

PEMBELAJARAN MATEMATIK EXPLORATIF DAN INVESTIGATIF BERWAWASAN INOVATIF (*)

Oleh: Turmudi

Universitas Pendidikan Indonesia

Pembaharuan dalam berbagai bidang terutama menyangkut terutama di bidang pendidikan matematika dan sains mengalami perubahan yang sangat pesat akhir-akhir ini. Gerakan pembaharuan yang dipelopori NCTM di Amerika misalnya mengumandangkan agar pembelajaran matematika dapat berlangsung secara inquiry (penyelidikan), investigasi, eksplorasi, pemecahan masalah, pengaitan dan pengembangan kemampuan komunikasi siswa (NCTM, 1989). Dokumen ini juga menganjurkan agar *rote learning* (hafalan) dikurangi, penyajian pembelajaran yang *out of context* dikurangi porsi serta pembelajaran matematika yang bersifat menghafal rumus-rumus dan prosedur juga disarankan untuk dikurangi. Sebaliknya konteks hendaknya dimanfaatkan sebagai alat untuk mencapai tujuan pembelajaran dalam memahami konsep-konsep matematika.

Konteks yang dimaksud, diharapkan dapat dijadikan sumber belajar matematika. Siswa dapat menggali data dari konteks yang tersedia. Kemudian menggunakan data yang ada siswa diharapkan mampu membuat model matematika yang dapat dikomunikasikan kepada siswa lain. Model-model yang seperti itu merupakan representasi suatu gejala atau suatu keadaan.

Sebagai contoh Amir memiliki catatan yang sengaja ditulis oleh adiknya tentang pemakaian pasta gigi setiap harinya. Pasta gigi yang dimiliki adalah pasta gigi "PEPSODENT" yang berat nettoanya adalah 190 gram. Adik Amir mencatatnya di dinding bak mandinya. Diketahui saat mulai mencatat adalah bulan Agustus 2008 dan ia mencatat sebagai berikut:

Tanggal	9	10	11	12	13	14	15	16
Berat pasta (gram)	190	187	184	181

Coba anda pikirkan untuk memodelkan data penggunaan pasta gigi yang dilakukan adik Amir. Dapatkah kalian memprediksi kapan pasta gigi itu akan habis?

Permasalahan sederhana seperti pasta gigi ini inilah awal siswa mengenal benda nyata. Saat siswa mencoba mengkaitkan antara variabel waktu (hari ke) dengan variabel berat pasta gigi yang tersisa, saat ini pula siswa sudah mulai mempelajari matematika. Dengan model yang dibuat ini siswa akan memprediksi kapan pasta gigi itu akan habis apabila setiap pemakaian selalu tetap yaitu seberat 3 gram pasta gigi.

Tanggal 9 dicoba diubah sebahai hari-1, tanggal 10 dikatakan sebagai hari-2, tanggal 11 dikatakan sebagai hari-3, demikian seterusnya, sehingga siswa akan temukan hubungan

$$\text{Berat (1)} = 190$$

$$\text{Berat (2)} = 187$$

$$\text{Berat (3)} = 184$$

$$\text{Berat (4)} = 181$$



Apakah ada nilai-nilai a , b , dan n sedemikian sehingga Berat (n) = $a + bn$. Bagaimana mendapatkan nilai-nilai a dan b ? Apa maknanya bahwa pasta gigi itu habis? Kapan habisnya pasta gigi? Atau tanggal berapakah pasta gigi itu akan habis? Berikan penjelasan seperlunya?

Persoalan seperti di atas berangkat dari konteks sebagai titik awal memahami konsep-konsep matematika.

Pembelajaran Tradisional

Pembelajaran tradisional dalam matematika ditandai dengan *rote learning* (NCTM,1989), *copy methods* (Koseki, 1999), *chalk and talk* dan *one way communication* sebagaimana Romberg dan Kaput (1999) menjelaskan tentang kelas tradisional umumnya terdiri atas tiga segmen:

“...an initial segment where the previous day’s work is corrected. Next, the teacher presents new material, often working one or two new problems followed by a few students working similar problems at the chalkboard. The final segment involves students working on an assignment for the following day. (p.4)(1)

Umumnya dalam pembelajaran matematika ditandai dengan (1) pemeriksaan PR hari sebelumnya, (2) menyajikan materi baru yang diikuti siswa, (3) siswa mengerjakan tugas untuk hari berikutnya. Bahkan Senk dan Thompson (2003) mengkritiknya bahwa “Setiap topik biasanya diperkenalkan dengan menyatakan suatu aturan (rule) diikuti oleh sebuah contoh bagaimana menerapkan aturan (rule, dalil, hukum) tersebut, kemudian diberikan sejumlah latihan soal-soal”. Lebih jauh lagi Ernest (2004) memberikan kritik tentang pembelajaran tradisional bahwa “Tugas-tugas belajar di kelas mengajarkan para siswa

untuk melakukan prosedur simbolik tertentu, untuk bekerja namun tidak berfikir, sehingga menjadi *automatons*, bukan menjadi siswa yang kritis dan mandiri (p.12). Hal demikian memang relevan dengan yang pernah dikemukakan Silver (1989) bahwa “Aktivitas siswa sehari-hari dalam pelajaran matematika di kelas terdiri atas “menonton” gurunya menyelesaikan soal-soal di papan tulis kemudian bekerja sendiri dengan masalah-masalah (persoalan) yang disediakan dalam buku kerja tradisional atau lembaran-lembaran kerja atau LKS” (p.280).

Melihat beberapa indikator di atas, mungkin kita dapat bertanya kepada diri sendiri apakah pembelajaran yang dilakukan oleh guru-guru di kita jatuh ke kategori tradisional (konvensional) atau kategori yang eksploratif dan investigatif.

Sebaliknya pembelajaran matematika yang *explorative, investigative, inquiry, problem solving*, dan *open ended*, menggunakan interaksi multi arah di antara siswa dan guru dan interaksi antara siswa dan siswa, memanfaatkan *cooperative learning* dalam proses belajar dan pembelajaran. Paradigma pembelajaran seperti ini dilandasi oleh suatu paham bahwa matematika adalah aktivitas kehidupan manusia (Freudenthal, 1983, 1991). Siswa punya kesempatan menyelidiki konteks yang disediakan meneliti pola-pola dan struktur matematika (*didactical phenomenology*) yang ada dalam konteks dan memodelkan matematika yang mungkin dari konteks yang ada dengan cara menghubungkan variabel-variabel yang ada untuk menemukan kembali (*guided reinvention*) konsep-konsep matematika terdahulu dan mendapatkan rumusan atau formula atau suatu prosedur yang dapat dibangun sendiri oleh siswa menggantikan *copy methods* (Koseki, 1999) seperti dalam pendekatan tradisional.

Untuk mencapai kemampuan pemahaman konsep atau prosedur atau rumus matematika, siswa menempuh sejumlah proses pemodelan, atau penyusunan skema, proses pengenalan symbol, dan diakhiri dengan pengujian model di tingkat matematika formal. Dalam pembelajaran berbasis realistic dikenalnya sebagai matematika progresif (*progressive mathematization*).

Dalam kaitannya dengan indikator pembelajaran matematika berbasis realistik, cirri-ciri di bawah ini dapat dijadikan sebagai pedoman:

- (1). Konteks dijadikan titik awal mempelajari matematika. Konteks memiliki peranan ganda yaitu sebagai sumber belajar dan sebagai wahana atau wilayah untuk menerapkan matematika
- (2). Menggunakan model, skema dan symbol untuk mencapai penguasaan konsep, hukum, dalil, sifat-sifat serta prosedur matematika.
- (3). Memanfaatkan hasil siswa (*student production*) dan kontribusi siswa (*student contribution*) dalam pembelajaran dan proses pemahaman matematika siswa.
- (4). Memanfaatkan *interactivity* dalam proses pembelajaran matematika di kelas, artinya komunikasi multi arah terjadi dalam pembelajaran matematika di kelas.
- (5). Menggunakan *intertwine* atau menerapkan keterkaitan yang erat antara topik-topik matematika. Baik itu keterkaitan antar topic dalam matematika ataupun keterkaitan antara matematika dengan kajian lain di luar matematika.

Misalkan dalam konteks pasta gigi, siswa data memanfaatkan *tabel*, mungkin juga skema, berupa grafik, yang pada akhirnya siswa sampai kepada rumusan matematika yang menghubungkan waktu dengan sisa berat pasta gigi.

Bagaimana siswa membangun rumus $B(p) = 190 - 3(p-1)$ yang menyatakan bahwa berat (B) sisa pasta gigi setelah penggunaan sebanyak p hari dapat dirumuskan sebagai $B(p) = 190 - 3(p-1)$, atau $B(p) = 193 - 3p$

Tentu untuk sampai ke rumus itu siswa membuat tabel sebagai hasil pencatatan yang dilakukan dengan cara melakukan pengamatan dengan cara menimbang pasta gigi sesaat sebelum menggunakan pasta gigi tersebut.

Hari ke	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
Berat Pasta	190	187	184	181	178	175

Dari table secara berangsur-angsur siswa mengamati pergerakan pola dan akhirnya siswa mendapatkan rumus yang dikehendaki.

Kontekstual tidak selamanya harus kehidupan nyata, namun juga sesuatu yang dapat nyata dalam benak siswa atau hadir dalam otak siswa dan mereka dapat membayangkan konteks dimaksudkan.

Cerita fantasi yang dapat siswa bayangkan dapat digunakan sebagai konteks. Contoh Problem Solving.

Di sebuah planet *Klepton* diketahui hanya terdapat dua jenis makhluk berkaki tiga *Triad* dan makhluk berkaki empat *Tetrads*. Astronot Jenny tidak mampu melihat muka-muka dari makhluk hidup tersebut karena sangat jeleknya sehingga ia menunduk ke bawah (tanah) dalam planet *Klepton* tersebut dan ia menghitung kaki makhluk tersebut ternyata ada 31 buah kaki. Berapa ekor *Triad* dan berapa ekor *Tetrad*?

Sebenarnya kurang cukup informasi untuk dapat menyelesaikan persoalan tersebut.

Namun yang jelas diketahui bahwa $3x + 4y = 31$ (dengan x banyak *Triad* dan y banyak *Tetrad*).

Untuk $x = 1$, maka $y = 7$

Untuk $x = 5$, maka $y = 4$

Untuk $x = 9$, maka $y = 1$

Karenanya ada tiga kemungkinan situasi yang dilihat oleh Astronot Jenny, kemungkinan pertama ada 1 *Triad* dan 7 *Tetrad*; atau

5 *Triad* dan 4 *Tetrad* atau

9 *Triad* dan 1 *Tetrad*.

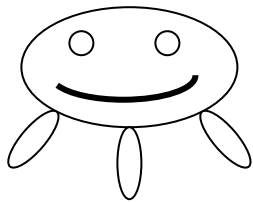
[Dalam hal ini tidak ada cara atau rumus yang telah diketahui oleh siswa, namun model dapat diciptakan oleh siswa]

Pemeriksaan

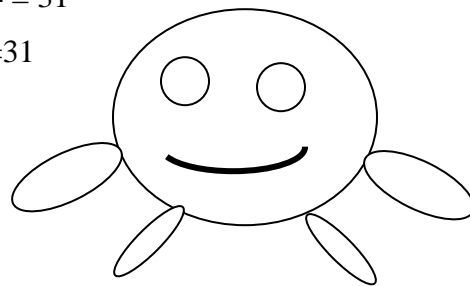
1 *Triad* dan 7 *Tetrad*; berarti $1 \times 3 + 7 \times 4 = 31$

5 *Triad* dan 4 *Tetrad* berarti $5 \times 3 + 4 \times 4 = 31$

9 *Triad* dan 1 *Tetrad*. berarti $9 \times 3 + 1 \times 4 = 31$



Triad



Tetrad

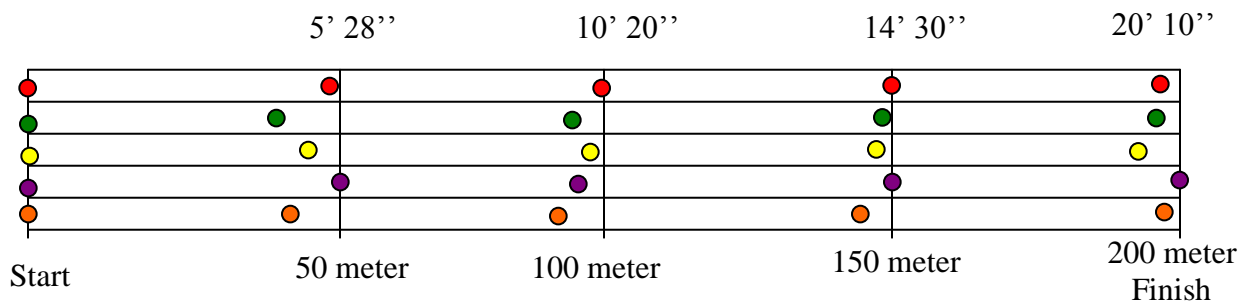
Konteks-kontes lain yang dapat digunakan guru dalam mengembangkan pemodelan matematika misalkan “Taksi Problem”, “Tumpukan Gelas”, “Tumpukan Piring”, “Biaya Rental Kendaraan”, “Biaya pemakaian Pulsa berbagai Operator Telepon Seluler” dll.

Sebuah *event* olah raga misalkan PON atau Olympiade dapat dijadikan sebagai konteks dan sumber belajar matematika:

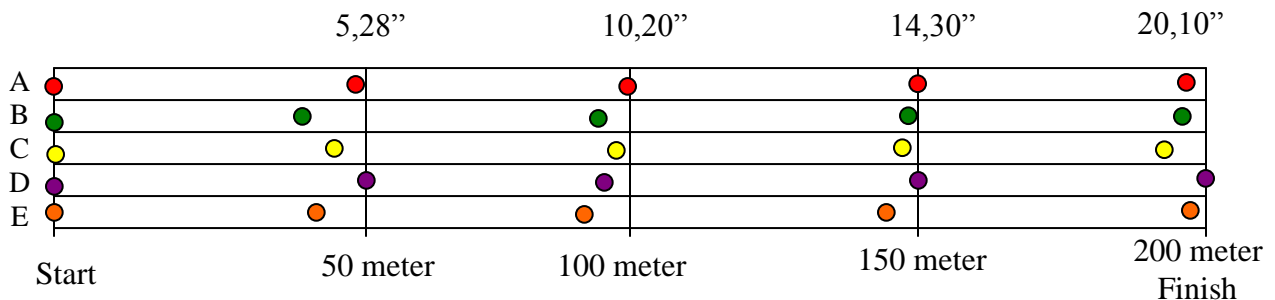
Contoh:

Pemanfaatan sumber-sumber belajar

Sumber-sumber belajar yang telah disebutkan di atas dapat dimanfaatkan untuk mendukung siswa menguasai kompetensi yang diharapkan (Turmudi, 2006). Informasi dari koran harian atau suatu kejadian penting dalam olah raga, juga dapat dijadikan sebagai sumber dalam mempelajari matematika. Sebagai contoh yang sederhana suatu Lomba Lari 200 meter diikuti oleh 5 orang pelari, diketahui diagram berikut ini adalah posisi para pelari pada meter ke 50, 100, 150 dan garis finish.



Ada lima orang pelari finalis mengikuti lomba Lari di arena Pekan Olah Raga Nasional di Samarinda Kalimantan Timur, masing-masing Abdullah, Budimansyah, Chandra, Darmawan, dan Eko Rianto. Mereka mengikuti lomba lari 200 meter dan setiap keadaan di garis *start*, titik 50 meter, 100 meter, 150 meter dan garis *finish* 200 meter difoto dan hasilnya disajikan dalam diagram berikut ini.



Seorang siswa diminta untuk memerankan sebagai seorang wartawan sebuah harian kota. Ia harus membuat laporan singkat bagaimana jalannya perlombaan lari 200 meter di arena PON di Samarinda 2008 ini.

Kolom (garis) yang kedua pada grafik di atas menunjukkan potret saat perlombaan mencapai 5,28 detik setelah start.

1. a. Siapakah yang memimpin hingga saat ini?
b. Siapa yang menduduki posisi kedua dan siapa pada posisi ketiga?

Potret berikutnya adalah 10,20 detik perlombaan berlangsung. Abdullah seorang peserta finalis 200 m memimpin pada saat ini.

1. Pada bagian (lane) mana Abdullah lari lebih cepat, 50 meter pertama atau 50 meter kedua? Jelaskan

Potret berikutnya adalah saat perlombaan berlangsung 16,02 detik.

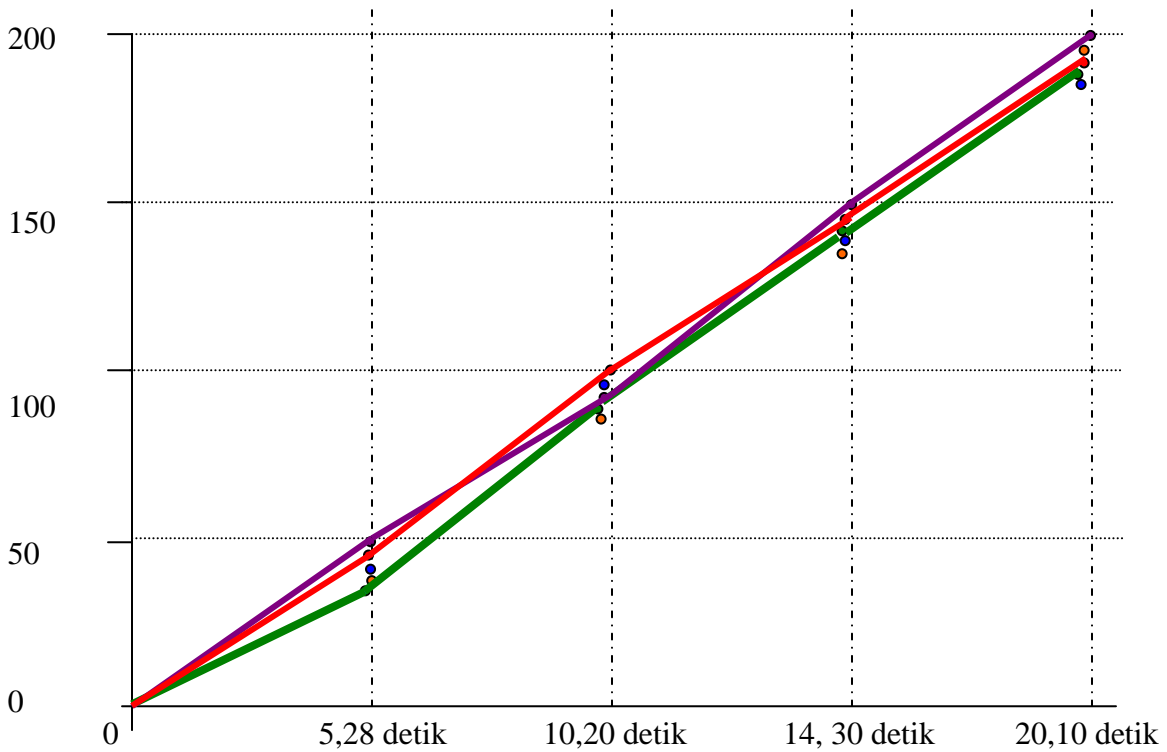
3. a. Siapa yang mencapai tanda 150 meter pertama kali?
b. Berapa lama waktu tempuhnya?
c. Menurut kalian siapa yang akan sampai terakhir pada garis 150-meter ini? Yakinkah kalian?
4. a. Pada urutan keberapa kah Abdullah menyelesaikan lomba pada garis finish?
b. Kira-kira seberapa jauh Abdullah di belakang pemenang, saat pemenang mencapai garis finish?
5. a. Seberapa jauh selisih jarak antara pelari tercepat dan pelari paling lambat pada potret 5,28 detik?
b. Seberapa jauhkah selisih jarak antara pelari tercepat dan pelari paling lambat pada potret saat 14,30 detik?

6 Jelaskan bagaimana jarak antara pelari tercepat dan pelari paling lambat sepanjang jalur perlombaan?

7. Tuliskan sebuah paragraf yang membandingkan antara Abdullah dan Darmawan sepanjang perlombaan?

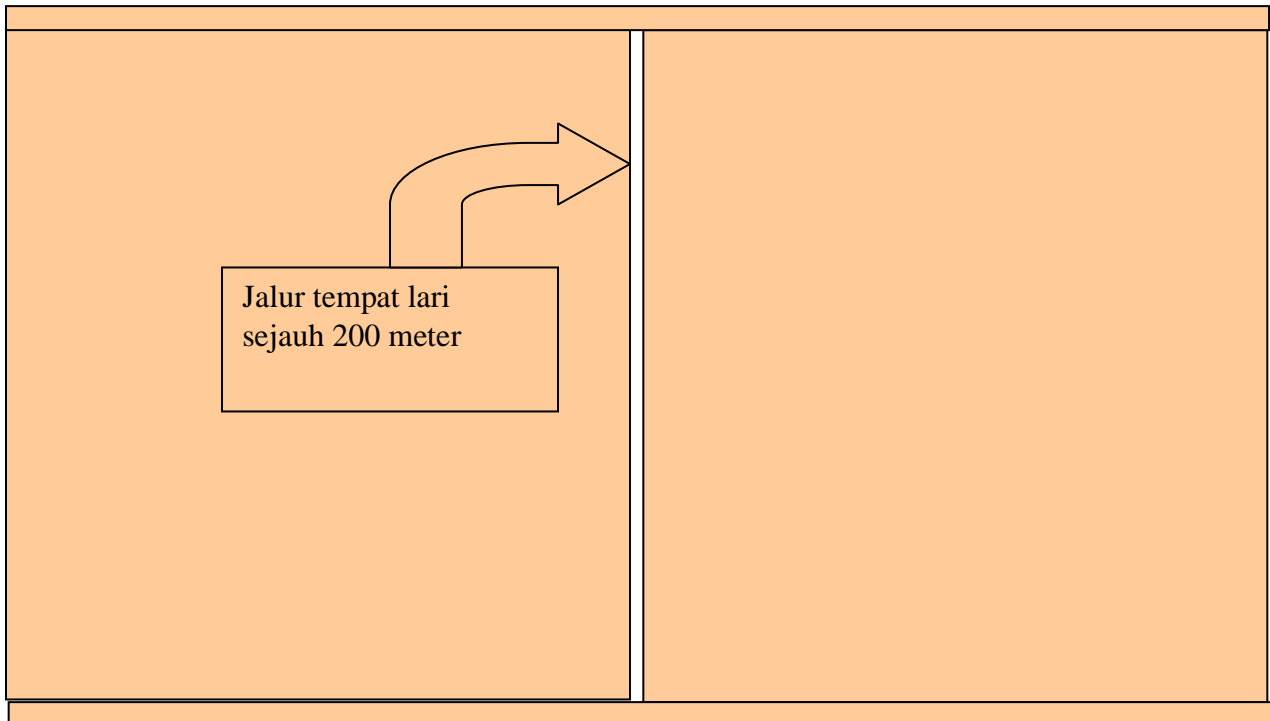
Dalam segmen 50 meter pertama Darmawan memimpin perlombaan sementara Abdullah menduduki posisi kedua sedangkan Budimansyah pada posisi yang terakhir. Meskipun Budimansyah ada pada posisi yang terakhir nampaknya ia memacu kecepatan pada segmen 50 meter kedua, sehingga ia nyaris dapat menyusul Darmawan, sedangkan Abdullah memacu dengan kecepatan yang sangat prima sehingga ia dapat memimpin pada segmen ini. Sementara Darmawan merasa kelelahan sehingga ia tertinggal. Meskipun Darmawan tertinggal tampaknya ia menambah kecepatan pada segmen ketiga, tak kalah Abdullah juga dengan perkasa sehingga Abdullah dan Darmawan sampai secara bersamaan di garis 150 meter, sedangkan Budimansyah berada pada posisi berikutnya. Darmawan menggunakan kesempatan di segmen terakhir untuk memacu kecepatannya sehingga ia dapat mencapai garis finish lebih awal sehingga ia menjuarai lomba 200 meter ini. Sementara A dan B kelelahan sehingga tertinggal diperkirakan Eko menduduki posisi kedua sedangkan Abdullah diperkirakan di tempat ketiga dan Budimansyah diduga di tempat keempat

GRAFIK LARI 200 METER



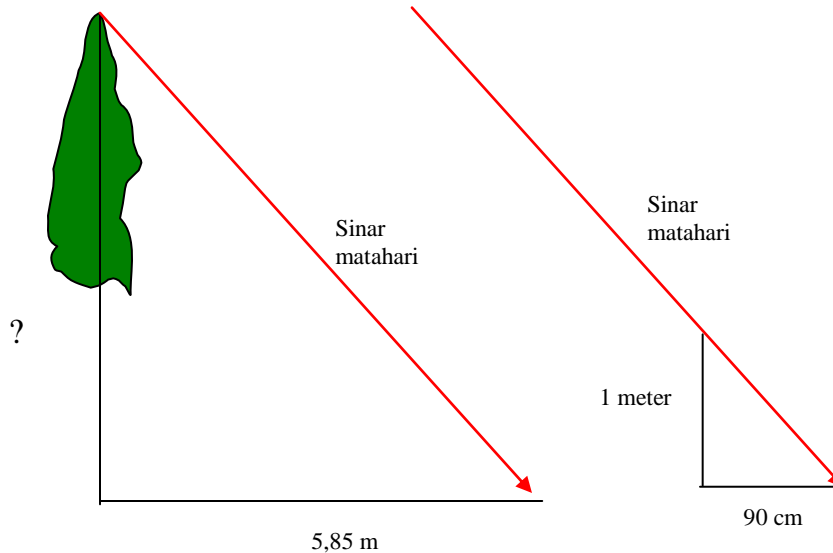
Dengan menggunakan “kertas grafik penutup” siswa dapat mengetahui secara visual bagaimana POSISI PELARI setiap detiknya.

KERTAS GRAFIK PENUTUP



Contoh:

Misalkan kita ambil contoh berikut ini: Barangkali kita sangat mengenal betul bahwa untuk mencari tinggi sebuah pohon dapat digunakan bayang-bayang matahari. Bayang-bayang sebuah pohon adalah 5,85 meter, sedangkan bayang-bayang tongkat 1 meter adalah 90 cm.



Maka tinggi pohon adalah $6\frac{1}{2}$ kali tinggi segitiga kecil ($585 : 90 = 6\frac{1}{2}$), karenanya tinggi pohon adalah $6\frac{1}{2}$ meter.

Dalam perhitungan formal seseorang dapat menggunakan perbandingan $90 : 585 = 100 : x$, namun dengan menggunakan perhitungan informal siswa dapat menyampaikan penalaran seperti di atas.

Penutup

Pembelajaran yang seperti di atas, barulah selang pandang bagaimana pembelajaran matematika menggunakan pendekatan realistik. Di Indonesia telah tumbuh sekelompok masyarakat pendidikan matematika yang mengembangkan gagasan ini yang dikenal dengan nama Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). Dalam kegiatannya PMRI mendesain bahan ajar matematika, mengujicobakan di lapangan mengamati proses belajar siswa, serta proses pembelajaran di kelas. Hasil sementara bahwa siswa prestasi siswa yang belajar menggunakan pendekatan ini tidak lebih jelek dari siswa-siswa yang belajar dengan cara biasa. Bahkan kalau ditanyakan kepada para siswa kelompok ini mereka mengatakan terkesan dan menginginkan untuk belajar dengan cara seperti ini (pendekatan realistik).

Kepustakaan

- Ernest, P. (2004). *The Philosophy of Mathematics Education*. Studies in Mathematic Education. London: Falmer Press.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Koseki, K. (1999). Mathematics education in Japan. In Ijang R., Harun I., & Wahyu S. (Eds.), *Proceeding of Seminar on Quality Improvement of Mathematics and Science Education in Indonesia Bandung, August 11, 1999*, (pp 39-46). Bandung: Institute of Teaching and Education Sciences (IKIP).
- Lewis, C. (2000, April 2000). *Lesson study: The core of Japanese professional development*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New Orleans.
- Turmudi (2006). *Designing contextual learning strategies for mathematics for junior secondary schools in indonesia*. Disertasi Ph.D.: La Trobe University, Australia. Tidak diterbitkan.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: USA.
- Romberg, T.A & Kaput, J.J. (1999). Mathematics worth teaching, mathematics worth understanding. In Elizabeth Fennema & Thomas A. Romberg (Eds.), *Mathematics classroom that promote understanding*, (pp.3-17). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Sabandar, J. & Turmudi (2001). *Desain dan implementasi pembelajaran matematika dengan pendekatan realistik di SLTP Kota Bandung*. Laporan Hasil Penelitian. Jurdikmat, FPMIPA, UPI: Tidak dipublikasikan
- Silver, A.E. (1989). *Teaching and assessing mathematical problem solving: Toward a research agenda*. In *The teaching and assessing mathematical problem solving*. Research Agenda for Mathematics Education, Reston, VA: NCTM.
- Silver, E.A. & Kenney, P.A. (2000). *Results from the seventh mathematics assessment of National Assessment of Educational Progress*. Reston, VA.: NCTM.
- Turmudi & Dasari, D. (2001). *Peningkatan kemampuan pemahaman konsep matematika bagi siswa SLTP melalui pendekatan realistic*. Grant Research Report, Bandung: Indonesian University of Education, FPMIPA
- Turmudi & Sabandar, J. (2002). *Kerjasama mahasiswa calon guru dan guru bidang studi dalam mengembangkan desain pembelajaran matematika realistic di SMP Negeri Kota Bandung*. Grant Research Report, Bandung: Indonesian University of Education, FPMIPA.
- Turmudi, dkk (2001). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. JICA, UPI. Bandung.
- Turmudi. (1986). *Pelaksanaan tahun pertama kurikulum Matematika 1984 di SMA Negeri se Kabupaten Ciamis*. Unpublished, Skripsi Jurusan Pendidikan Matematika FKIE IKIP Bandung.
- Turmudi. (2001). *Matematika Realistik untuk SLTP*. Pusat Perbukuan: Jakarta.
- Turmudi. (2003). *Model buku pelajaran matematika sekolah menengah pertama: Panduan pengembangan*. Jakarta: Pusat Perbukuan, Departement Pendidikan National.
- Turmudi. (2007). *Matematika Eksploratif dan Investigatif*. Jakarta: Leuser.
- Turmudi. (2008). *Taktik dan strategi pembelajaran matematika untuk sekolah dasar (berparadigma eksploratif dan investigative)*. Jakarta: Leuser
- Turmudi. (2008). *Landasan Filsafat dan teori Pembelajaran Matematika (berparadigma eksploratif dan investigative)*. Jakarta: Leuser
- Turmudi. (2008). *Buku Panduan Guru bidang Matematika untuk SMP*. Jakarta: Pusat Perbukuan Depdiknas Jakarta.

(*)Disajikan dalam Pelatihan Guru-guru SD BPI 29 Desember 2009