

Sistem-sistem Persamaan

(Linear dan Non Linear)

Pendekatan “Menu Restoran”

Oleh:

Drs. Turmudi, M.Ed., M.Sc., Ph.D.

Universitas Pendidikan Indonesia

2007

Bab 3

Sistem-Sistem Persamaan

A. Pengantar

Di dalam Aljabar representasi suatu besaran biasanya diwakili oleh variabel atau peubah yang ditulis dengan huruf-huruf seperti x , y , z atau a , b , c dst.

Ketika suatu informasi disajikan kepada pemakai, misalnya informasi di suatu restoran:

“3 satuan lauk pauk, 2 satuan nasi, dan 4 satuan minuman seluruhnya senilai Rp 25.000,00”,

maka informasi tersebut belum cukup untuk menentukan berapa harga satu satuan lauk pauk, satu porsi nasi, dan satu unit minuman. Seseorang dapat memberikan interpretasi untuk harga masing-masing satuan, namun belum tentu akan sama dengan yang dimaksudkan oleh penjualnya. Namun jika keterangan lain diberikan sekurang-kurangnya dua informasi tambahan maka akan diketahui harga satuan masing-masing.

1.1. Interpretasi Seseorang

Bisa jadi dengan info di atas seseorang menginterpretasikan sebagai berikut:

- Harga 1 lauk pauk Rp 4.000,00 sehingga 3 lauk pauk senilai Rp 12.000,00. Harga satu porsi nasi senilai Rp 3.000,00 sehingga 2 porsi nasi senilai Rp 6.000,00. Uang yang tersisa Rp 7.000,00 untuk 4 unit minuman sehingga masing-masing Rp 1.750,00 per unit.

Jadi harga Lauk Pauk(LP), Nasi(N), Minuman(M) berturut-turut Rp 4.000,00, Rp 3.000,00 dan Rp 1.750,00

- Namun bisa saja siswa lain menginterpretasikan sebagai berikut:

Harga lauk pauk @ Rp 5.000,00/LP sehingga 3 LP senilai Rp 15.000,00. Kemudian harga satu nasi Rp 1.000,00 sehingga 2 N senilai Rp 2.000,00. Sisanya senilai Rp 8.000,00 untuk 4 unit minuman. Akibatnya per minuman senilai Rp 2.000,00. Sehingga harga LP, N, dan M berturut-turut adalah Rp 5.000,00, Rp 1.000,00, dan Rp 2.000,00.

Dari satu informasi

“3 lauk pauk, 2 nasi, dan 4 minuman senilai Rp. 25000”....(*)

Ternyata belum dapat diketahui secara pasti besar harga masing-masing kecuali memang diberitahu oleh penjualnya.

1.2. Informasi Tambahan

Andaikan terhadap (*) ada informasi tambahan “ Dua lauk pauk, satu nasi dan satu minuman senilai Rp 13.500,00 dan satu lauk pauk, tiga nasi, dan satu minuman senilai Rp 12.500,00.

Apabila harga lauk pauk ditulis dengan L harga nasi ditulis dengan N dan harga minuman ditulis dengan M, menggunakan informasi-informasi di atas dapat dihimpun sebagai:

$$3L + 2N + 4M = 25000 \dots\dots\dots(1)$$

$$2L + 1N + 1M = 13500 \dots\dots\dots(2)$$

$$1L + 3N + 1M = 12500 \dots\dots\dots(3)$$

yang dikenal dengan sistem persamaan linier tiga variabel.

1.3. Informasi disajikan dalam Bentuk Menu

Jika info diatas disajikan dalam bentuk menu maka akan tampak seperti data pada tabel di samping ini.



Paket	Lauk	Nasi	Minum	Harga
1	3	2	4	25
2	2	1	1	13.5
3	1	3	1	12.5
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Dengan menu seperti ini siswa dapat bermain-main.

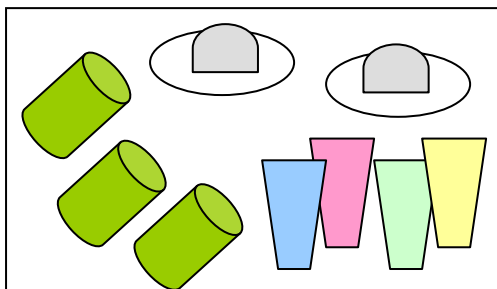
Bagaimana menggunakan Tabel Menu untuk menentukan berapa harga satu unit lauk pauk, harga satu unit nasi dan harga satu unit minuman.

Catatan menu di atas dapat dituangkan dalam tabel di bawah ini. Menggunakan tabel di bawah ini siswa dapat menjumlahkan dua paket dan jumlah harganya, dapat menentukan selisih dua paket dan selisih harganya, dapat mengalikan suatu paket dengan bilangan tertentu dapat membagi suatu paket dengan bilangan tertentu yang tidak nol.

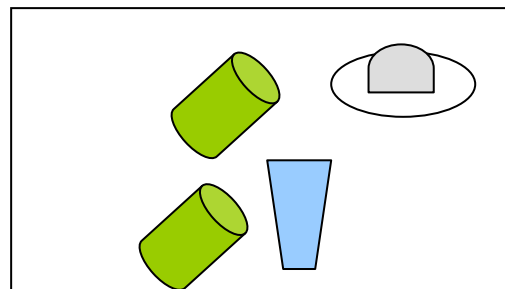
PESANAN MENU				
Paket	Lauk	Nasi	Minuman	Harga (Ribuan)
1	3	2	4	25
2	2	1	1	13.5
3	1	3	1	12.5
4
5
6

B. Permasalahan Sehari-hari

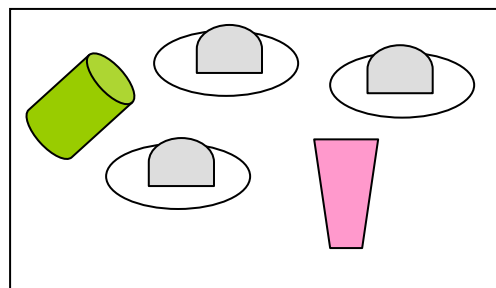
2.1 Paket Harga makanan di Restoran



Rp 25.000,00



Rp 13.500,00



Rp 12.500,00

2.2 Lingkaran dengan Garis lurus

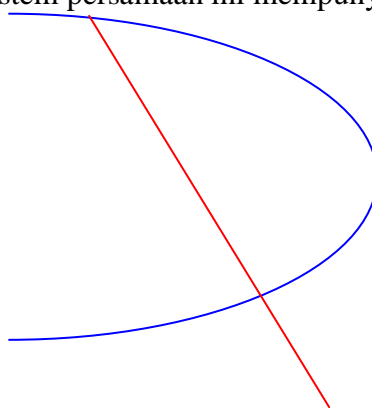


Posisi garis lurus terhadap lingkaran dapat memotong di dua titik, menyinggung atau tidak memotong sama sekali. Jika garis memotong lingkaran di dua titik menyebabkan penyelesaian system persamaan ada dua solusi.

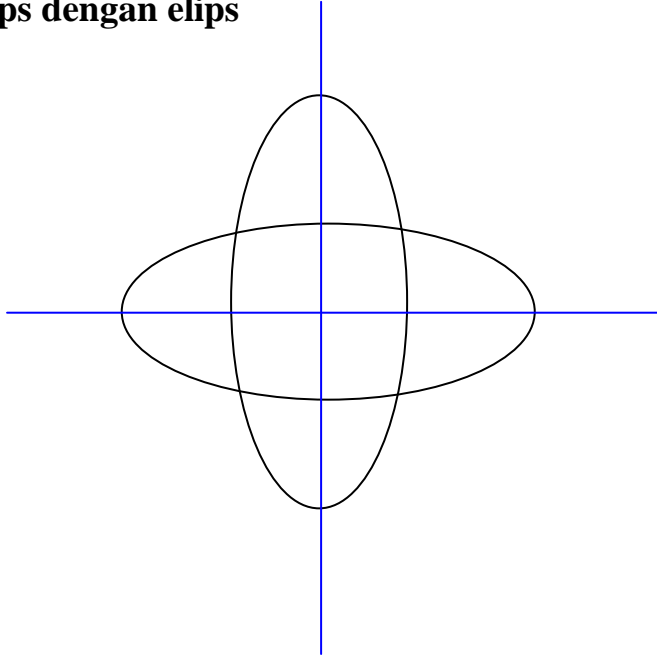
2.3 Parabola dan Garis Lurus



Parabola dan garis lurus dapat saling berpotongan, jika kedua kurva tersebut ini berpotongan di dua titik, maka sistem persamaan ini mempunyai dua solusi.



2.4 Elips dengan elips



Jika dua elip saling perpotongan di empat titik seperti pada gambar di atas, maka sistem persamaan tersebut memiliki solusi sebanyak 4 penyelesaian.

C. Pembentukan Model Matematika

3.1. Model SPL

Model matematika tentang paket makanan di restoran yang melibatkan tiga variabel yaitu lauk pauk (L), nasi (N) dan minuman (M) dapat dituliskan sebagai berikut (harga ditulis dalam ribuan)

$$3L + 2N + 4M = 25$$

$$2L + 1N + 1M = 13,5$$

$$1L + 3N + 1M = 12,5$$

Dalam tahap-tahap awal siswa dapat menggunakan variabel-variabel L untuk representasi lauk pauk, variabel N untuk representasi nasi, variabel M untuk representasi minuman, namun dalam representasi lebih lanjut dan lebih formal dapat dinyatakan dengan dengan variabel x, y, dan z berturut-turut mewakili lauk pauk, nasi, dan minuman sehingga sistem di atas dapat ditulis sebagai:

$$3x + 2y + 4z = 25$$

$$2x + 1y + 1z = 13,5$$

$$1x + 3y + 1z = 12,5$$

Untuk menentukan nilai-nilai variabel L, N, dan M atau x, y, dan z dapat dilakukan secara informal, misalnya dengan melalui strategi yang dapat dikembangkan dengan cara menjumlahkan paket-paket atau mengurangi paket-paket dan harga-harganya

3.2. Model Parabola dan Garis Lurus

Parabola dan garis lurus dapat dimodelkan sebagai

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ y &= mx + n \end{aligned}$$

Sistem persamaan ini memiliki penyelesaian real apabila nilai Diskriminan dari persamaan $AX^2 + BX + C = 0$ tak negatif, di mana $AX^2 + BX + C = 0$ adalah bentuk $ax^2 + (b-m)x + (c-n) = 0$

3.3. Model Lingkaran dengan Parabola

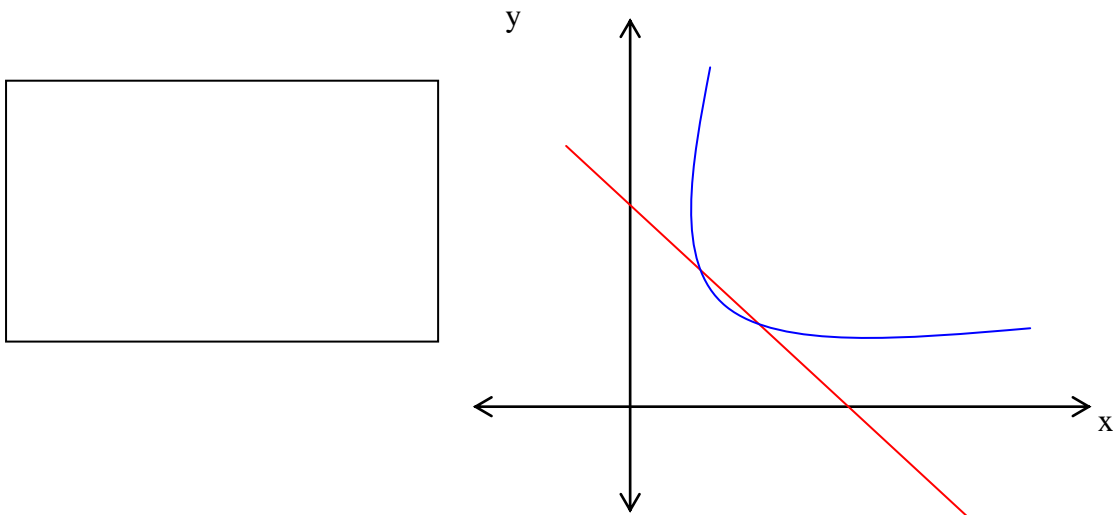
Persamaan lingkaran dengan parabola dapat dimodelkan sbb:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= r^2 \\ y &= ax^2 + bx + c \end{aligned}$$

Sistem persamaan ini memiliki penyelesaian real apabila nilai Diskriminan dari persamaan $AX^4 + BX^2 + C = 0$ tak negatif, di mana $AX^4 + BX^2 + C = 0$ adalah bentuk $x^2 + (ax^2 + bx + c)^2 = r^2$

3.4. Model Hiperbola dan Garis Lurus

Misalkan sebuah segipanjang memiliki luas 56 satuan luas sedangkan kelilingnya 30 satuan panjang. Coba kalian modelkan bagaimana model matematikanya kemudian bagaimana menentukan penyelesaiannya.



D. Penyelesaian Permasalahan Sehari-hari

Permasalahan sehari-hari dapat diselesaikan dengan matematika, namun siswa juga dapat “bermain-main” dengan strategi sendiri yang dapat mereka kembangkan berdasarkan pengalaman.

Sebagai contoh Tabel harga dalam menu di restoran dapat mereka jumlahkan atau kurangkan antar paket sehingga mereka dapat menentukan paket baru yang harganya juga baru.

4.1. “Bottom-up model”

paket	Lauk	Nasi	Minum	Harga (dalam ribuan rupiah)
1	3	2	4	25
2	2	1	1	13.5
3	1	3	1	12.5

Siswa dapat menjumlahkan seluruh paket harga (ketiganya) dan mencari harga paket (baru) tersebut. Misalkan menjadi seperti tampak pada tabel di bawah ini (Lihat Tabel berikut) dan kalau baris 4 (semua unsurnya) dibagi 6, maka akan diperoleh $\left(1 \ 1 \ 8,5 \right)$

Paket	Lauk	Nasi	Minuman	Harga (ribuan rupiah)
1	3	2	4	25
2	2	1	1	13,5
3	1	3	1	12,5
4	6	6	6	51
5	1	1	1	8,5

4.2. Penyelesaian dengan Menu Restoran

Persamaan-persamaan baru pada paket (4) yaitu $\begin{pmatrix} 6 & 6 & 51 \end{pmatrix}$ dan paket (5) yaitu $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 8,5 \end{pmatrix}$ merupakan informasi-informasi yang penting untuk dapat dibandingkan dengan pasanan-pesanan sebelumnya, misalnya dengan cara menjumlahkan atau mencari selisih-selisih harga paket semula dengan paket-paket baru.

Misalkan munculkan pertanyaan-pertanyaan (a). Berapa selisih paket (5) dengan paket (3) dan (b). Berapa selisih paket (5) dengan paket (2).

Pertanyaan-pertanyaan (a) dan (b) akan diperoleh jawaban pada paket (6) dan (7).

Paket	Lauk	Nasi	Minuman	Harga (ribuan rupiah)
1	3	2	4	25
2	2	1	1	13.5
3	1	3	1	12.5
4	6	6	6	51
5	1	1	1	8.5
6	0	2	0	4
7	1	0	0	5

Penyederhanaan paket (6) akan diperoleh paket (11).

Paket	Lauk	Nasi	Minuman	Harga (ribuan rupiah)
1	3	2	4	25
2	2	1	1	13.5
3	1	3	1	12.5
4	6	6	6	51
5	1	1	1	8.5
6	0	2	0	4
7	1	0	0	5

Selanjutnya paket (1) dikurangi paket (5) akan diperoleh

(2 1 3 16,5) dan apabila (2 1 3 16.5) dikurangi

(2 1 1 13,5), maka akan diperoleh (0 0 2 3)

yang secara keseluruhan tertuang pada paket 8 dan 9 sebab.

Setelah disederhanakan paket (6) menjadi paket (11) dan paket (9) menjadi paket (10).

Paket	Lauk	Nasi	Minum	Harga
1	3	2	4	25
2	2	1	1	13.5
3	1	3	1	12.5
4	6	6	6	51
5	1	1	1	8.5
6	0	2	0	4
7	1	0	0	5
8	2	1	3	16.5
9	0	0	2	3
10	0	0	1	1.5
11	0	1	0	2

Dengan demikian didapat:

Harga 1 unit Lauk Rp 5.000,00

Harga 1 unit nasi Rp 2.000,00

Harga 1 unit minum Rp 1.500,00

4.3. Penyelesaian dengan Pendekatan Aljabar Linier

Penyelesaian seperti diatas yang diawali oleh strategi yang dikerjakan siswa merupakan penyelesaian informal yang sebenarnya ada kemiripan dengan OBE (operasi baris elementer) yang terdapat pada aljabar matriks.

Pandanglah matriks koefisien

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & \vdots & 25 \\ 2 & 1 & 1 & \vdots & 13.5 \\ 1 & 3 & 1 & \vdots & 12.5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \vdots & 12.5 \\ 2 & 1 & 1 & \vdots & 13.5 \\ 0 & -7 & -1 & \vdots & 12.3 \end{pmatrix}$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \vdots & 12.5 \\ 0 & 5 & 1 & \vdots & 11.5 \\ 0 & 7 & -1 & \vdots & 12.5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \vdots & 12.5 \\ 0 & 5 & 1 & \vdots & 11.5 \\ 0 & 0 & 12 & \vdots & 18 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \vdots & 12.5 \\ 0 & 5 & 1 & \vdots & 11.5 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 1.5 \end{pmatrix}$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \vdots & 12.5 \\ 0 & 5 & 0 & \vdots & 10 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 1.5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \vdots & 12.5 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 1.5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & \vdots & 11 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 1.5 \end{pmatrix}$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & 5 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 1.5 \end{pmatrix}$$

Jadi harga L = Rp 5.000,00

N = Rp 2.000,00

M = Rp 1.500,00

4.4. Eliminasi : (Harga dalam ribuan)

$$3L + 2N + 4M = 25 \quad \dots (1)$$

$$2L + 1N + 1M = 13.5 \quad \dots (2)$$

$$1L + 3N + 1M = 12.5 \quad \dots (3)$$

Saat mengeliminasi variabel M untuk (1) dan (2) kita mengalikan paket (2) dengan 4, sehingga kita dapatkan (1) dan (2) sbb:

$$3L + 2N + 4M = 25 \dots (1)$$

$$8L + 4N + 4M = 54 \dots (2)$$

Dan ketika dicari selisihnya didapat

$$5L + 2N = 29 \dots (4)$$

Demikian juga mengeliminasi M untuk (1) dan (3) kita mengalikan paket (3) dengan 4, sehingga didapat (1) dan (3) sbb.

$$3L + 2N + 4M = 25$$

$$4L + 12N + 4M = 50$$

Dan kita cari selisihnya didapat

$$1L + 10N = 25 \dots (5)$$

Sekarang terdapat persamaan yang lebih sederhana (4) dan (5).

$$5L + 2N = 29 \dots (4)$$

$$1L + 10N = 25 \dots (5)$$

Selanjutnya dengan cara-cara serupa

$$\begin{array}{r|l} 5L + 2N = 29 & 1x \\ 1L + 10N = 25 & 5x \end{array}$$

$$\leftrightarrow \begin{array}{r} 5L + 2N = 29 \\ 5L + 50N = 125 \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$48N = 96$$

$$N = 2$$

maka harga nasi Rp 2.000,00 / unit

Nilai N = 2 di substitusikan pada

$$1L + 10N = 25$$

$$1L + 10(2) = 25$$

$$1L + 20 = 25$$

$$1L = 5$$

Karenanya harga 1 lauk pauk Rp 5.000,00

Selanjutnya nilai N = 2 dan L = 5 digunakan untuk mencari M sehingga

$$1L + 3N + 1M = 12,5$$

$$5 + 6 + 1M = 12,5$$

$$11 + 1M = 12,5$$

$$1M = 1,5$$

Dengan demikian harga 1 unit minuman Rp 1.500,00

4.5. Cara Substitusi:

Cara substitusi kemungkinan anda telah mahir seperti saat menyelesaikan sistem persamaan dua variabel.

$$3L + 2N + 4M = 25 \quad \dots (1)$$

$$2L + 1N + 1M = 13.5 \quad \dots (2)$$

$$1L + 3N + 1M = 12.5 \quad \dots (3)$$

Persamaan (3) dapat ditulis sebagai berikut untuk menyatakan harga L dalam N dan M seperti berikut ini:

$$1L = 12.5 - 3N - 1M \quad \dots (3)$$

Selanjutnya substitusikan (3) ini ke dalam persamaan (2) dan persamaan (1)

Substitusi ke-(2)

$$2 (12.5 - 3N - 1M) + 1N + 1M = 13.5$$

$$25 - 6N - 2M + 1N + 1M = 13.5$$

$$- 5N - 1M = -11.5$$

$$\boxed{5N + 1M = 11.5} \quad \dots (4)$$

Substitusi ke-(1)

$1L = 12.5 - 3N - 1M$ disubstitusikan ke 1

$$3 (12.5 - 3N - 1M) + 2N + 4M = 25$$

$$37.5 - 9N - 3M + 2N + 4M$$

$$-7N + M = -12,5$$

$$\boxed{7N - M = 12,5} \quad \dots (5)$$

Dari (4) Dan (5) didapat

$$1M = 11.5 - 5N$$

$$1M = 7N - 12.5$$

Selanjutnya didapat

$$11.5 - 5N = 7N - 12.5$$

$$24 = 12N$$

$$N = 2$$

Untuk $N = 2$ didapat

$$1M = 11.5 - 5 (2)$$

$$= 11.5 - 10$$

$$1M = 1.5$$

karenanya

$$1L = 12.5 - 3 (2) - 1 (1.5)$$

$$= 12.5 - 6 - 1.5$$

$$= 12.5 - 7.5$$

$$1L = 5$$

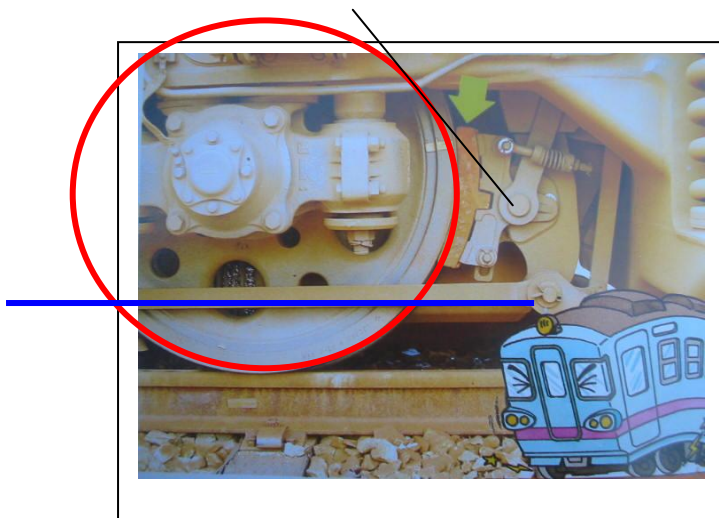
Dengan demikian diperoleh
 Harga-harga 1L = 5000 rupiah
 1N = 2000 rupiah
 1M = 1500 rupiah

Cara-cara eliminasi dan substitusi merupakan cara-cara yang sudah populer di kalangan guru-guru dan siswa, dan dianggap paling canggih untuk menyelesaikan sistem persamaan linear yang memiliki karakteristik "Top-down", "given" atau yang diberikan oleh para guru kepada siswa. Namun sebenarnya siswa perlu mengkonstruksi pengetahuan matematika secara mandiri dengan bantuan para guru.

E. Sistem Persamaan Non Linear

Metode substitusi dan eliminasi yang digunakan dalam sistem persamaan linear dua variabel juga dapat digunakan untuk menyelesaikan dua persamaan dengan dua variabel, jika satu atau dua persamaan adalah non-linear .

Gambar Roda kereta api



Contoh:

Selesaikan sistem persamaan

$$y - x = 1 \dots (1)$$

$$x^2 + y^2 = 25 \dots (2)$$

Penyelesaian:

Dari persamaan (1) diperoleh $y = x + 1$ kemudian substitusikan nilai $y = "x + 1"$ ke persamaan (2) sehingga:

$$x^2 + (x + 1)^2 = 25$$

Nilai-nilai x yang memenuhi ini adalah

$$x = 3 \quad \text{atau} \quad x = -4$$

Sebab untuk $x = 3$

$$3^2 + (3 + 1)^2 = 25$$

untuk $x = -4$
 $(-4)^2 + (-4 + 1)^2 = 25$

Dengan menyelesaikan persamaan

$$\begin{aligned} X^2 + (x + 1)^2 &= 25 \\ \leftrightarrow X^2 + x^2 + 2x + 1 &= 25 \\ \leftrightarrow 2x^2 + 2x - 24 &= 0 \\ \leftrightarrow (x - 3)(x + 4) &= 0 \\ \leftrightarrow x = 3 \quad \text{atau} \quad x &= -4 \end{aligned}$$

Untuk $x = 3$ maka $y = 3 + 1 = 4$

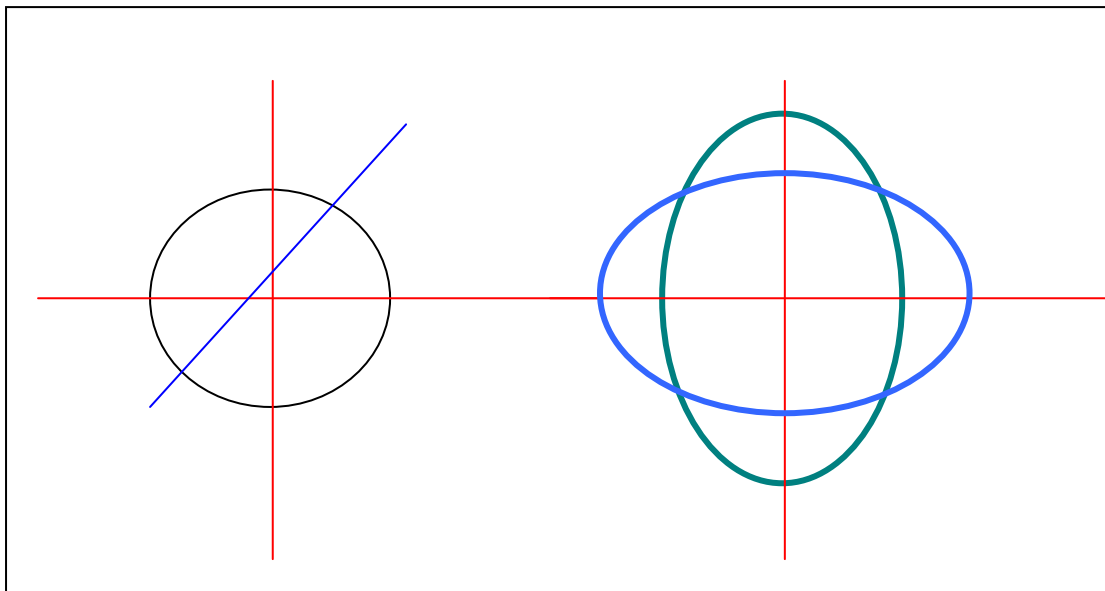
Untuk $x = -4$ maka $y = -4 + 1 = -3$

Jadi titik-titik potongnya (3,4) dan (-3,-4).

Secara geometri sistem

$$\begin{aligned} y - x &= 1 \\ x^2 + y^2 &= 25 \end{aligned}$$

Berupa “garis lurus dan lingkaran yang saling berpotongan di dua titik”.



Contoh 2: Selesaikan sistem persamaan berikut ini

$$\begin{aligned} 4x^2 + y^2 &= 4 \quad \dots (1) \\ x^2 + 4y^2 &= 4 \quad \dots (2) \end{aligned}$$

Penyelesaian :

Kalikan semua suku pada persamaan suku (1) dengan (4) untuk eliminasi y^2 sehingga

$$\begin{array}{r} 16x^2 + 4y^2 = 16 \\ x^2 + 4y^2 = 4 \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$15x^2 = 12$$

$$x^2 = 12/15 \rightarrow x = \pm \sqrt{(12/15)} = \pm \sqrt{(4/5)}$$

$$x = + 2/5 \sqrt{5} \quad \text{atau} \quad x = - 2/5 \sqrt{5}$$

Untuk $x = + 2/5 \sqrt{5}$

$$4x^2 + y^2 = 4$$

$$4 (2/5 \sqrt{5})^2 + y^2 = 4$$

$$4(4/25)(5) + y^2 = 4$$

$$\leftrightarrow 16/5 + y^2 = 4$$

$$\leftrightarrow y^2 = 4 - 16/5 = 20/5 - 16/5 = 4/5$$

$$y = \pm \sqrt{4/5} = \pm 2/5\sqrt{5}$$

Untuk $x = -2/5\sqrt{5}$ juga akan didapat $y = \pm 2/5\sqrt{5}$

Jadi penyelesaiannya:

$(2/5\sqrt{5}, 2/5\sqrt{5}), (2/5\sqrt{5}, -2/5\sqrt{5}), (-2/5\sqrt{5}, 2/5\sqrt{5}),$ dan $(-2/5\sqrt{5}, -2/5\sqrt{5})$

Secara geometris persamaan di atas diwakili oleh dua elips yang saling berpotongan (Lihat gambar di atas)

Contoh 3 : Selesaikan sistem persamaan

$$x^2 - 3xy + 4y^2 = 8 \dots (1)$$

$$x^2 + xy + 4y^2 = 4 \dots (2)$$

Penyelesaian: Mula-mula kita kurangkan persamaan (2) dari persamaan (1) sehingga diperoleh

$$x^2 - 3xy + 4y^2 = 8$$

$$x^2 + xy + 4y^2 = 4 \underline{\quad}$$

$$-4xy = 4$$

$$\boxed{xy = -1}$$

Untuk $xy = -1$ maka $y = -1/x$

Substitusikan nilai ini kedalam persamaan (1) sehingga:

$$\begin{aligned}
x^2 - 3x(-1/x) + 4(-1/x)^2 &= 8 \\
x^2 + 3 + 4/x^2 &= 8 \\
x^2 + 4 &= 5x^2 \\
x^4 + 4 &= 5x^2 \\
x^4 - 5x^2 + 4 &= 0 \\
(x^2 - 4)(x^2 - 1) &= 0 \\
x = \pm 2 \quad \text{atau} \quad x = \pm 1
\end{aligned}$$

Untuk $x = 2$, maka $y = -1/2$ sehingga didapat solusi $(2, -1/2)$

Untuk $x = -2$, maka $y = 1/2$ sehingga didapat solusi $(-2, 1/2)$

Untuk $x = 1$, maka $y = -1/1$ sehingga didapat solusi $(1, -1)$

Untuk $x = -1$, maka $y = 1/2$ sehingga didapat solusi $(-1, 1)$

Karena solusinya:

$(2, -1/2), (-2, 1/2), (1, -1),$ dan $(-1, 1)$

Contoh 4: Luas daerah suatu persegi panjang adalah 96 cm^2 sedangkan keliling persegi panjang 40 cm . Tentukan ukuran-ukuran panjang dan lebar persegi panjang tersebut.

Jawab :

Misalkan panjang $x \text{ cm}$ dan lebar $y \text{ cm}$. Luas persegi panjang $xy = 96$, keliling $2x + 2y = 40$.

Sehingga kita mempunyai sistem

$$xy = 96 \dots (1)$$

$$2x + 2y = 40 \dots (2)$$

dari persamaan (2) diperoleh $x + y = 20$

$$y = 20 - x$$

disubstitusi ke persamaan (1) sehingga

$$x(20 - x) = 96$$

$$20x - x^2 = 96$$

$$x^2 - 20x + 96 = 0$$

$$(x - 12)(x - 8) = 0$$

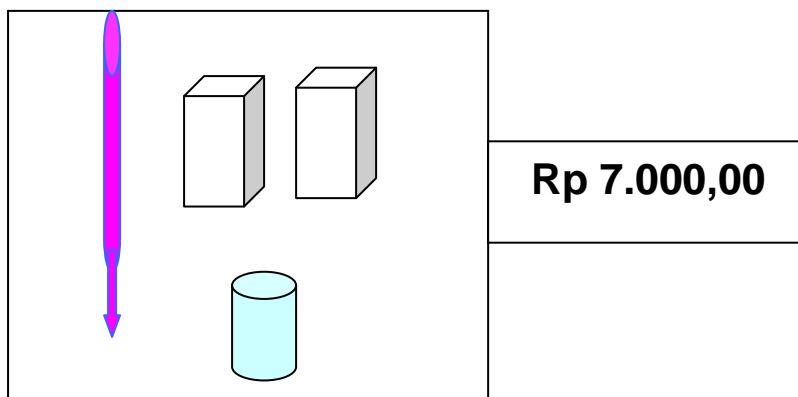
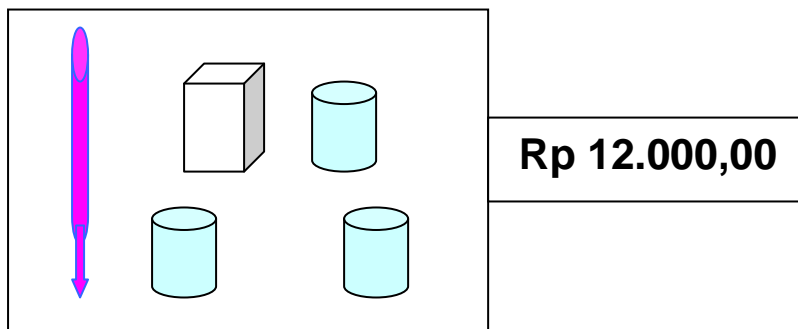
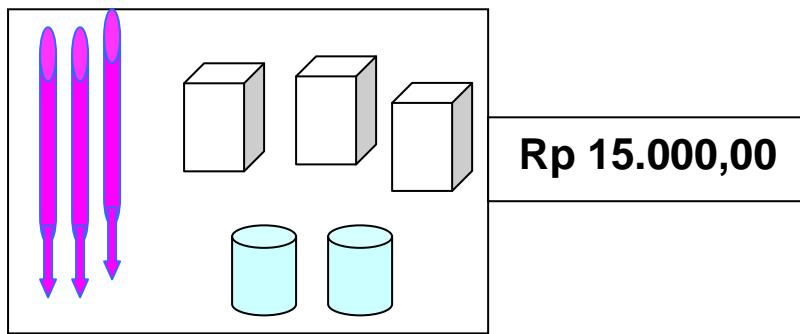
$$x = 12 \quad \text{atau} \quad x = 8$$

Untuk $x = 12$, maka $y = 8$ dan untuk $x = 8$ maka $y = 12$.

Jadi panjang persegi panjang adalah 12 cm dan lebarnya 8 cm .

Soal-soal Latihan

1.



2. Selesaikan SPL

$$\begin{aligned} a - 2b + c &= 2 \\ 2a - b + c &= 3 \\ 2a - 4b - c &= 10 \end{aligned}$$

3. Empat jeruk, dua apel dan satu salak harganya Rp 17.600,00. Tiga jeruk dan dua salak harganya Rp 12.400,00. Sebuah jeruk , satu apel dan tiga salak nilainya Rp 11.000,00. Carilah harga 1 jeruk, 1 apel, dan 1 salak?

4. Selesaikan sistem persamaan

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z^2 &= 0 \\ x + y - z^2 &= -1 \\ x^2 - xy &= 0 \end{aligned}$$

5. Selesaikan SPL

$$\begin{aligned} 3x + 4y + 5z &= 3 \\ x + y + 7z &= 12 \\ 4x - 4y + 3z &= 6 \end{aligned}$$

6. Sederhanakanlah

$$\begin{aligned} 2/x - 1/y + 3/z &= 4 \\ 1/x + 1/y + 1/z &= 4 \\ 2/x - 2/y + 2/z &= 4 \end{aligned}$$

7. Titik-titik (4,2), (5,1) dan (1,3) terletak pada lingkaran

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \text{ Tentukanlah nilai } a, b \text{ dan } c$$

8. Carilah tiga bilangan positif yang kuadrat jumlahnya 49. Jumlah dua bilangan 8 dan hasil kali dua bilangan yang dimaksudkan adalah 12.

9. Selesaikan system persamaan

$$\begin{aligned} x - 2y^2 &= -2 \\ x^2 - y^2 + 4x &= 1 \end{aligned}$$

10. Selesaikan pula system persamaan

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= 3 \\ 2x^2 + 3y^2 &= 11 \end{aligned}$$

11. Penyelesaian SPL tiga variable dengan Metoda Cramer

$$\begin{aligned} x + z &= y + 1 \\ -z &= 2 - 2x \\ z &= 3 - y \end{aligned}$$

Sistem persamaan di atas dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} x - y + z &= 1 \\ 2x - z &= 2 \\ y + z &= 3 \end{aligned}$$

Matriks koefisien SPL di atas

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = 5$$

$$x = \frac{D_x}{\det(A)}, \quad y = \frac{D_y}{\det(A)}, \quad z = \frac{D_z}{\det(A)}$$

$$\text{dengan } D_x = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

