FILE : 5

RINGKASAN PERTEMUAN KESATU

STATISTIKA MATEMATIK 1

DISUSUN OLEH :

NAR HERRHYANTO

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS PENDDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

BANDUNG
MACAM-MACAM TEKNIK MEMBILANG

ATURAN PERKALIAN

Berikut ini diberikan sebuah dalil tentang penentuan banyak susunan yang paling sederhana dalam suatu permasalahan yang berkaitan dengan peluang.

Dalil 2.1: ATURAN PERKALIAN SECARA KHUSUS

> *Jika suatu proses terdiri atas dua tahap, dengan tahap pertama dilakukan dalam n_1 cara dan masing-masing cara ini tahap kedua dapat dilakukan dalam n_2 cara, maka proses itu keseluruhannya dapat dilakukan dalam (n_1 x n_2) cara.*

Sebuah proses mungkin bisa terdiri atas lebih dari dua tahap, dengan masing-masing tahap dapat terjadi dalam banyak cara yang berhingga. Oleh karena itu, aturan perkalian secara umum dibahas dalam Dalil 2.2.

Dalil 2.2: ATURAN PERKALIAN SECARA UMUM

> *Jika suatu proses terdiri atas k tahap, tahap pertama dapat dilakukan dalam n_1 cara, dengan masing-masing cara ini tahap kedua dapat dilakukan dalam n_2 cara, dengan masing-masing tahap ini tahap ketiga dapat dilakukan dalam n_3 cara, dan seterusnya sampai tahap ke-k dapat dilakukan dalam n_k cara; maka proses itu keseluruhannya dapat dilakukan dalam (n_1 x n_2 x n_3 x ... x n_k) cara.*

PERMUTASI

Definisi 2.1:

> *Permutasi adalah sebuah susunan dari sekumpulan objek dengan memperhatikan urutannya.*

Penghitungan banyak susunan atau cara berdasarkan permutasi bergantung pada banyak objek yang ada, banyak objek yang diambil,
dan macam permutasi.

A. PERMUTASI TANPA PENGULANGAN

Dalil 2.3: SEMUA OBJEK DIAMBIL

Jika kita mempunyai n objek yang berbeda, maka banyak permutasi yang dapat dibentuk dari semua objek itu ada ${}_nP_n = n!$ *cara.*

${}_nP_n = n!$ Dibaca sebagai "*Permutasi n objek dari n objek sama dengan n faktorial*".

${}_nP_n$ bisa ditulis P(n,n).

Dalil 2.4: SEBAGIAN OBJEK DIAMBIL

Misalkan kita mempunyai n objek yang berbeda. Jika k objek diambil dari n objek, maka banyak permutasi yang mungkin ada ${}_nP_k = P(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}$ *susunan.*

${}_nP_k = P(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}$ dibaca sebagai "*Permutasi k objek dari n objek sama dengan n faktorial dibagi dengan n kurang k difaktorialkan*".

B. PERMUTASI DENGAN PENGULANGAN

Dalil 2.5: OBJEK YANG SAMA

Jika kita mempunyai n objek, dengan n_1 *adalah banyak objek pertama yang sama,* n_2 *adalah banyak objek kedua yang sama,* n_3 *adalah banyak objek ketiga yang sama, ... ,*n_k *adalah banyak objek ke-k yang sama; maka banyak permutasi yang dapat dibentuk ada* $\frac{n!}{n_1!.n_2!.n_3!. \dots .n_k!}$ *susunan.*

C. PERMUTASI MELINGKAR

Misalkan kita mempunyai sejumlah objek yang berbeda. Permutasi yang dapat dibentuk dari sejumlah objek itu yang membentuk sebuah lingkaran dinamakan *permutasi melingkar*. Oleh karena itu, dalam penentuan permutasi melingkar diperlukan lingkaran-lingkaran yang banyaknya bergantung pada permasalahannya.

Dalam permutasi melingkar yang perlu diperhatikan adalah penetapan lebih dahulu salah satu objeknya. Setelah ditentukan satu permutasi, penentuan permutasi lainnya harus memperhatikan susunan objek-objek dari permutasi sebelumnya. Penghitungan banyak permutasi melingkar yang dapat dibentuk bergantung pada banyak objek yang digunakannya.

Penghitungan banyak permutasi melingkar yang dapat dibentuk secara umum bisa dilihat dalam Dalil 2.6.

Dalil 2.6: PERMUTASI MELINGKAR SECARA UMUM

Jika kita mempunyai n objek yang berbeda, maka banyak permutasi melingkar yang dapat dibentuk ada (n – 1)! susunan.

SAMPEL YANG BERURUTAN

Misalnya sebuah kotak berisi n buah bola pingpong. Selanjutnya, kita mengambil sebuah bola pingpong secara acak dari kotak itu. Kemudian, kita mengambil sebua bola pingpong lagi secara acak dari kotak itu sesudah pengambilan bola pingpong sebelumnya. Demikian seterusnya, kita mengambil sebuah bola pingpong seperti itu sampai pengambilan bola pingpong ke-r. Pengambilan bola pingpong seperti itu dikatakan pengambilan sebuah *sampel yang berurutan* berukuran r.

Pengambila bola pingpong sesudah pengambilan bola pingpong sebelumnya dapat terjadi dalam dua kasus, yaitu:

1. SAMPLING DENGAN PENGEMBALIAN

Dalam hal ini, bola pingpong yang sudah terambil disimpan kembali ke dalam kotak, sebelum bola pingpong berikutnya diambil. Akibatnya, banyak bola pingpong yang ada di dalam kotak tetap. Sehingga pengambilan setiap bola pingpong dari dalam kotak mempunyai n cara. Dengan demikian, kita mempunyai sampel berurutan yang berbeda berukuran r dengan pengembalian sebanyak:

$$\boxed{\underbrace{n \times n \times n \times \ldots \times n}_{\text{ada } r \text{ kali}} = n^r}$$

buah.

2. SAMPLING TANPA PENGEMBALIAN

Dalam hal ini, bola pingpong yang sudah terambil tidak disimpan kembali ke dalam kotak, sebelum bola pingpong berikutnya diambil. Akibatnya, banyak bola pingpong yang ada di dalam kotak berkurang sesuai dengan banyak pengambilan bola pingpongnya. Artinya pengambilan bola pingpong pertama ada n cara, pengambilan bola pingpong kedua ada (n – 1) cara, pengambilan bola pingpong ketiga ada (n – 2) cara, dan seterusnya sampai pengambilan bola pingpong ke-k ada [n – (r – 1)] cara.. Dengan demikian, kita mempunyai sampel berurutan yang berbeda berukuran r tanpa pengembalian sebanyak:

$$\boxed{n(n-1)(n-2)...[n-(r-1)] = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

buah.

KOMBINASI

Definisi 2.2: PENGERTIAN KOMBINASI

Kombinasi adalah sebuah susunan dari sekumpulan objek tanpa memperhatikan urutannya.

Penghitungan banyak susunan berdasarkan kombinasi bergantung pada banyak objek yang ada dan banyak objek yang diambil untuk membentuk kombinasi. Hal ini bisa dilihat dalam Dalil 2.7 dan Dalil 2.8.

Dalil 2.7: SEMUA OBJEK DIBENTUK

Jika kita mempunyai n objek yang berbeda, maka banyak kombinasi yang dapat dibentuk dari semua objek itu ada satu cara.

Dalil 2.8: SEBAGIAN OBJEK DIBENTUK

Misalnya kita mempunyai n objek yang berbeda. Jika k objek diambil dari n objek, maka banyak kombinasi yang mungkin ada $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!.(n-k)!}$ *susunan.*

Simbol $\binom{n}{k}$ dibaca sebagai "*kombinasi k dari n*", dengan n dan k masing-masing adalah bilangan bulat positif ($k \leq n$).

Simbol $\binom{n}{k}$ kadang-kadang ditulis C(n,k).

Secara umum, jika banyak objek yang ada n buah dan banyak objek yang diambil dari n ada k buah, maka perumusan kombinasi di atas menjadi:

$$\boxed{C(n,k) = \frac{n!}{k!.(n-k)!}}$$

Penghitungan banyak susunan berdasarkan kombinasi bisa juga melalui *sekatan golongan.*Hal ini bisa dilihat dalam Dalil 2.9.

Dalil 2.9: SEKATAN GOLONGAN

Misalnya A yang berisi n objek, dibagi menjadi r golongan, yaitu $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_r$. A_1 *berisi* n_1 *objek,* A_2 *berisi* n_2 *objek,* A_3 *berisi* n_3 *objek, dan seterusnya sampai* A_r *berisi* n_r *objek; dan* $n_1 + n_2 + n_3 = \ldots + n_r = n$.

Maka banyak sekatan golongan dari A yang berbeda ada

$\dfrac{n!}{n_1!.n_2!.n_3!. \ldots .n_r!}$ *susunan.*

Dalam hal ini, pembagian sekatan golongan dari A kedalam r golongan dinyatakan dalam bentuk $(A_1, A_2, A_3, \ldots, A_r)$.

Perumusan kombinasi bisa ditulis dalam bentuk lain, yaitu:

$$\boxed{\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{(1)(2)(3)\ldots(k-1)(k)}}$$

Jika kita memperhatikan perumusan kombinasi di atas, maka banyak angka pada pembilang maupun penyebut sama, yaitu k buah. Dalam hal ini, angka pada pembilang dimulai dengan n dan angka pada penyebut dimulai dengan 1.

Perumusan kombinasi kadang-kadang membutuhkan perhitungan yang panjang, karena perhitungannya menggunakan bilangan besar. Oleh karena itu, kita memerlukan cara yang praktis dalam penghitungan kombinasi ini. Berikut ini kita akan membahas sebuah sifat yang membahas cara tsb.

Sifat 2.1: RUMUS KOMBINASI YANG PRAKTIS

$$\boxed{\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}}$$

Permasalahan lainnya yang masih berkaitan dengan kombinasi adalah *koefisien binomial*. Berdasarkan hasil nilai koefisien di atas, maka secara umum nilai koefisien dari

$a^{n-r}b^r$ dalam $(a + b)^n$ adalah $\binom{n}{r}$, yang menyatakan banyak cara untuk memilih r buah b.

Nilai koefisien $\binom{n}{r}$ dikenal sebagai *koefisien binomial*.

Secara umum, hasil perkalian dari $(a + b)^n$ dapat dilihat dalam Dalil 2.10.

Dalil 2.10: DALIL BINOMIAL

$$\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k}.b^k}$$

d*engan n adalah bilangan bulat positif.*