematika di sekolah.

Pada saat memasuki sekolah, anak-anak berhadapan dengan matematika formal. Pada awalnya, secara umum mereka senang mempelajarinya. Sayangnya, pada saat mereka bersosialisasi dengan sekolah dan masyarakat, banyak di antara mereka mulai memandang matematika sebagai sistem yang ketat (rigid) yang menekankan pada standar akurasi, kecepatan, dan memori. Banyak anak yang menganggap matematika sebagai sistem yang tak penting dan matematika hanya sebagai permainan simbol yang tidak terkait dengan dunia nyata. Mereka secara bertahap berubah sikapnya dari antusias ke arah tidak antusias, dari percaya diri ke arah cemas (National Research Council, 1989). Sementara

itu ada juga diantara mereka yang berupaya mengaitkan keformalan matematika yang dipelajari di sekolah dengan intuisinya.

Bagaimana guru dapat membantu anak-anak memahami matematika yang diajarkan di sekolah? Pertama kali guru harus menyadari bahwa belajar matematika itu lebih dari sekedar mengingat fakta-fakta atau menguasai keterampilan-keterampilan dasar berhitung. Kedua, matematika tidak dapat secara sederhana “dituliskan” pada “kertas kosong” pikiran anak, atau belajar matematika tidak dapat diasosiasikan sebagai cairan yang dituangkan ke dalam bejana kosong. Tetapi Bejana itu tidak kosong dan cairan yang telah ada di dalam bejana itu berubah komposisinya terhadap apa yang dituangkannya itu. Untuk itu, guru harus mendorong anak memahami matematika dengan cara membantu membuat keterkaitan yang berarti (meaningful) antara pengetahuan matematika informal yang telah ada pada diri anak dan sistem terstruktur dari matematika formal yang diajarkan di sekolah. Sebagai contoh, Pengajaran penjumlahan untuk seorang anak yang mengatakan  $8 + 7 = 15$  karena  $8 + 8 = 16$  dan  $8 + 7$  lebih kecil dari  $8 + 8$  harus didekati secara berbeda dengan pengajaran operasi yang sama (masalah yang sama) untuk anak yang menyelesaikan  $8 + 7$  dengan menghitung 8 dan kemudian sampai 15.

Paper ini akan memaparkan apa dan bagaimana belajar anak-anak di dalam lingkungan alamiah, dan bagaimana pengetahuan matematika informal ini dapat ditingkatkan. Kemudian akan dibahas pula bagaimana anak-anak mengkonstruksi konsep matematik formal di sekolah dan bagaimana para guru dapat memberikan bantuannya.

## **B. Belajar di dalam lingkungan**

Pikiran selalu berkembang di dalam suatu lingkungan, baik lingkungan fisik maupun lingkungan sosial. Lingkungan kuantitatif merupakan hal yang sangat penting bagi dasar matematika anak, tetapi sering kita melupakannya. Anak-anak berkembang di dalam suatu lingkungan yang memuat banyak gejala dan kejadian-kejadian kuantitatif. Dari bayi, anak-anak mengenal obyek-obyek diskrit yang dapat dimanipulasi, dipikir, dan dihitung. Anak-anak memandang suatu himpunan (kumpulan) yang lebih banyak dari yang lain. Lingkungan fisik banyak menampilkan banyak kuantitas. Kuantitas yang ditampilkan ini akan menstimulasi anak berpikir matematik. Gejala dan kejadian-kejadian matematik ini muncul secara universal pada dunia fisik.

Anak-anak juga menghadapi suatu lingkungan sosial yang memberikan makna penting dari kuantitas. Anak-anak mendengar orang dewasa menghitung. Mereka melihat orang dewasa menggunakan bilangan pada saat berbelanja. Mereka melihat bilangan-bilangan pada pesawat telepon, bis, dan rumah-rumah. Dan mereka mungkin melihat program pendidikan pada televisi yang sering kali menampilkan bilangan dan kadang-kadang menghitung.

Kuantitatif dari kenyataan fisik dan sosial ini sangat fundamental bagi anak dan direfleksikan anak di dalam bahasa pertamanya. Di antara bahasa pertama bayi adalah “lagi” dan “nggak ada” (Bloom, 1970). Kuantitatif juga memainkan peranan penting di dalam literatur anak (Smith & Wendelin, 1981). Sebagai contoh, anak dapat memahami cerita tentang tiga ekor serigala, kecil, lebih besar, dan paling besar, masing-masing dengan tempat-tempat tidur, mangkok-mangkok, dan kursi-kursi pada tingkat ukuran yang tepat. Cerita itu menempatkan hubungan fungsional antara ukuran-ukuran dan serigala-serigala. Di setiap kultur di seluruh dunia mempunyai cerita rakyat yang memuat pengembangan pengertian kuantitatif yang serupa dengan cerita di atas.

Singkatnya, melalui pengembangan, sebelum dan setelah memasuki sekolah, anak-anak biasanya senantiasa dihadapkan dengan lingkungan fisik dan sosial yang memberi pengalaman matematik. Anak-anak menghadapi kuantitas di dalam dunia fisiknya, menghitung atau membilang di dalam dunia sosialnya, dan gagasan-gagasan matematik di dalam dunia literturnya. Menurut Piaget (Ginsburg & Oppen, 1988), anak-anak mempunyai kecenderungan belajar dari lingkungannya. Anak-anak adalah pembelajar alamiah. Mereka mengakomodasi keinginan-keinginan lingkungan; mereka mengasimilasi apa yang lingkungan tawarkan. Piaget menekankan motivasi intrinsik berkenaan dengan belajar anak. Anak-anak belajar karena pikirannya (the mind) dibuat untuk belajar. Jika mereka tidak dapat mengasimilasi secara penuh kejadian-kejadian baru, maka akan terjadi konflik kognitif dan akuisisi pengetahuan baru akan mereduksi disequilibrium itu. Di dalam pandangan Piaget, anak-anak secara alamiah mempunyai sifat ingin tahu, belajar supaya meningkatkan pengetahuannya.

Tidak dapat disangkal pula bahwa motivasi-motivasi lain juga mendorong anak belajar. Sebagai contoh, di dalam masyarakat “preliterate”, anak belajar mengembangkan mental komputasi karena mental komputasi dapat membantunya untuk tugas-tugas komersial (Ginsburg, Posner, & Russel, 1981). Dan juga anak-anak belajar supaya menyenangkan orang tuanya dan orang dewasa lainnya.

Pengetahuan informal anak tidak diajarkan secara langsung tetapi secara substansial dibangun oleh anak. Pengetahuan informal anak ini relatif sangat bermanfaat sebagai dasar untuk belajar di sekolah. Perkembangan intelektual, sosial, dan emosional anak harus membawanya ke pengalaman-pengalaman matematik yang merupakan tujuan dari pembelajaran matematika (National Council of Teachers of Mathematics, 1989).

Satu contoh pengetahuan informal tentang penjumlahan. Pada saat usia 2 atau 3 tahun, anak-anak mulai mengembangkan gagasan penjumlahan secara intuitif. Sebuah rangkaian percobaan (Gelman & Gallistel, 1978) telah menunjukkan bahwa hampir semua anak pada usia itu mengembangkan makna secara intuitif tentang penambahan atau pengambilan benda-benda. Di dalam satu dari percobaan-percobaan itu, anak-anak secara berulang-ulang ditunjukkan kumpulan yang terdiri dari tiga obyek. Setelah anak-anak itu mempelajari nama kumpulan itu dan diberi nama “pemenang”, kumpulan itu diambil dan secara diam-diam ditambah dengan satu obyek lagi. Pada saat melihat kumpulan itu lagi, anak-anak menyatakan bahwa kumpulan itu tidak lagi “pemenang” karena sesuatu telah ditambahkan ke kumpulan itu. Ketika ditanya bagaimana agar kumpulan itu kembali sebagai “pemenang”, anak-anak menyatakan bahwa sesuatu harus diambil. Dalam kasus ini, anak-anak tidak membutuhkan menghitung untuk menentukan bilangan tepat pada kumpulan itu, tetapi jelas mereka memahami sesuatu tentang bagaimana penjumlahan dan pengurangan dapat mengganti kuantitas. Investigator lain (Bruss, 1972) menunjukkan bahwa anak-anak pada usia 4 tahun mulai menghitung dalam situasi-situasi penjumlahan kongret. Anak-anak dihadapkan dengan sebuah kumpulan dengan 3 obyek kemudian ditambah kumpulan lain dengan 4 obyek. Pada umumnya, anak-anak pada usia ini menampilkan perhitungan secara tepat dengan strategi yang disebut membilang semua atau “counting all”. Hal ini meliputi membilang seluruh anggota kedua kumpulan itu, dimulai dari kumpulan pertama. Meskipun anak-anak sudah mengetahui, karena mereka telah membilang semuanya, bahwa satu kumpulan terdiri dari 3 obyek dan yang lain terdiri dari 4 obyek, anak-anak itu membilang: “satu, dua, tiga, empat ..., lima, enam, tujuh.”

Anak-anak usia 4 tahun biasanya menginterpretasikan penjumlahan sebagai tindakan kombinasi atau membilang kumpulan-kumpulan yang terpisah. Penjumlahan meliputi operasi pada kumpulan-kumpulan untuk memperoleh sebuah kumpulan baru. Akibat dari pengertian ini adalah bahwa penjumlahan tidak didefinisikan sebagai ekuivalensi dua buah kuantitas. Anak-anak tidak menginterpretasikan tiga tambah empat sebagai nama lain untuk atau sebagai ekuivalen tujuh, tetapi tujuh adalah apa yang mereka peroleh jika mereka mengerjakan sesuatu untuk tiga tambah empat.

Seiring dengan perjalanan waktu, pendekatan anak pada perhitungan operasi penjumlahan mengalami perkembangan dan kematangan. Anak-anak secara spontan mengembangkan pendekatan penjumlahan secara lebih efisien (Groen & Resnick, 1977). Akhirnya, anak-anak meninggalkan membilang semua (counting all) dan menggunakan pendekatan yang lebih lanjut (advance) dan lebih mudah dan biasa disebut membilang pada (counting on). Pendekatan ini biasanya dari bilangan yang lebih besar. Dalam kasus empat tambah tiga, mereka akan menampilkan perhitungan dengan mengatakan “empat...lima, enam, tujuh.”

Akhirnya dukungan benda-benda kongret akan tidak dibutuhkan lagi. Mereka menghitung operasi penjumlahan itu sudah sampai pada tingkat mental. Sekarang anak-anak sudah dapat menjumlah empat tambah tiga “di dalam kepalanya”. Anak-anak membayangkan empat obyek dan tiga obyek dalam pikirannya dan menghitung dalam pikirannya, biasanya dari bilangan yang lebih besar. Sementara itu ada sebagian anak-anak yang memperoleh perhitungan itu dengan hanya mengucapkan bilangan, tanpa visualisasi obyek-obyeknya. Dengan demikian, empat tambah tiga adalah penjumlahan yang secara sederhana menggunakan membilangan bilangan-bilangan, tanpa merujuk pada obyek-obyek, baik mental atau fisik (Fuson, 1988).

Kita dapat melihat bahwa anak-anak mulai dengan pengertian penjumlahan dan pengurangan secara intuitif, dan secara bertahap mengembangkannya dengan perhitungan yaitu pertama dengan melibatkan obyek-obyek kongrit, dan kemudian menggunakan representasi-representasi mental.

Penelitian lintas kultur tentang perkembangan penjumlahan menunjukkan cara yang serupa pada kultur yang berbeda. Temuan secara umum (Klien, & Starkey, 1988) adalah bahwa anak-anak dari berbagai kultur, terpelajar dan tidak terpelajar, kaya dan miskin dari berbagai latar belakang rumpun bangsa menunjukkan perkembangan serupa pada penjumlahan informal. Dengan demikian, anak-anak Afrika yang tidak sekolah menampilkan strategi penjumlahan yang serupa dengan strategi yang digunakan anak-anak Amerika (Gilburg, Posner, & Russell, 1981). Untuk melatih berdagang, banyak anak-anak jalanan di Brasil mengembangkan strategi cangguh dan efektif yang disebut dengan mental kalkulasi (Gilburg & Russell, 1981).

### **C. Peningkatan Matematika Informal**

Terdapat dua pandangan di dalam masyarakat berkenaan dengan pendidikan matematika bagi kanak-kanak. Pandangan pertama menyatakan bahwa pendidikan bagi - anak di pra-sekolah dan taman kanak-kanak harus memberikan perhatian utama pada pengembangan sosial dan emosional dan harus meniadakan topik-topik seperti matematika dan membaca, karena anak-anak belum “siap” untuk pelajaran-pelajaran itu dan dengan demikian dilarang mengajarkannya. Tetapi sebagaimana telah dibahas di muka, anak-anak jelas telah “siap” terhadap matematika. Mereka tertarik pada topik-topik

matematika seperti membilang, membandingkan keanggotaan dua buah kumpulan, dan gagasan-gagasan matematika informal tentang kuantitas dalam lingkungan alamiahnya. Seharusnya kita memberikan kesempatan kepada anak-anak untuk memperoleh “intelektual interest”nya karena selain mereka senang, juga sangat bermanfaat baginya. Anak-anak menemukan pengetahuan matematik dari tindakan mereka terhadap obyek-obyek, dan pengalaman kongret dengan banyak obyek itu adalah sangat penting untuk pembentukan konsep-konsep yang tepat (Maxim, 1989).

Pandangan selanjutnya yang tidak dapat dipertahankan adalah bahwa anak-anak harus diajar sesuatu yang formal, matematika tertulis sebagaimana yang orang dewasa pelajari. Dalam pandangan ini, membantu anak-anak mempelajari “dasar-dasar” merupakan hal yang penting dan semakin awal pelajaran ini dapat dikerjakan maka semakin baik. Seringkali pendukung pandangan ini menekankan menulis bilangan secara hati-hati dan mengingat “fakta-fakta bilangan”, menekankan latihan berulang-ulang (drill) pada anak untuk menguasai keterampilan-keterampilan “dasar”. Pandangan ini jelas mengabaikan matematika informal anak dan mengenalkan bilangan-bilangan tertulis dalam cara yang tidak bermakna (meaningless way). Hal ini tidak tepat untuk anak-anak segala usia.

Secara faktual, anak-anak (pra-sekolah dan TK) telah tertarik pada matematika dan siap untuk mempelajarinya. Tentu saja, hal ini tidak dimaksudkan bahwa mereka dapat diajarkan pelajaran ini dalam pendekatan yang tidak tepat, melalui latihan yang diulang-ulang (drill) yang berfokus pada ketidakbermaknaan simbol-simbol tertulis bagi mereka (meaningless). Tidak seorangpun harus diajar dengan cara ini. Untuk itu, suatu pendekatan yang hati-hati harus melibatkan stimulus dan aktivitas matematik anak-anak dalam lingkungan alamiahnya dan membantu memperkaya dan melengkapi matematika informalnya.

Anak-anak yang tumbuh di dalam lingkungan-lingkungan yang merangsang (stimulating environments) hampir selalu memperoleh suatu gagasan matematik dasar. Pada saat yang sama, kita sebagai pendidik atau orang tua berkeinginan kuat untuk memperkaya lingkungan anak, menyediakan kesempatan-kesempatan lebih lanjut bagi anak untuk belajar. Bagaimana hal ini harus dikerjakan? Berikut ini adalah sebuah contoh aktivitas dalam ruang kelas yang menekankan pada pemahaman matematika informal untuk para siswa kelas satu sekolah dasar. Guru dapat menyiapkan grafik harian atau mingguan dan dari grafik itu para siswa dapat mencatat bermacam-macam informasi. Sebagai contoh, grafik mingguan (dari Senin sampai Jum’at) yang menampilkan jumlah kancing yang menempel pada pakaian sekolah anak-anak yang sedang dikenakan. Pada hari Senin mereka mungkin menemukan jumlah kancing di kelas ada delapan puluh. Pada hari Selasa mereka mungkin hanya menemukan tujuh puluh tiga. Pada hari Rabu, pada saat di rumah, mungkin banyak siswa teringat jumlah kancing pada dua hari sebelumnya (Senin dan Selasa) dan mereka akan mengenakan pakaian sekolah yang mempunyai jumlah kancing paling banyak. Pada hari Kamis mungkin jumlah kancing pada pakaian mereka di kelas akan menurun karena pakaian yang mempunyai jumlah kancing paling banyak sedang dicuci di rumah. Tetapi pada hari Jum’at apa yang terjadi? Jika ada kancing satu kotak di rumahnya, mungkin para siswa itu akan menyuruh seseorang untuk menjahitkan kancing-kancing itu di baju, celana, dan kaos kakinya sebagai “ekstra”.

Pada saat kelas itu telah mengumpulkan data selama satu minggu, saat itulah guru dan anak-anak berbicara matematika. Selama anak-anak mengumpulkan data, mereka

mempunyai banyak kesempatan untuk melakukan observasi dan konstruksi pada pemahaman kuantitatif informal. Peranan guru adalah menyediakan suatu lingkungan dimana pemahaman informal dan intuitif ini dapat ditingkatkan dan secara matematik dibuat lebih eksplisit. Grafik tersebut selanjutnya dapat digunakan untuk memberikan pertanyaan matematik pada para siswa. Berikut ini beberapa pertanyaan yang dapat diajukan oleh guru:

- “Marilah kita baca grafik ini dan lihatlah berapa banyak kancing yang kita pakai setiap hari pada minggu ini. Berapa banyak pada hari Senin? Hari Selasa? ...”
- “Pada hari apa kita memakai kancing paling banyak?”
- “Berapa lebihnya kancing hari Rabu dari hari Senin?”
- “Pada hari apa kita memakai kancing paling sedikit?”
- “Mengapa kamu berpikir bahwa hari Selasa kita memakai kancing paling sedikit?”

Guru harus yakin bahwa siswa-siswa itu benar-benar terlibat dalam berpikir secara informal tentang kuantitas. Ini adalah saat yang tepat bagi guru untuk memanfaatkan kesempatan membantu para siswa melakukan eksplorasi gagasan-gagasan matematik dan membuatnya lebih eksplisit.

#### **D. Pengenalan Matematika Formal**

Pada umumnya anak mulai memasuki sekolah pada usia 5 atau 6 tahun. Pada saat itu, di sekolah anak akan menghadapi kebijakan-kebijakan sekolah yang salah satunya adalah belajar matematika formal. Berbeda dengan matematika informal yang telah anak kenal, matematika formal adalah tertulis, terkodifikasi, terorganisasi, eksplisit, dan merupakan kumpulan materi-materi yang telah terdefinisi secara sempurna. Sebagaimana disampaikan oleh Vygotsky (Ginsburg & Baron, 1993), matematika formal merupakan sebuah sistem “scientific” yang bersifat koheren, eksplisit, terorganisasi, dan logis. Di sisi lain, matematika informal merupakan sistem spontan yang diperoleh siswa melalui intuisi dan emosinya, serta bersifat implisit dan terkait dengan kehidupan anak sehari-hari.

Sebagai guru, kita mengetahui kekuatan-kekuatan matematika formal, dan kita menghendaki agar para siswa dapat berhasil belajar matematika formal ini. Tetapi kita tidak dapat berasumsi bahwa siswa akan berhasil belajar matematika itu dengan cara “menyuapinya” atau melatihnya berulang-ulang (drill). Untuk dapat berhasil belajar matematika, para siswa harus mengkonstruksi sendiri matematika sekolah berdasarkan pengetahuan yang telah mereka punyai sebelumnya (Kamii, 1985). Piaget (1973) menyatakan bahwa matematika formal tidak dapat dipaksakan pada diri anak, tetapi anak harus menemukan sendiri matematika itu (reinvent).

Dari pandangan ini, ada dua pertanyaan kunci muncul ke permukaan, satu merujuk pada masalah belajar dan yang lain merujuk pada masalah mengajar. Pertama, apakah para siswa dapat menerima (dengan senang hati) matematika formal yang mereka pelajari di sekolah? Jika mereka tidak menerimanya, bagaimana mereka mengkonstruksi pemahamannya tentang matematika itu? Kedua, bagaimana guru meningkatkan belajar siswa tentang matematika? Jika mengajar adalah bukan “menyuapi” (direct transmission of knowledge), apa yang dapat diperankan oleh guru dalam mengajar matematika? Dengan mempertimbangkan pertanyaan-pertanyaan di atas, berikut ini adalah sebuah contoh dalam konteks belajar dan mengajar tentang “tanda sama dengan”.

Ciri umum guru mengajar tanda sama dengan adalah bahwa tanda sama dengan diindikasikan dengan ekuivalensi. Dalam pandangan mereka, tanda sama dengan berarti

kalimat aritmatika pada ruas kiri tanda itu ekuivalent dengan kalimat aritmatika pada ruas kanan tanda itu. Dengan demikian, dalam hal  $3 + 4 = 7$ ,  $3 + 4$  didefinisikan sebagai ekuivalen dengan 7 atau nama lainnya adalah 7. Hal ini tentu saja sangat berguna dan merupakan pandangan yang benar (valid) untuk  $=$ . Pandangan ini juga mengharuskan anak-anak untuk memahaminya. Tetapi secara umum, meskipun guru telah berusaha sebaik-baiknya, para siswa tidak menginterpretasikan  $=$  dalam cara itu, tetapi mereka mengkonstruksi makna  $=$  menurut dirinya sendiri (Baroody & Ginsburg, 1983). Jika diminta untuk menerangkan makna  $=$ , para siswa seringkali mengatakan bahwa hal itu merujuk pada “semua bersama-sama” atau “penambahan” atau “diambil”. Yang dimaksud oleh para siswa adalah bahwa kalimat tertulis seperti  $3 + 4 =$  merujuk pada sederetan tindakan yang dibentuk pada bilangan-bilangan yang diberikan agar memperoleh suatu hasil.  $+$  ini mengindikasikan bahwa penambahan dibutuhkan, dan  $=$  ini memberi indikasi awal bahwa saatnya untuk memperoleh jawaban. Interpretasi ini sedikit sekali dikerjakan oleh guru yang memaknai  $=$  dengan ekuivalensi. Khusus untuk kasus seperti  $7 = 4 + 3$ , anak-anak pada umumnya tidak menerima kalimat itu karena “ditulis dari belakang.” Kita melihat bahwa meskipun pengajaran guru menekankan pada  $=$  sebagai ekuivalensi, anak-anak umumnya membangun interpretasinya sendiri tentang  $=$ , yaitu  $=$  mengindikasikan perhitungan yang harus dikerjakan untuk mendapat jawabannya.

Mengapa anak-anak tidak belajar apa yang guru ajarkan? Pada tingkat umum, jawaban adalah bahwa anak-anak tidak secara sederhana menerima pengetahuan yang dimasukkan oleh orang dewasa. Mereka harus mengkonstruksinya sendiri atau melakukan “reinvention” untuk dirinya sendiri. Pada tingkat spesifik, terdapat dua alasan untuk interpretasi anak berkenaan dengan  $=$ . Pertama adalah pendekatan informal anak terhadap penjumlahan melibatkan tindakan pada kuantitas agar memperoleh suatu hasil. Dengan demikian penjumlahan secara mental (mental addition) meliputi metode seperti membilang dari bilangan yang lebih besar. Hal ini tidak meliputi ekuivalensi seperti yang guru bawakan. Alasan lain adalah bahwa contoh-contoh yang ditampilkan di kelas semuanya menekankan pada penjumlahan sebagai perhitungan. Di kelas, para siswa belajar bagaimana menjumlahkan  $4 + 3$ , mungkin ada yang menggunakan alat peraga manipulatif. Pekerjaan tertulis anak yang dikerjakan di ruang kelas juga sedikit (bahkan tidak) menggunakan ekuivalensi, tetapi menghitung agar memperoleh suatu hasil. Di sini, ternyata anak tidak secara sederhana belajar apa yang diajarkan, tetapi mengkonstruksi interpretasinya sendiri tentang matematika.

Bagaimana guru memberikan reaksi pada situasi di mana para siswanya mengkonstruksi gagasan matematikanya berbeda dari pengertian matematika formal? Ada beberapa alternatif cara merespon situasi demikian. Alternatif pertama adalah guru dapat mengulang keterangan ekuivalensi dengan suara lebih keras dari sebelumnya dan melupakan konstruksi spontan para siswanya. Hal ini tampaknya tidak akan memberikan hasil yang baik. Meskipun para siswa harus mengulang kata-kata yang diucapkan guru, mereka akan meneruskan pendekatan yang sesuai dengan dirinya itu. Alternatif lain adalah memahami konstruksi siswa dan menggunakannya dalam cara yang lebih produktif. Dalam hal tanda  $=$ , guru dapat menanggapi bahwa pengertian  $=$  sebagaimana yang digunakan para siswa dapat dibenarkan. Sebagai contoh, jika kita mengajar penjumlahan sebagai pergerakan obyek pada suatu garis bilangan, tanda  $=$  dapat dikonstruksi sebagai indikasi gerakan obyek untuk mencapai tempat terakhir.  $4 + 3 = 7$  bermakna bahwa kita mulai di posisi 3 pada garis bilangan, bergerak 4 langkah, dan

akhirnya sampai pada posisi 7. Semuanya ini tidak melibatkan ekuivalensi dalam pengertian konvensional (formal). Dengan demikian, interpretasi anak dapat merupakan pandangan matematikanya yang diakui dan dapat digunakannya untuk menerangkan = dalam istilah yang familiar, dan mudah dipahami seperti halnya model garis bilangan.

Salah satu tanggung jawab guru adalah membantu siswa dalam meningkatkan kemampuan konstruksinya. Guru harus berusaha membimbing para siswanya agar dapat melakukan penemuan (reinvent) matematika formal untuk dirinya. Dalam kasus  $=$ , siswa harus dibimbing untuk mengenal beberapa interpretasi, khususnya pandangan tanda  $=$  sebagai ekuivalensi. Tujuannya adalah agar anak dapat memperoleh gagasan matematika formal, yaitu bahwa kedua ruas pada persamaan itu adalah ekuivalen dalam bilangan. Sebagai contoh, bahwa kuantitas  $4 + 3$  adalah “sama dengan” 7.

Tetapi bagaimana seharusnya guru membantu siswa memahami tanda  $=$ ? Salah satu pendekatan yang mungkin digunakan guru adalah mendefinisikannya secara formal sebagaimana yang dilakukan oleh matematisi, yaitu menggunakan ekuivalensi. Tetapi tampaknya pendekatan pengajaran ini tidak akan berhasil baik. Jangankan untuk anak-anak kelas satu sekolah dasar, sebagian besar siswa lanjut (advanced students) dalam menangkap definisi formal biasanya hanya sebatas menghafal kata-kata belaka dan tidak memahami konsep-konsep yang menyertainya.

Pendekatan lain adalah guru berusaha mengaitkan konsep matematika formal dengan intuisi-intuisi informal yang telah ada pada diri siswa. Dalam kasus tanda  $=$ , guru membantu siswa mengaitkan ekuivalensi (notasi formal) dengan gagasan informal yang relevan dengan topik ini. Dalam kehidupan sehari-hari, siswa biasanya telah mempunyai pengalaman tentang seimbang (keadaan sama berat). Ekuivalensi ini dapat dilihat sebagai seimbang. Pengalaman ini dapat dimanfaatkan untuk mengenalkan gagasan abstrak matematika formal.

Salah satu cara yang efektif untuk mengajar para siswa tentang ekuivalensi adalah mengenalkan sebuah jembatan (bridge) antara gagasan informal dan definisi formalnya. Dalam kasus tanda  $4 + 3 =$ , jembatan yang mungkin dapat digunakan adalah “neraca bilangan untuk penjumlahan”. Dengan jembatan ini, anak-anak dapat secara aktif terlibat dalam menempatkan obyek-obyek di tempat yang tertulis 4 dan 3 pada ruas kiri neraca, dan menempatkan sebuah obyek di tempat yang tertulis 7. Melalui aktivitas ini, bilangan-bilangan dan simbol-simbol dikaitkan dengan berbagai obyek dan aktivitas seperti ini dapat membawa siswa mengkonstruksi pandangan baru tentang penjumlahan dan tanda sama dengan. Pengertian seimbang membantu anak untuk memahami bahwa 7 dapat dilihat sebagai nama untuk  $3 + 4$ , dan  $5 + 2$  adalah ekuivalen dengan  $4 + 3$ .

Perlu diutarakan di sini bahwa neraca bilangan ini hanya merupakan sebuah jembatan, sebuah alat bantu yang kongret yang dikenalkan guru untuk membantu siswa dalam memahami gagasan formal, karena para siswa belum dapat mengkonstruksi gagasan formal itu secara spontan. Jembatan ini membantu siswa mengaitkan gagasan formal dan simbol dengan pengetahuan informal yang telah dikenal siswa secara baik. Neraca bilangan ini disebut sebagai suatu obyek manipulatif yang kongret (concrete manipulative object) karena merupakan suatu obyek real dan anak dapat melakukan eksplorasinya. Dari pandangan pendidikan matematika, tidak ada hasil yang akan diperoleh dari penggunaan neraca bilangan kecuali jika neraca ini dapat membantu siswa memahami pengertian ekuivalensi (ekuivalen, lebih besar, dan lebih kecil).



### E. Asesmen

Untuk meningkatkan belajar siswa, guru harus mempunyai pengetahuan tentang matematika informal dan konstruksi matematika tertulis. Dengan pengetahuan itu, maka guru akan dapat mengetahui bahwa seorang siswa menampilkan penjumlahan secara mental dengan cara menghitung dari bilangan yang lebih besar. Guru juga perlu mengetahui kapan seorang siswa menafsirkan = sebagai “semua bersama” dan kapan siswa percaya bahwa penulisan  $7 = 4 + 3$  tidak benar. Secara singkat, pengajaran yang baik membutuhkan guru mampu menggunakan asesmen yang sensitif.

Guru dapat secara mudah memberikan tes (achievement test) kepada siswa untuk melihat sejauh mana para siswa dapat melakukan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan lain-lain. Tetapi jenis tes ini biasanya tidak dapat mengungkap lebih jauh tentang berpikir anak (child’s thinking). Pendekatan lain yang mungkin lebih baik dalam mengungkap berpikir anak adalah guru melakukan observasi tentang aktivitas siswa, hasil-hasil tulisan siswa, dan menggunakan kesempatan untuk tanya jawab matematika (talk math) dengan siswa.

Bagaimana guru-guru dapat diharapkan menyelenggarakan asesmen seperti itu sementara pada saat yang sama mereka harus melaksanakan kurikulum matematika yang telah ditentukan? Jika ada kendala waktu untuk menyajikan seluruh materi yang harus ditampilkan, bagaimana guru dapat memasukkan asesmen ini dalam pengajarannya? Jawabannya adalah bahwa asesmen ini tidak perlu dibuat secara terpisah yang membutuhkan waktu sendiri, dimasukkan dalam rencana pengajaran, dibuat sebagai bagian dan satu paket dari pengajaran. Guru harus menginterpretasikan segala informasi yang diperoleh dari siswa agar asesmen yang dilakukan guru dapat digunakan membantu siswa dalam mengkonstruksi pemahaman matematika secara bermakna.

Di dalam memeriksa pekerjaan tertulis siswa, guru dapat menggunakan beberapa pendekatan. Pendekatan yang biasa dilakukan adalah memberi tanda pada pekerjaan siswa yang salah, dan kemudian mengembalikan kertas kerja itu kepada mereka untuk diperbaiki. Tetapi pendekatan alternatif berikut ini mungkin akan sangat berguna bagi peningkatan belajar anak. Pendekatan itu adalah guru mencari pola-pola kesalahan pada setiap pekerjaan siswa dan saat mengembalikan kertas kerja anak, guru menggunakan waktu beberapa saat berbicara dengan siswa secara individual untuk mengurai kesalahan berpikir anak.

Berikut ini ada lima masalah dengan beberapa di antaranya memuat kesalahan perhitungan.

77	84	53	24	33
$\frac{58}{21} -$	$\frac{22}{62} -$	$\frac{19}{46} -$	$\frac{8}{24} -$	$\frac{22}{11} -$

Tampaknya, siswa secara konsisten menggunakan aturan yang “sistematis”. Jika guru menyadari bahwa aturan yang digunakan siswa adalah mengurangi bilangan besar dengan yang kecil, maka informasi ini sangat bermanfaat karena memungkinkan guru membantu siswa untuk memahami dasar kesalahannya, memperbaikinya, dan yang paling penting adalah mempelajari satu langkah lebih dalam untuk penguasaan operasi bilangan itu. Membantu siswa maksudnya adalah menyediakan waktu untuk melihat aturan-aturan yang digunakan siswa dan kemudian menyediakan waktu untuk mengajar kembali konsep yang mendasari perhitungan itu.

Pada saat topik baru disajikan, guru harus mampu menelusur setiap pikiran siswa. Guru harus mendengarkan jawaban-jawaban kritis siswa, menanyakan untuk kedalaman pemahaman siswa, dan mengajukan pertanyaan yang memerlukan penjelasan, tidak sekedar jawaban pendek. Hal ini dapat terjadi hanya jika guru dapat membangun lingkungan kelas yang saling percaya. Guru harus percaya bahwa siswa jujur tentang apa yang dia ketahui dan tidak ketahui dan apa yang dapat ia kerjakan dan tidak dapat ia kerjakan, dan para siswa juga harus percaya bahwa gurunya tidak akan menghukumnya jika kelemahan mereka diketahui oleh gurunya.

Berikut ini adalah sebuah contoh di mana guru setelah telah menampilkan masalah perkalian  $26 \times 4 =$ . dia melihat yang dikerjakan Amir dan mengajukan beberapa pertanyaan.

“Mir, mengapa kamu menaruh dua kecil di atas dua dalam dua puluh enam?”

“Saya tidak tahu, saya hanya mempelajari bahwa hal itu dikerjakan oleh bapak guru. Ini disebut menyimpan dan bapak guru menyimpan bilangan ini yang tidak ditulis saat bapak guru mengalikan empat dengan enam”.

“Mengapa kamu tuliskan empat ini?”

“Karena empat kali enam adalah dua puluh empat, dan saya menaruh empat di sini dan menaruh dua di sana”.

Dari sini guru dapat mengetahui bahwa Amir telah menguasai aritmatika (perkalian) berdasarkan kemampuan mengingat prosedur atau algoritma yang dicontohkan gurunya. Kemampuan Amir dalam memahami pengertian perkalian belum dapat diamati di sini. Untuk itu, penggunaan alat peraga “manipulative” dan soal pemecahan masalah (problem solving) akan tepat diberikan kepada Amir saat ini.

## **F. Kesimpulan**

Anak-anak mengkonstruksi matematika dengan cara mengasimilasi apa yang diajarkan oleh guru ke dalam apa yang telah mereka ketahui sebelumnya. Guru-guru harus membantu siswa mengembangkan kemampuan konstruksinya dengan jalan melakukan pengajaran yang bermakna bagi anak (meaningful).

Adalah sebuah kenyataan bahwa beberapa anak tidak mempunyai kemampuan mempelajari matematika tingkat tinggi. Tetapi tidak ada alasan bahwa semua anak normal tidak mampu sampai pada penguasaan matematika elementer (matematika tingkat sekolah dasar), karena pada tingkat ini, matematikanya tidak ada yang rumit (complicated). Sebagaimana yang diutarakan oleh Piaget (1973), matematika yang diajarkan di sekolah dasar adalah pengembangan sederhana dari apa yang anak-anak ketahui pada level intuitif, jika matematika diajarkan secara tepat, maka semua anak akan mencapai kemampuan yang rasional tentang matematika itu.

### Daftar Pustaka

- Baroody, A. J., & Ginsburg, H. P. (1983). The effects of instruction on children's understanding of the "equals" sign. *The Elementary School Journal*, 84 (2), 199-212.
- Bloom, L. (1970). *Language development: Form and function in emerging grammars*. Cambridge, MA: M.I.T. Press.
- Brush, L.R. (1972). *Children's conceptions addition and subtraction: The relation of formal and informal notion*, Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Fuson, K.C. (1988). *Children counting and concepts of number*. NY: Springer-Verlag.
- Gelman, R., & Gallistel, C.S. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Ginsburg, H.P & Baron, J., (1993). *Young children's construction mathematics*, NY: Macmillan Publishing Company.
- Ginsburg, H.P., & Oppen, S. (1988). *Piaget's theory of intellectual development*. (3 rd Ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Ginsburg, H.P., Posner, J.K., & Russell, R.L. (1981). The development of mental addition as a function of schooling and culture. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 12, 163 – 168.
- Ginsburg, H.P., & Russell, R.L. (1981). Social class and racial influences on early mathematical thinking. *Monograph of the Society for Research in Child Development*, 46 (6, seri no. 193).
- Groen, G., & Resnick, L.B. (1977). Can preschool children invent addition algorithms? *Journal of Educational Psychology*, 69, 645 – 652.
- Kamii, C.K. (1985). *Young children reinvent arithmetic: Implication of Piaget's theory*. NY: Teachers College Press.
- Klein, A., & Starkey, P. (1988). Universals in the development of early mathematics cognition. Dalam G. B. Saxe & M. Gearhard (Ed.), *Children,s mathematics. New Directions for Child Develompent*, 41, 5 – 26.
- Maxim, G. W. (1989). Developing preschool mathematical concepts. *Arithmetic Teacher*, 37, 36 – 41.
- National Council of Teacher of mathematics, Commission of Standard for School Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*, Reston, VA: NCTM.
- National Reseach Council. (1989). *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education*. Washington, DC: National Academy Press.
- Piaget, J. (1873). *To understand is to invent: The future of education*. NY: Grossman.
- Smith, N.J., & Wendelin, K.H. (1981). Using children's books to teach mathematical concepts. *Arithmetic Teacher*, 29, 10 – 15.