

PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA

Oleh: Turmudi, MEd., MSc., PhD.
Universitas Pendidikan Indonesia

Pemecahan Masalah:

Pemecahan masalah artinya proses melibatkan suatu tugas yang metode pemecahannya belum diketahui lebih dahulu. Untuk mengetahui penyelesaiannya siswa hendaknya memetakan pengetahuan mereka, dan melalui proses ini mereka sering mengembangkan pengetahuan baru tentang matematika.

Dengan melalui pemecahan masalah dalam matematika siswa hendaknya memperoleh cara-cara berfikir, kebiasaan untuk tekun dan menumbuhkan rasa ingin tahu, serta percaya diri dalam situasi tak mereka kenal yang akan mereka gunakan di luar kelas. Pemecahan masalah merupakan bagian tak terpisahkan dari semua pembelajaran matematika dan hendaknya tidak terisolasi dari program matematika.

Contoh 1:

Suatu perlombaan badminton antar siswa MI di Banda Aceh diselenggarakan untuk merebutkan piala Gubernur NAD. Setiap peserta lomba harus saling berhadapan. Jika terdapat 23 MI mengikuti Turnamen Badminton tersebut dan Panitia ingin mengetahui berapa kali banyaknya perlombaan untuk menetapkan banyak wasit yang diperlukan dalam Turnamen ini.

Berapa kali banyaknya perlombaan tersebut terjadi? [Ini dikenal dengan kompetisi penuh]

Contoh 2:

Saya memiliki sejumlah koin 1000-an, 500-an dan 200-an di dalam kantong saku. Jika saya mengambil tiga koin dari kantong, berapa nilai uang yang mungkin terambil?

Contoh 3:

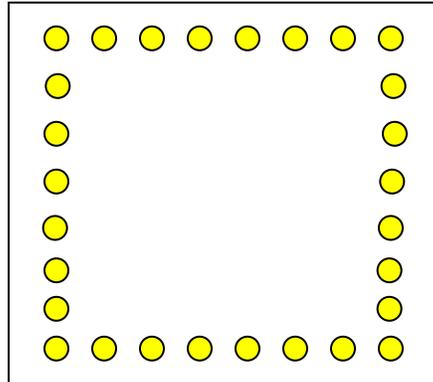
Jika anda menggelindingkan dua dadu yang masing-masing bermata 1 sampai 6. Kurangkan bilangan terkecil dari bilangan terbesar dari hasil tos itu. Atau kurangkan bilangan yang satu dari bilangan yang lain jika dua dadu munculnya sama, berapa hasil-hasil yang mungkin? Jika anda melakukan pengetosan sebanyak 20 kali dan anda membuat charta dan menggambarkan garis hasilnya. Menurut anda seperti apa hasil plot garis yang diperoleh?

Contoh 4:

Perlihatkan semua daerah persegi panjang yang dapat anda buat yang tersusun dari 48 ubin-ubin lantai dengan luas 1 dm^2 . Anda perlu membuat semua ubin yang ada. Hitung dan catatlah **luas** dan **keliling** dan cari dan jelaskan hubungan yang anda perhatikan.

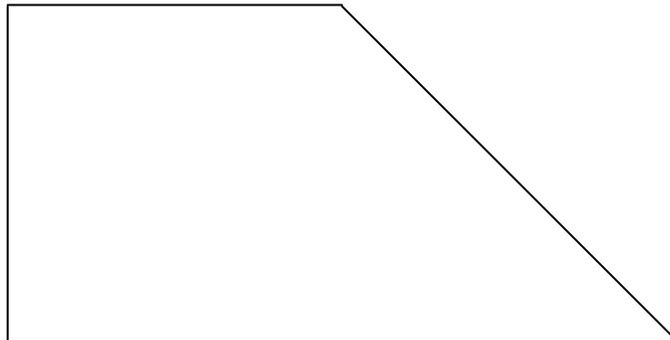
Contoh 5:

Bagaimana anda dapat mengekspresikan atau mencari cara banyaknya titik untuk bangun-bangun di bawah ini



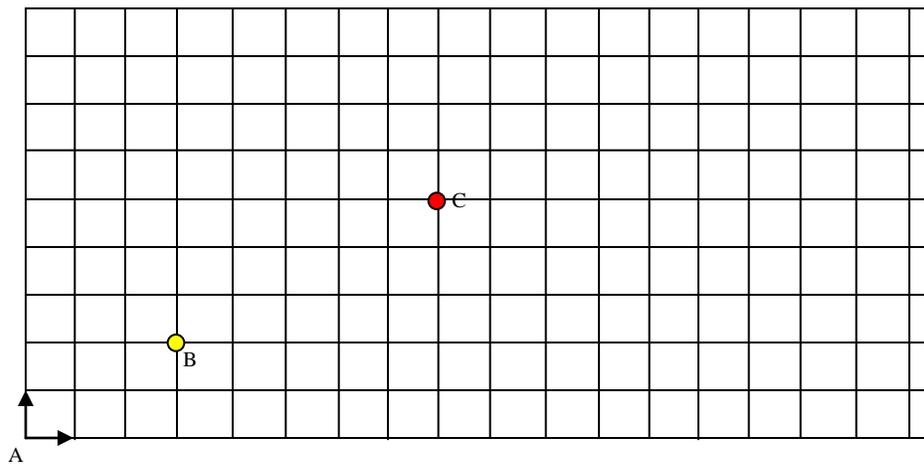
Contoh 6

Bagilah bangun di bawah ini menjadi empat trapezium yang sama dan sebangun (kongruen)



Contoh 7:

Berapa banyak rute berbeda dari A menuju B dan dari A menuju C?. Pelaku hanya dibenarkan bergerak ke arah kanan dan ke arah atas.



Sebelum proses pembelajaran berlangsung, guru perlu mengetahui apakah siswa memiliki pengalaman fundamental yang akan membuat fase pembelajaran berikutnya sukses. Selama proses pembelajaran, guru hendaknya mengecek pemahaman siswa sedemikian sehingga mereka dapat mengajarkan kembali, mengoreksi kesalah-pahaman serta memonitor kesalah-pahaman serta kemajuan belajar siswa. Dalam pembelajaran berikutnya guru-guru hendaknya menentukan apakah tingkat penguasaan siswa sudah cukup memadai.

Mengumpulkan, menginterpretasi, dan menggunakan informasi assesment mengambil berbagai ragam *assessment*, sebagaimana guru mengimplementasikan rencana assesment berikutnya.

Problem Solving

Pada suatu waktu guru sering memperlakukan problem solving sebagai suatu “pasca berfikir” atau mengkaitkan topik-topik penjumlahan, geometri atau pengukuran. Mengikuti pembelajaran penjumlahan dan pengurangan, mereka menyajikan soal cerita. Strategi kunci adalah kata-kata “clue” seperti semuanya, total, biasanya mengindikasikan konsep penjumlahan. Sedangkan selisih, atau beda, atau sisa, itu terkait dengan pengurangan. Setelah menjumlahkan dua buah bilangan dua angka, siswa akan memecahkan soal cerita menggunakan jenis bilangan serupa.

Secara periodik pekerjaan siswa mungkin berupa kombinasi atau operasi penjumlahan dan operasi-operasi lainnya. Penskoran pada “problem solving” ditentukan oleh banyak jawaban yang benar. Siswa yang memahami masalah tetapi membuat kesalahan dalam perhitungan tidak diberi skor. Ada latihan-latihan yang secara khas sedikit sekali keterkaitannya dengan masalah siswa yang mungkin dihadapi dalam hidupnya. Sebagaimana orang dewasa banyak orang ingat tentang “soal cerita” yang kering, sebab mereka banyak mengalami frustrasi dan sedikit sukses dengan tugas yang diberikan. Misalkan sejak tahun 1980-an NCTM(1980) pengawas matematika di negara bagian dan lintas kelompok reformasi pendidikan merekomendasi perubahan di dalam problem solving. Untuk kasus di negara kita (Indonesia), problem solving dikenalkan dalam berbagai gerakan pembaharuan pendidikan misalkan KBK (2004) dalam KTSP (2006) dalam konteks JICA projek (Hendayana, 2008) dan dalam berbagai kegiatan-kegiatan pembaharuan pendidikan baik itu yang bersifat projek ataupun program.

Sebagai pengganti problem yang fokusnya pada perhitungan dan kehidupan yang tak relevan, masyarakat matematika memanggil siswa untuk “mengikat diri” dalam masalah yang bermakna dan mengembangkan keterampilan pemecahan masalah yang bermakna dan menyeimbangkan keterampilan pemecahan masalah dengan aplikasi yang lebih luas. Jawaban masih sangat penting, namun dalam konteks masalah yang kemungkinan jawabnya banyak.

“Kelas kita akan melaksanakan wisata dengan mengunjungi kebun binatang. Kita memiliki 28 murid. Berapa mobil diperlukan? Bagaimana kalau kita menggunakan van? Dan bagaimana kalau kita menggunakan sebuah bus?”

Penyelesaiannya tergantung pada alternatif pertimbangannya, Daripada hanya perhitungan $28/4 = 7$ mobil, penalaran dan komunikasi juga sebaiknya terlibat dalam proses penyelesaian. Siswa mendiskusikan masalah wisata ke kebun binatang dan mendemonstrasikan ke dalaman berfikir.

Tati : Jika mobil ini memiliki dua tempat duduk di depan dan tiga tempat duduk di belakang, maka ada 4 siswa dapat naik mobil itu dengan sopir.

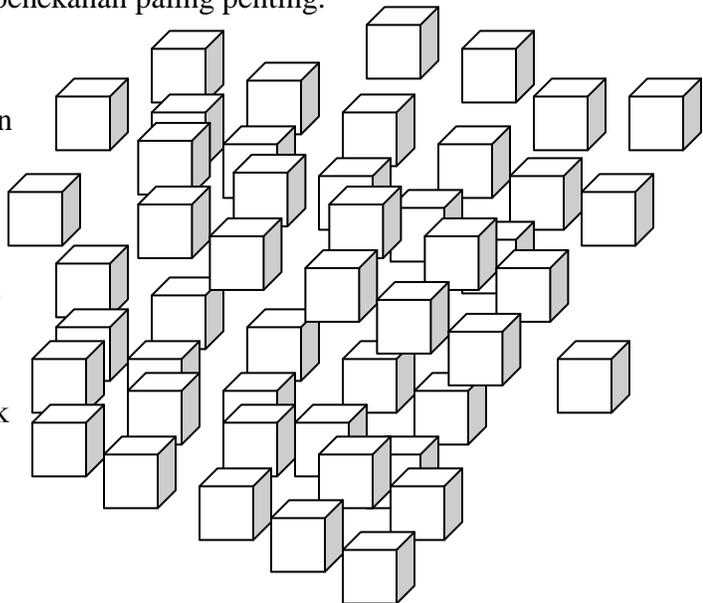
Jika mobil hanya memiliki 2 tempat duduk di belakang, maka hanya 3 murid dengan naik mobil itu.

Evan : Van kita punya 8 tempat duduk, namun tak ada sabuk pengaman kecuali tempat duduk di depan saja.

Sumy : Bus sekolah muat 48 orang di tambah sopir. Kita akan dapat membawa setiap orang, guru dan 19 orang siswa dalam bus kita.

Menjelaskan jawaban dan bagaimana jawaban itu diturunkan adalah sangat penting dalam kehidupan. Banyak soal yang memiliki jawaban yang berbeda, tergantung kepada faktor mana yang mendapat penekanan paling penting.

Saya memiliki kubus sebanyak 48 buah. Kubus-kubus ini akan disusun menjadi sebuah balok. Salah satu ukuran yang mungkin adalah balok dengan ukuran $1 \times 2 \times 24$? Tentu balok ini memiliki luas? Berapakah luasnya? Apakah masih ada kemungkinan lain ukuran balok yang terjadi? Berapa luas permukaan balok-balok tersebut? Berikan penjelasan seperlunya?



Guru dapat membekali informasi dan pengetahuan bagi siswa bagaimana siswa dapat memberikan jawaban atas pertanyaan-pertanyaan tersebut di atas.

Pembelajaran Matematika melalui problem solving

Pembelajaran matematika yang efektif perlu pemahaman apa yang siswa ketahui, yang siswa perlu pelajari, kemudian tantangan dan dukungan terhadap mereka untuk mempelajarinya secara baik (NCTM, 2000). Ini salah satu prinsip yang disodorkan oleh *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000). Memahami apa yang

siswa ketahui dan apa yang perlu dipelajari siswa di dalam matematika merupakan salah satu kompetensi guru dalam mengajarkan matematika. Kemudian menantang dan mendorong siswa untuk mempelajari matematika dengan baik juga jenis kompetensi lain dalam pembelajaran matematika. Problem solving dalam pembelajaran matematika merupakan bagian tak terpisahkan dalam pembelajaran matematika, perlu memperoleh perhatian serius bagi para guru. Bahasan ini menyangkut selang pandang tentang problem solving dan implementasinya di kelas. Disajikan untuk guru-guru sekolah dasar atau mereka yang tertarik untuk mengetahui lebih dalam tentang problem solving di sekolah dasar.

Problem solving atau pemecahan masalah dalam matematika melibatkan metode dan cara penyelesaian yang tidak standar dan tidak diketahui terlebih dahulu. Untuk mencari penyelesaiannya para siswa harus memanfaatkan pengetahuannya, dan melalui proses ini mereka akan sering mengembangkan pemahaman matematika yang baru. Penyelesaian masalah bukan hanya sebagai tujuan akhir dari belajar matematika, melainkan sebagai bagian terbesar dari aktivitas ini. Siswa harus memiliki kesempatan sesering mungkin untuk memformulasikan, menyentuh, dan menyelesaikan masalah-masalah kompleks yang mensyaratkan sejumlah usaha yang bermakna, dan harus mendorong siswa untuk berani merefleksikan pikiran mereka.

Dengan menggunakan pemecahan masalah dalam matematika, siswa mengenal cara berfikir, kebiasaan untuk tekun dan keingintahuan yang tinggi, serta percaya diri dalam situasi yang tidak biasa, yang akan melayani mereka (para siswa) secara baik di luar kelas matematika. Dalam kehidupan sehari-hari dan di tempat kerja, menjadi pemecah masalah yang baik dapat mengarah menjadi hal yang menguntungkan.

Pemecahan masalah merupakan bagian tak terpisahkan dalam semua bagian pembelajaran matematika, dan juga tidak harus diajarkan secara terisolasi dari pembelajaran matematika.

Membangun Pengetahuan Matematika melalui Problem Solving

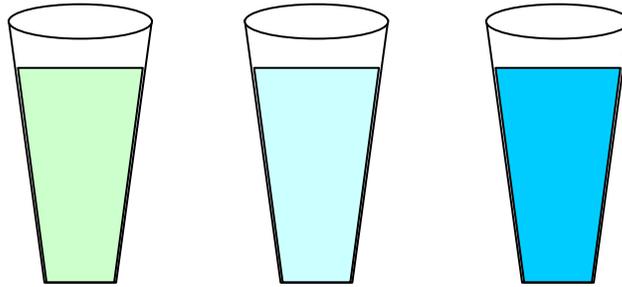
Bagaimana problem solving dapat membantu siswa membangun pengetahuan matematika? Persoalan problem solving yang baik memberikan kesempatan kepada siswa untuk bersikeras dan memperluas apa yang mereka tahu dan dapat menstimulasi belajar matematika. Dalam pengenalan konsep matematika kepada anak-anak kelas rendah (anak-anak kelas 1, 2, dan 3), persoalan dapat didatangkan dari dunia mereka sendiri. Misalkan persoalan untuk kelas 2 dapat berupa:

“Andaikan seorang murid kelas 2 akan mencari apakah banyak laki-laki atau banyak perempuan di sekolahnya, apabila kelas dua ini ada 3 kelas?”

Untuk menyelesaikan masalah di atas seorang siswa kelas 2 perlu belajar bagaimana mengumpulkan data, bagaimana merekam data, dan bagaimana menjumlahkan beberapa bilangan dalam suatu saat yang hampir bersamaan.

Di kelas kelas menengah, misalkan kita dapat memperkenalkan konsep perbandingan melalui suatu pengamatan di mana siswa diberi resep-resep untuk minuman campuran yang memerlukan sejumlah air dan jus yang berbeda, kemudian murid-murid diminta untuk menentukan mana yang lebih banyak sari buahnya. Karena tak ada dua resep yang menghasilkan dua jus yang persis sama, masalah ini sulit bagi murid-murid yang tidak mempunyai pengetahuan tentang perbandingan.

Berbagai ide dicobakan dan pertanyaan-pertanyaan yang baik disampaikan kepada siswa dan dibimbing guru dan pada akhirnya siswa sampai kepada penggunaan konsep perbandingan.



Di kelas-kelas lebih tinggi misalkan persoalannya adalah sebagai berikut:

Saya memiliki beberapa koin uang dua ratusan, beberapa koin uang lima ratusan, dan beberapa koin ribuan di dalam saku. Jika saya mengambil uang sebanyak 3 keping oin dari kantong saku ku, berapa banyak uang yang saya ambil?

Pengetahuan diperlukan untuk menyelesaikan persoalan di atas, yaitu pengertian uang logam koin 200-an, uang logam 500-an, dan uang logam 1000-an. Siswa juga perlu memahami konsep penjumlahan. Pengerjaan permasalahan seperti ini menawarkan kepada murid untuk berlatih penjumlahan. Namun pentingnya tujuan matematika dari masalah ini adalah – membantu siswa berfikir secara sistematis tentang kemungkinan-kemungkinan yang terjadi, kemudian mengorganisir, dan merekam pemikiran mereka – dan tidak perlu menunggu sampai mereka mahir dalam penjumlahan.

Pertanyaan-pertanyaan seperti ini akan sampai kepada para murid secara alami: “Saya ingin tahu berapa lama ya perlu waktu untuk menghitung sampai 1 juta? Berapa kaleng coca cola diperlukan untuk mengisi sekolah ini sampai penuh? Para guru dan orang tua dapat menawarkan bantuan kepada para murid membuat masalah-masalah matematika dari “dunia” murid. Guru memegang peranan sangat penting dalam pengembangan problem solving siswa dengan menciptakan dan memelihara lingkungan kelas di mana murid-murid didorong untuk mengeksplorasi, mengambil resiko, berbagi kegagalan dan sukses, dan saling bertanya satu dengan lainnya.

Beberapa contoh pertanyaan untuk mendorong siswa menyelesaikan dengan berbagai strategi, setelah mereka (para murid) berbagi tahu tentang penyelesaiannya, antara lain: “Ini rupanya seperti daftar yang terorganisir dengan baik yang kalian buat. Adakah di antara kalian yang dapat memecahkan dengan cara lain?”

Kata-kata seperti di atas akan membantu bahasa dan representasi para murid dan membantu murid lain memahami apa yang telah dikerjakan oleh murid pertama. Peranan lain dari guru untuk mendorong kebiasaan para murid berfikir reflektif, dicerminkan oleh beberapa pertanyaan di bawah ini:

“Sebelum kita berlanjut apakah kita benar-benar yakin memahami persoalan ini?”

“Bagaimana pilihan kita?”

“Apakah kita memiliki rencana?”

“Apakah ada kemajuan atau haruskah kita mempertimbangkan apa yang kita kerjakan?”

“Mengapa kita berfikir bahwa ini adalah benar?”

Pertanyaan-pertanyaan di atas membantu para murid untuk terbiasa memeriksa kembali pemahaman mereka terhadap matematika. Kebiasaan seperti ini harus dimulai sejak kelas-kelas rendah. Karena guru-guru memelihara suatu lingkungan di mana perkembangan pemahaman siswa secara konsisten dimonitor melalui refleksi, sehingga para

murid lebih punya peluang untuk belajar bertanggung jawab dalam merefleksikan pekerjaannya dan membuat penyesuaian seperlunya ketika menyelesaikan masalah. Beberapa contoh persoalan problem solving di kelas-kelas tinggi (kelas 5-6):

Jika kalian mengetos (menggulirkan) dua buah dadu (keduanya terdapat bilangan 1-6 pada setiap permukaannya) dan kurangkan bilangan terkecil dari bilangan terbesar, atau kurangkan satu bilangan dari bilangan lain apabila nilainya sama, bagaimana kemungkinan munculnya? Jika kalian kerjakan sebanyak dua puluh kali, kemudian kamu buat diagram dan kalian gambarkan diagram garis dari hasilnya. Bagaimanakan gambar diagram garis dari data tersebut? Apakah selisih tertentu lebih besar kemungkinannya daripada selisih yang lainnya

Selisih	Frekuensi
0	/
1	///// //
2	/////
3	////
4	//
5	//

Dari persoalan seperti di atas, banyak dugaan-dugaan dan bahkan mungkin ‘keterkejutan’ dari para murid ketika mereka menempuh percobaan tersebut. Beberapa murid terkejut ketika ternyata bilangan-bilangan itu terentang dari 0 sampai 5. Beberapa murid lain memperoleh catatan bahwa 0 dan 5 muncul sangat sedikit sementara 1 dan 2 muncul lebih sering. Hal ini mendorong guru untuk bertanya lebih lanjut bagaimana dengan kemungkinan-kemungkinan bilangan 0, 3, dan 4.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

Tampak dari table bahwa hasil pengurangan 1 memiliki peluang yang lebih banyak dari pada selisih 2 dan seterusnya. Munculnya selisih 0 memiliki nilai kemungkinan yang sama dengan munculnya selisih 3 yaoutu sebesar 1/6.

Contoh berikut ini muncul di kelas 4, guru menyampaikan pertanyaan sebagai berikut:

Perlihatkan semua daerah persegi panjang yang dapat kalian buat menggunakan ubin sebanyak 24 buah. (Ukuran 10 cm x 10 cm). Kalian harus menggunakan semua ubin. Hitung dan catatlah luas dan keliling setiap persegipanjang yang mungkin, kemudian cari dan jelaskan hubungan yang kamu peroleh

Bagaimana mengembangkan persoalan seperti ini?

Persoalan tersebut jelas bukan soal yang jawabnya tunggal, bukan pula soal-soal yang bersifat rutin. Bagi siswa kelas 4, perlu beberapa pengetahuan untuk dapat menjawabnya. Namun bukan persoalan yang jawabannya sebagai *rote learning* (jawaban yang bersifat hafalan). Para murid harus mengerahkan pengetahuan yang mereka punya berupa

(konsep luas, konsep keliling, konsep faktor, konsep pembagian, konsep perkalian) serta beberapa pengetahuan tambahan untuk dapat menyelesaikannya.

Pendek kata dengan problem solving berbagai kompetensi siswa dapat tumbuh sehingga berfikir matematika siswa dapat berkembang secara baik.

Dengan pembicaraan sebagian kecil dari salah satu kompetensi kurikulum matematika yaitu kompetensi problem solving, diharapkan para murid mampu membangun pengetahuan baru matematika, memecahkan permasalahan di dalam matematika dan dalam konteks lain, menerapkan dan mengadaptasi berbagai macam strategi untuk memecahkan masalah, serta memonitor dan merefleksi proses penyelesaian masalah matematika. Karena tuntutan problem solving yang begitu tinggi, maka peran guru menjadi semakin kompleks. Di samping harus memahami hakekat permasalahan problem solving dalam matematika, guru juga harus terlatih menggunakan soal-soal problem solving.

Meskipun tidak ada cara tunggal yang terbaik dalam menyelesaikan soal-soal problem solving, dan tak ada satu strategi yang dipelajari sekali untuk keperluan semuanya, strategi dipelajari sepanjang waktu, diterapkan dalam konteks tertentu, dan menjadi lebih halus, mendalam, dan fleksibel, karena mereka digunakan dalam situasi yang semakin kompleks. Sehingga diperlukan ketrampilan memilih persoalan problem solving secara bijaksana.

Bagi kita mempelajari apa itu solving dan berlatih bagaimana menyajikan dan mengevaluasi problem solving dalam matematika merupakan suatu langkah awal dalam pembaharuan pembelajaran matematika dan merupakan bagian dari pengembangan kemampuan bermatematika yang melibatkan berfikir tingkattinggi (high order thiking) yang merupakan bagian yang sedang digalakkan dan dikembangkan di negara kita.

Materi disampaikan dalam rangka PENGEMBANGAN PENDIDIKAN GURU

MADRASAH IBTIDAIYAH DI IAIN ARRANIRI BANDA ACEH, 27-29 JULI 2009.