

Pertemuan : 2

Materi : Transformasi Siklis

Standar Kompetensi :

Setelah mengikuti perkuliahan ini mahasiswa diharapkan dapat

1. memahami kembali pengertian matriks dan transformasi linear
2. memahami penggunaan matriks dan transformasi linear dalam menyelesaikan permasalahan

Kompetensi Dasar:

Setelah mengikuti perkuliahan ini mahasiswa diharapkan dapat:

1. menuliskan kembali definisi transformasi siklis
2. membuktikan secara formal teorema- teorema tentang transformasi siklis
3. menentukan suatu transformasi siklis atau bukan
4. menggunakan transformasi siklis untuk menyelesaikan suatu permasalahan

Uraian Materi :

2. Transformasi Siklis

Definisi 2.1 :

Sebuah transformasi linear $T: \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$ disebut **transformasi siklis**, jika ada vektor A di \mathcal{V} demikian sehingga himpunan $\{A, T(A), T^2(A), \dots\}$ merentang \mathcal{V} . Vektor A disebut **vektor siklis** untuk T .

Beberapa contoh

Berdasarkan Corollary 1.2.3, setiap *transformasi nilpotent* $T: \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$, yang indeksnya sama dengan dimensi \mathcal{V} , adalah transformasi siklis. Artinya, vektor $B \in \mathcal{V}$ yang bersama-sama dengan hasil transformasinya membentuk basis di \mathcal{V} , adalah sebagai vektor siklisnya.

Dalam dimensi 2 semua transformasi linear nontrivial adalah siklis. Transformasi nontrivial artinya transformasi T yang $\ker\{T\} \neq \mathbf{0}$.

Proposisi 2.2:

Misalkan $T: \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$ sebuah transformasi linear siklis. Jika n adalah dimensi dari \mathcal{V} dan $A \in \mathcal{V}$ adalah sebuah vektor siklis untuk T , maka vektor-vektor $A, T(A), \dots, T^{n-1}(A)$, adalah basis untuk \mathcal{V} .

Proposisi 2.3:

Sebuah transformasi linear $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ adalah siklis jika dan hanya jika $T \neq eI$, untuk sebarang bilangan e , dan $I: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ adalah transformasi identitas.

Soal – soal Latihan

1. Misalkan $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ sebuah transformasi linear yang didefinisikan

$$T(x, y, z) = (0, x, 2y)$$

Tunjukkan bahwa T adalah nilpoten dengan indeks 3. Temukan vektor B demikian sehingga $\{B, T(B), T^2(B)\}$ adalah sebuah basis di \mathbb{R}^3 .

- a. Cari matriks dari T yang relatif ke basis tersebut
- b. Cari matriks dari T yang relatif ke basis standar.
- c. Misalkan $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ sebuah transformasi linear dengan definisi

$$T(x, y, z) = (x+y, y+z, x)$$

Tunjukkan bahwa T adalah transformasi siklis.

2. Misalkan $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformasi linear yang didefinisikan

$$T(x, y, z) = (y, x, z)$$

Tunjukkan bahwa T transformasi yang tidak siklis.!