

FILE:6
RINGKASAN PERTEMUAN KEDUA
STATISTIKA MATEMATIK 1

DISUSUN OLEH:
NAR HERRHYANTO

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA
BANDUNG

RUANG SAMPEL

Kita akan memperoleh ruang sampel, jika kita melakukan suatu eksperimen atau percobaan. Eksperimen disini merupakan eksperimen acak. Misalnya kita melakukan suatu eksperimen yang diulang beberapa kali, dengan kondisi yang identik dan alat yang sama. Maka pada dasarnya masing-masing pengulangan eksperimen itu memberikan hasil yang sama. Akan tetapi ada suatu eksperimen yang kalau diulang beberapa kali, masing-masing pengulangan eksperimen itu memberikan hasil yang belum tentu sama sekalipun kondisi pengulangan eksperimen itu sama. Eksperimen seperti itu dinamakan *eksperimen acak* atau *pengamatan acak* dan disingkat eksperimen saja. Dalam eksperimen acak, hasil dari pengulangannya tidak bisa diperkirakan dahulu sebelumnya, akan tetapi hasilnya terjadi secara kebetulan. Dari uraian di atas, kita bisa mengetahui ciri-ciri dari eksperimen acak, yaitu:

1. Hasil eksperimennya merupakan himpunan semua hasil yang mungkin.
2. Eksperimen diulang beberapa kali dengan kondisi tidak berubah.
3. Hasil pengulangan eksperimen terjadi secara kebetulan.

Kita setelah melakukan sebuah eksperimen, maka tentunya akan diperoleh hasil-hasil yang mungkin dari eksperimen itu.

Definisi 3.1: RUANG SAMPEL

Apabila kita melakukan sebuah eksperimen, maka semua hasil yang mungkin diperoleh darinya dinamakan ruang sampel. Adapun masing-masing hasil yang mungkin dari eksperimen atau setiap anggota dari ruang sampel dinamakan titik-titik sampel.

Penulisan ruang sampel biasanya digunakan huruf kapital, yaitu S.

Ruang sampel ini ada dua macam, yaitu ruang sampel diskrit dan ruang sampel kontinu.

Definisi 3.2: RUANG SAMPEL DISKRIT

Ruang sampel diskrit adalah ruang sampel yang mempunyai banyak anggotanya berhingga atau tidak berhingga tetapi dapat dihitung.

Definisi 3.3: RUANG SAMPEL KONTINU

Ruang sampel kontinu adalah ruang sampel yang anggotanya merupakan interval pada garis bilangan real.

Kita bisa menentukan beberapa peristiwa dari ruang sampel S. Berikut ini kita akan membahas beberapa definisi yang berkaitan dengan peristiwa.

Definisi 3.4: PERISTIWA

Sebuah peristiwa adalah sebuah himpunan bagian dari ruang sampel S. Setiap himpunan bagian dari ruang sampel S merupakan sebuah peristiwa.

Notasi untuk menyatakan sebuah peristiwa biasanya ditulis dengan huruf kapital, misalnya A,B,C,D, dan sebagainya kecuali S.

Karena sebuah peristiwa itu merupakan himpunan bagian dari ruang sampel S, maka ada tiga kemungkinan yang bisa terjadi, yaitu:

1. S itu sendiri merupakan sebuah peristiwa.
2. \emptyset juga merupakan sebuah peristiwa.
3. Beberapa hasil yang mungkin dari S merupakan sebuah peristiwa.

Kita sudah mengetahui bahwa jika kita melakukan eksperimen, maka kita akan memperoleh hasil-hasil yang mungkin darinya yang dinamakan ruang sampel. Sama seperti halnya eksperimen, jika kita bisa menentukan peristiwa, maka kita bisa menentukan hasil-

hasil yang termasuk kedalam peristiwa itu. Hasil-hasil tsb lebih lanjut dinamakan *ruang peristiwa*.

Definisi 3.5: TERJADINYA PERISTIWA

Sebuah peristiwa dikatakan terjadi, jika ada anggota dari ruang peristiwanya merupakan hasil dari eksperimen.

Kita sudah mengetahui bahwa dari ruang sampel S bisa dibentuk beberapa peristiwa. Sebuah peristiwa akan memberikan ruang peristiwanya. Sebaliknya, kita bisa menentukan peristiwa, jika ruang peristiwanya diketahui.

Operasi-operasi pada himpunan dapat diterapkan pada peristiwa-peristiwa dalam ruang sampel S , sehingga kita akan memperoleh peristiwa lainnya dalam S sebagai hasil dari pengoperasian tsb.

Jika A dan B merupakan dua buah peristiwa, maka:

1. $A \cup B$ merupakan sebuah peristiwa yang terjadi, jika A terjadi atau B terjadi (atau kedua-duanya terjadi).
2. $A \cap B$ merupakan sebuah peristiwa yang terjadi, jika A terjadi dan B terjadi.
4. A^c , komplement dari A , merupakan sebuah peristiwa yang terjadi, jika A tidak terjadi.

KONSEP PELUANG

Penentuan terjadinya sebuah peristiwa ditentukan oleh nilai peluang dan penghitungannya didasarkan pada perumusan secara umum. Sehingga *peluang* dapat diartikan sebagai ukuran yang digunakan untuk mengetahui terjadinya atau tidak terjadinya suatu peristiwa.

Sebuah peristiwa yang terjadi pasti mempunyai nilai peluang yang besarnya antara nol dan satu. Adapun peristiwa yang sudah pasti terjadi mempunyai nilai peluang sebesar satu. Akan tetapi, peristiwa yang sudah pasti tidak terjadi mempunyai nilai peluang sebesar nol. Dalam hal ini, kita jarang menjumpai sebuah peristiwa yang mempunyai nilai peluang tepat sama dengan nol dan atau tepat sama dengan satu. Kita biasanya sering menjumpai sebuah peristiwa yang mempunyai nilai peluang antara nol dan satu.

Kita bisa mengatakan sebuah peristiwa mempunyai nilai peluang sebesar nol atau satu, jika kita sudah mengetahui kondisi yang memungkinkan terjadinya peristiwa itu.

Berikut ini kita akan menjelaskan definisi peluang secara aksioma.

Definisi 3.6: PELUANG SECARA AKSIOMA

Misalnya S menunjukkan ruang sampel eksperimen dan \mathcal{A} menunjukkan kumpulan semua peristiwa yang bisa dibentuk dari S . Peluang $P(\cdot)$ adalah sebuah fungsi dengan domain \mathcal{A} dan daerah hasilnya $[0,1]$, yang memnuhi sifat-sifat sbb:

- a. $P(A) \geq 0$, untuk $A \in \mathcal{A}$
- b. $P(S) = 1$
- c. Jika A_1, A_2, \dots, A_m adalah m buah peristiwa yang saling bebas dalam \mathcal{A} (artinya

$$A_i \cap A_j = \phi \text{ untuk } i \neq j; i, j = 1, 2, 3, \dots, m) \text{ dan } A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m = \bigcup_{i=1}^m A_i \in \mathcal{A},$$

maka:

$$\begin{aligned} P\left(\bigcup_{i=1}^m A_i\right) &= P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m) \\ &= P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_m) \\ &= \sum_{i=1}^m P(A_i) \end{aligned}$$

Berdasarkan definisi di atas, $P(\cdot)$ disebut juga *fungsi peluang*.

$P(A)$ dibaca sebagai “*peluang peristiwa A*”, “*peluang terjadinya peristiwa A*”, atau “*peluang bahwa peristiwa A terjadi*”.

Berikut ini akan dijelaskan beberapa dalil tentang besarnya peluang $P(\cdot)$.

Misalnya S adalah ruang sampel eksperimen, \mathcal{A} adalah kumpulan semua peristiwa yang bisa dibentuk dari S , dan $P(\cdot)$ adalah peluang sebuah peristiwa.

Dalil 3.1: PELUANG HIMPUNAN KOSONG

Jika himpunan kosong dinyatakan dengan \emptyset , maka $P(\emptyset) = 0$.

Dalil 3.2: PELUANG KOMPLEMEN PERISTIWA

Jika A adalah peristiwa dalam \mathcal{A} , maka $P(A^C) = 1 - P(A)$.

Dalil 3.3: PELUANG DUA PERISTIWA INKLUSIF

Untuk setiap dua peristiwa A dan B dalam \mathcal{A} berlaku:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Dalil 3.4: PELUANG PERISTIWA BAGIAN

Jika A dan $B \in \mathcal{A}$ dan $A \subset B$, maka $P(A) \leq P(B)$.

Peluang sebuah peristiwa, misalnya $P(A)$, memenuhi sifat dari peluang. Hal ini bisa dilihat dalam Dalil 3.5.

Dalil 3.5: SIFAT PELUANG

Jika S mempunyai n anggota, maka $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ memenuhi sifat peluang.

PELUANG BERDASARKAN TEKNIK MEMBILANG

Dalam penghitungan nilai peluang sebuah peristiwa, peristiwanya bisa ditentukan berdasarkan aturan perkalian, permutasi, sampel yang berurutan, atau kombinasi.

A. ATURAN PERKALIAN

Penghitungan nilai peluang sebuah peristiwa berdasarkan aturan perkalian digunakan rumus sbb:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dengan: $n(A)$ = Banyak anggota peristiwa A yang diperoleh berdasarkan aturan perkalian

$n(S)$ = Banyak anggota keseluruhan berdasarkan aturan perkalian.

B. PERMUTASI

Penghitungan nilai peluang sebuah peristiwa berdasarkan permutasi digunakan rumus sbb:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dengan: $n(A)$ = Banyak anggota peristiwa A yang diperoleh berdasarkan permutasi
 $n(S)$ = Banyak anggota keseluruhan berdasarkan permutasi.

C. SAMPEL YANG BERURUTAN

Penghitungan nilai peluang sebuah peristiwa berdasarkan permutasi digunakan rumus sbb:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dengan: $n(A)$ = Banyak anggota peristiwa A yang diperoleh berdasarkan sampel yang berurutan
 $n(S)$ = Banyak anggota keseluruhan berdasarkan sampel yang berurutan

D. KOMBINASI

Penghitungan nilai peluang sebuah peristiwa berdasarkan kombinasi digunakan rumus sbb:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dengan: $n(A)$ = Banyak anggota peristiwa A yang diperoleh berdasarkan kombinasi
 $n(S)$ = Banyak anggota keseluruhan berdasarkan kombinasi.