

**INVERS TERGENERALISASI
MOORE-PENROSE MATRIKS SUKUBANYAK
ATAS $F[x_1, x_2, \dots, x_n]$, $Z[x_1, x_2, \dots, x_n]$ dan $(R[x_1, x_2, \dots, x_n])^*$**

TESIS

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
Mencapai Magister Sains

Program Studi Matematika
Jurusan Ilmu-ilmu Matematika
dan Pengetahuan Alam



Diajukan oleh :

Dian Usdiyana
6910/I-4/533/95

Kepada

**PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS GADJAH MADA
YOGYAKARTA
1999**

Tesis

INVERS TERGENERALISASI
MOORE-PENROSE MATRIKS SUKUBANYAK
ATAS $F[x_1, x_2, \dots, x_n], Z[x_1, x_2, \dots, x_n]$ dan $(R[x_1, x_2, \dots, x_n])^*$

dipersiapkan dan disusun oleh

Dian Usdiyana

telah dipertahankan di depan Dewan Penguji

pada tanggal 9 Juni 1999

Susunan Dewan Penguji

Pembimbing Utama

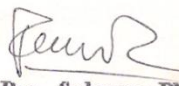

Prof. Drs. Setiadi, MS.

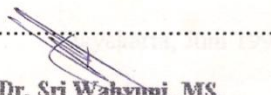
Pembimbing Pendamping I

Pembimbing Pendamping II

Anggota Dewan Penguji Lain


Prof. Dr. Soeparna Darmawijaya

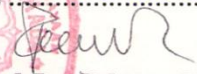

Prof. Drs. Subanar, Ph. D.


Dr. Sri Wahyuni, MS.


Dr. Widodo, MS.

Tesis ini telah diterima sebagai salah satu persyaratan
untuk memperoleh gelar Magister

Tanggal 09 JUL 1999


Prof. Drs. Subanar, Ph. D.

Pengelola Program Studi : Matematika



**BAB III INVERS TERGENER DAFTAR ISI DRE-PENROSE
Matriks Sukubanyak Atas Daerah Ideal
Utama dan Daerah Integral**

III.1	Matriks Invers Tergeneralisasi atas Daerah Ideal Utama	halaman
III.2	Invers Tergeneralisasi Matriks Sukubanyak atas	
	$[x_{11}, \dots, x_{1n}]$, $[x_{21}, \dots, x_{2n}]$ dan $[x_{n1}, \dots, x_{nn}]$	i
	HALAMAN JUDUL	ii
	HALAMAN PENGESAHAN	iii
	PERNYATAAN PULAN DAN SERAH	iv
	PRAKATA	vi
	DAFTAR ISI	viii
	ARTI LAMBANG	ix
	INTISARI	x
	ABSTRACT	

BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Metode Penelitian	3
1.5 Tinjauan Pustaka	5

BAB II LANDASAN TEORI	5
II.1 Gelanggang	5
II.2 Matriks	6
II.3 Ranks	8
II.4 Rank Faktorisasi	14
II.5 Sukubanyak	16
II.6 Matriks Sukubanyak	20
II.7 Invers Tergeneralisasi	23

**BAB III INVERS TERGENERALISASI MOORE-PENROSE
Matriks Sukubanyak Atas Daerah Ideal
Utama dan Daerah Integral** 27

III.1 Matriks Invers Tergeneralisasi atas Daerah Ideal Utama 27

III.2 Invers Tergeneralisasi Matriks Sukubanyak atas
 $F[x_1, x_2, \dots, x_n]$, $Z[x_1, x_2, \dots, x_n]$ dan $\mathbb{R}[x_1, x_2, \dots, x_n]^*$ 43

BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN 59

RINGKASAN 61

DAFTAR PUSTAKA 75

C^t	Transpos dari matriks C	10
M^t	Himpunan vektor yang ortogonal dengan semua vektor di dalam M	11
$L(x)$	Matriks sukubanyak A dalam aksi indeterminate x	17
A^+	invers tergeneralisasi Moore-Penrose	20
$(GA)^t$	Transpos sekawan dari matriks GA	20
D_i^+	Invers matriks D_i	21
D_{ij}	baris ke- i ditambah a kali baris ke- j	30
K_{ij}	kolom ke- i ditambah a kali kolom ke- j	30
D_{ij}^a	a kali baris ke- i	30
K_j	kolom ke- i dikali dengan kolom ke- j	33
$Z[x]$	gelanggang sukubanyak atas Z dalam satu indeterminate x	40
$Z[x_1, x_2, \dots, x_n]$	gelanggang sukubanyak atas Z dalam n indeterminate x_1, x_2, \dots, x_n	43

**INVERS TERGENERALISASI
MOORE-PENROSE MATRIKS SUKUBANYAK
ATAS $F[x_1, x_2, \dots, x_n]$, $Z[x_1, x_2, \dots, x_n]$ dan $\mathbb{R}[x_1, x_2, \dots, x_n]^*$**

Dian Usdiyana¹⁾

Di bawah bimbingan Prof. Drs. Setiadji, MS.²⁾

ABSTRACT

INTISARI

Dalam tesis ini dibahas syarat perlu dan cukup adanya invers tergeneralisasi Moore-Penrose untuk matriks sukubanyak atas daerah integral $R=F[x_1, x_2, \dots, x_n]$ dan atas $Z[x_1, x_2, \dots, x_n]$, juga dibahas syarat perlu dan cukup adanya invers tergeneralisasi Moore-Penrose untuk matriks sukubanyak atas $R = \mathbb{R}[x_1, x_2, \dots, x_n]^*$ gelanggang fungsi rasional $a(x_1, x_2, \dots, x_n)b(x_1, x_2, \dots, x_n)^{-1}$ dengan koefisien real dan $b(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq 0$ untuk semua (x_1, x_2, \dots, x_n) dalam \mathbb{R}^n .

Suatu matriks A berukuran $m \times n$ atas daerah integral $R=F[x_1, x_2, \dots, x_n]$ mempunyai invers tergeneralisasi Moore-Penrose jika dan hanya jika ada matriks-matriks ortogonal P (berukuran $m \times m$), Q (berukuran $n \times n$) dan matriks unitair M sedemikian sehingga $A = P \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} Q$.

Suatu matriks A berukuran $m \times n$ atas $R = \mathbb{R}[x_1, x_2, \dots, x_n]^*$ mempunyai invers tergeneralisasi Moore-Penrose jika dan hanya jika A dapat dinyatakan sebagai PA_0Q ($A = PA_0Q$) dengan P, Q masing-masing matriks unimodular dengan $A_0 = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\text{rank } A = r$ konstan atas semua (x_1, x_2, \dots, x_n) dalam \mathbb{R}^n .

Kata kunci : Daerah integral, invers tergeneralisasi Moore-Penrose, matriks sukubanyak

-
- 1) FPMIPA IKIP Bandung
 - 2) FMIPA Universitas Gadjah Mada Yogyakarta

**MOORE-PENROSE
GENERALIZED INVERSE OF POLYNOMIAL MATRICES
OVER $F[x_1, x_2, \dots, x_n]$, $Z[x_1, x_2, \dots, x_n]$ and $\mathbb{R}[x_1, x_2, \dots, x_n]^*$**

Dian Usdiyana¹⁾

Under the supervision Prof. Drs. Setiadji, MS.²⁾

ABSTRACT

In this thesis we discuss about necessary and sufficient condition for the existence of Moore-Penrose generalized inverse for polynomial matrices over an integral domain $R=F[x_1, x_2, \dots, x_n]$ and $Z[x_1, x_2, \dots, x_n]$. We also discussed about necessary and sufficient condition for the existence of Moore-Penrose generalized inverse for any matrices over $R = \mathbb{R}[x_1, x_2, \dots, x_n]^*$ the ring of rational functions $a(x_1, x_2, \dots, x_n)b(x_1, x_2, \dots, x_n)^{-1}$ with real coefficients and with $b(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq 0$ for all (x_1, x_2, \dots, x_n) in \mathbb{R}^n .

An $m \times n$ matrix A over an integral domain $R=F[x_1, x_2, \dots, x_n]$ has generalized inverses Moore-Penrose if only if there exist orthogonal matrices $P(m \times m)$, $Q(n \times n)$ and unitair matrix M such that $A = P \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} Q$.

An $m \times n$ matrix A over $R = \mathbb{R}[x_1, x_2, \dots, x_n]^*$ has generalized inverses Moore-Penrose if only if A can be written as PA_0Q ($A = PA_0Q$) with P, Q unimodular R -matrices and $A_0 = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\text{rank } A = r$ constant over all (x_1, x_2, \dots, x_n) in \mathbb{R}^n .

Key words : Integral domain, Moore-Penrose generalized inverse, polynomial matrices.

1) FPMIPA IKIP Bandung

2) FMIPA Universitas Gadjah Mada Yogyakarta